

пластины в положительном направлении координаты Pd^*), величина $\delta\theta$ монотонно убывает.

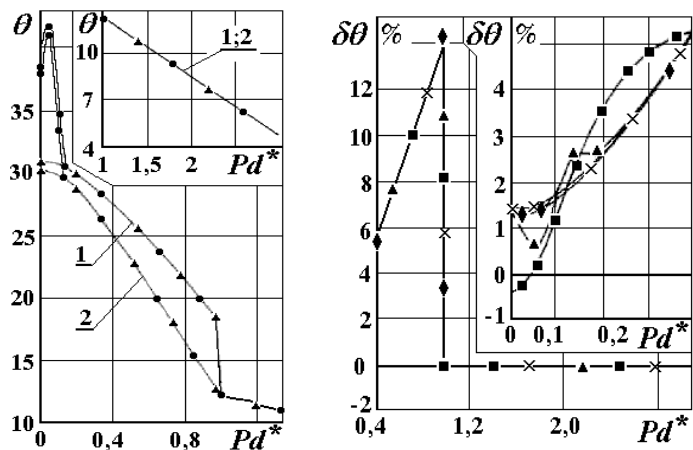


Рис. 4. Распределение температуры θ по толщине пластины для трехслойной (линии 1) и двухслойной (линии 2) модели в различные моменты времени: $\bullet - Fo^* = 2 \cdot 10^{-4}$; $\blacktriangle - Fo^* = 1$

Рис. 5. Изменения относительного отклонения температуры $\delta\theta$ по толщине пластины в различные моменты времени: $\bullet - Fo^* = 2 \cdot 10^{-4}$; $\blacktriangle - Fo^* = 1 \cdot 10^{-2}$; $\blacksquare - Fo^* = 1 \cdot 10^{-1}$; $\times - Fo^* = 1$

Таким образом, в данном случае наблюдается следующая картина. На достаточном удалении от подобласти, в которой произведено замещение теплофизических свойств материалов первого и второго слоев, вследствие эффекта локализации изменение характеристик процесса оказывается несущественным.

Выводы:

1. Выполнен комплекс исследований нелинейных процессов теплопереноса в слоисто-неоднородных системах при импульсном периодическом нагреве и установлены закономерности, связанные с замещением при моделировании теплофизических свойств данных систем.
2. На основе компьютерного моделирования установлено, что замещение физических свойств рассматриваемой системы позволяет значительно упростить исходную математическую модель процесса.

Литература

1. Прокопов В.Г. Основы теории локализации / В.Г. Прокопов, Н.М. Фиалко, Ю.В. Шеренковский. – К.: Изд-во ИТФ НАН Украины, 2003. – 200 с.
2. Гребер Г. Основы учения о теплообмене / Г. Гребер, С. Эрк, У. Григуль. – М.: Изд-во иностр. лит., 1958. – 556 с.
3. Пехович А.И. Расчеты теплового режима твердых тел / А.И. Пехович, В.М. Жидких. – Л.: Изд-во "Энергия", 1976. – 350 с.
4. Дульнев Г.Н. Тепло- и массообмен в радиоэлектронной аппаратуре / Г.Н. Дульнев. – М.: Изд-во "Высш. шк.", 1984. – 247 с.

Прокопов В.Г. Эффекты локализации влияния физических свойств шарувато-неоднородной системы в условиях импульсного периодического нагрева

Представлено результати комп'ютерного моделювання нелінійних процесів теплопереносу в шарувато-неоднорідних системах при імпульсному періодичному нагріванні. Виконано аналіз особливостей цих процесів в аспекті прояву ефекту локалізації впливу фізичних властивостей розглянутої системи. На основі виконаних досліджень встановлені можливості зміни теплофізичних характеристик декількох шарів багатопарової системи, а також показано, що такі заміщення неістотно впливають на тепловий стан об'єкта за межами зон локалізації.

Ключові слова: теплофізичні властивості, шарувато-неоднорідні системи, ефекти локалізації, математичне моделювання, імпульсний нагрів.

Prokopov V.G. The Localization Effects of Physical Properties Influence in Layered-Nonuniform System Under Condition of Periodic Pulsed Heating

The results of computer simulation of nonlinear heat transfer processes in layered-nonuniform systems with periodic pulsed heating are introduced. The analysis of the features of these processes in terms of physical properties localization effect development for considered system is realized. On the basis of the implemented research the possibility of several layers thermal characteristics changing in a multilayer system is established as well as that such substitutions have unessential impact on the thermal state of the object outside the localization zones is shown.

Key words: thermophysical properties, layered-nonuniform system, localization, computer simulation, pulsed heating.

УДК 674.047 Проф. В.Й. Лабай, д-р техн. наук – НУ "Львівська політехніка"; доц. Я.Ф. Кулешиник, канд. техн. наук – Львівського ДУ внутрішніх справ

ВИКОРИСТАННЯ МАСООБМІННИХ КРИТЕРІЇВ ДЛЯ ОПИСУ ФІЗИЧНИХ ЯВИЩ ПРОЦЕСУ СУШІННЯ

Використано методи теорії подібності для опису зв'язку між дійсними величинами, які характеризують перенесення маси у процесі сушіння капілярнопористих колоїдних матеріалів. За результатами аналізу рівнянь перенесення маси шляхом молекулярної дифузії знайдено вирази масообмінних критеріїв Нуссельта, Фур'є і Пекле. Синтезовано фізико-математичну модель у вигляді узагальненого рівняння масовіддачі, яка описує залежність між такими величинами: коефіцієнтами вологообміну і вологопровідності, тривалості сушіння та параметрами середовища.

Ключові слова: теорія подібності, критерії, вологовіддача, вологопровідність, молекулярна дифузія, розподіл концентрації, масовіддача, критеріальні рівняння.

Вступ. Визначення критеріїв (чисел) масовіддачі можливе шляхом інтегрування рівняння дифузії в рухомому середовищі разом з рівняннями Нав'є-Стокса і рівнянням нерозривності потоку для певних визначених умов однозначності. Однак система вказаних рівнянь практично не має загального розв'язку. Не розв'язуючи систему основних рівнянь, методами теорії подібності можна знайти зв'язок між змінними, які характеризують процес перенесення маси у вигляді критеріального рівняння масовіддачі. Це рівняння має критерії подібності, які описують подібність процесів масовіддачі на границі фази (подібність граничних умов) і в основній масі (ядрі) фази.

Основна частина. Подібність граничних умов можна встановити, припускаючи наявність приграничного шару, в якому перенесення маси здійснюється тільки молекулярною дифузією. Кількість речовини, яка переходить з ядра до границі фази, відповідно до рівняння масовіддачі стаціонарного процесу, становить:

$$M = \beta_c \cdot F \cdot (C_{нов} - C_c), \text{ кг/(м}^2 \cdot \text{с)}, \quad (1)$$

де: $C_{нов} - C_c$ – різниця концентрації дифундуючої речовини на масовіддаючій поверхні ($C_{нов}$) у стані рівноваги та концентрації в основній масі (ядрі) навколишнього середовища (C_c), кг/м^3 ; F – масовіддаюча поверхня, м^2 ; β_c – коефіцієнт масовіддачі, м/с .

Ця ж кількість речовини переноситься і через приграничний шар молекулярною дифузією. Тоді, згідно з першим законом Фіка (при $\tau=1$), маємо

$$M = -D \cdot F \cdot \frac{\partial c}{\partial n}, \text{ кг/(м}^2 \cdot \text{с)}. \quad (2)$$

Прирівнявши ліві і праві частини рівнянь (1) і (2), отримаємо:

$$\beta_c \cdot (C_{нов} - C_c) = -D \cdot \frac{\partial c}{\partial n}.$$

Позначивши $(C_{нов} - C_c) = \Delta C_F$, отримаємо:

$$\beta_c \cdot \Delta C_F = -D \cdot \frac{\partial c}{\partial n}. \quad (3)$$

Змінюючи в рівнянні ∂c на ΔC_F а ∂n на L , та опустивши знак "мінус", отримуємо для подібних систем:

$$\frac{\beta_c \cdot L}{D} = idem, \text{ тобто } \frac{\beta_c \cdot L'}{D'} = \frac{\beta_c'' \cdot L''}{D''}.$$

Цей комплекс величин є безрозмірним; його називають дифузійним критерієм Нуссельта (Шервуда)

$$Nu = \frac{\beta_c \cdot L}{D}. \quad (4)$$

У схожих точках подібних систем критерій Нуссельта однаковий $Nu = idem$. Рівність критеріїв Nu виражає подібність перенесення речовини на границі фази цих систем.

Дифузійний критерій Нуссельта є аналогом теплообмінного критерію Біо ($Bi = \alpha/\lambda R$). У критерії Nu коефіцієнт масовіддачі є мірою інтенсивності сумісного перенесення речовини (аналог коефіцієнта тепловіддачі – α), а інтенсивність перенесення молекулярною дифузією визначається коефіцієнтом D (аналог коефіцієнта теплопровідності – λ). Таким чином, критерій Нуссельта Nu виражає відношення інтенсивності перенесення в ядрі фази до інтенсивності перенесення молекулярною дифузією в приграничному підшарі.

Для розгляду подібності процесів перенесення в ядрі фази використовуємо диференційне рівняння конвективної дифузії. Для одномірного потоку маси в напрямку, наприклад осі X , перпендикулярно поверхні контакту фази:

$$\frac{\partial C}{\partial \tau} + \omega_x \cdot \frac{\partial C}{\partial x} = D \cdot \frac{\partial^2 C}{\partial x^2}. \quad (5)$$

Член $\frac{\partial C}{\partial \tau}$ відображає зміну концентрації в часі, тобто неусталений характер процесу. Член $\omega_x \cdot \frac{\partial C}{\partial x}$ характеризує розподіл концентрації, обумовлений

конвективним перенесенням, а член $D \cdot \frac{\partial^2 C}{\partial x^2}$ – розподіл концентрації за рахунок молекулярної дифузії.

Замінімо члени рівняння (5) такими величинами:

$$\frac{\partial C}{\partial \tau} \rightarrow \frac{C}{\tau}; \quad \omega_x \cdot \frac{\partial C}{\partial x} \rightarrow \omega_x \frac{C}{x}; \quad D \cdot \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} \rightarrow D \cdot \frac{C}{L^2}.$$

Виконаємо деякі перетворення і при цьому отримаємо безрозмірний комплекс величин

$$\frac{\tau \cdot D}{R^2} = F_0 \cdot \frac{L^2}{\tau \cdot D} = \frac{1}{F_0} \text{ звідки } F_0 = \frac{\tau \cdot D}{L^2}, \quad (6)$$

який має назву дифузійного критерію Фур'є.

Рівність критеріїв F_0 у відповідних точках систем – необхідна умова нестационарних процесів масовіддачі. Ця рівність характеризує сталість відношення зміни концентрації в часі до зміни концентрації, внаслідок чисто молекулярного процесу перенесення. Дифузійний критерій Фур'є є аналогом теплообмінного критерію Фур'є ($F_0 = a\tau R^2$). У критерії F_0 величина D є аналогом коефіцієнта температуропровідності – a .

Відношення другої складової лівої частини рівняння (5) до його правої частини є безрозмірним комплексом величин, відомий під назвою дифузійного критерію Пекле Pe :

$$Pe = \frac{\omega \cdot L}{D}.$$

Критерій Pe виражає міру відношення маси речовини, яка переміщується шляхом конвективного перенесення і молекулярної дифузії у відповідних точках подібних систем.

Подібність розподілення концентрацій і одночасно подібність швидкостей у потоках дотримується в загальному випадку у таких умовах:

$$F_0 = \frac{\tau \cdot D}{L^2} = idem; \quad Pe = \frac{\omega \cdot L}{D} = idem; \quad Re = \frac{\omega \cdot L}{\nu} = idem.$$

У багатьох випадках замість критерію Pe використовують відношення критеріїв Pe і Re , що є дифузійним критерієм подібності Прандтля (Шмідта).

$$Pr = \frac{Pe}{Re} = \frac{\omega \cdot L}{D} \cdot \frac{\nu}{\omega \cdot L} = \frac{\nu}{D} = \frac{\mu}{\rho \cdot D}. \quad (8)$$

У критерії Прандтля (Pr) входять тільки величини, які відображають фізичні властивості потоку. Таким чином, цей критерій формально виражає постійність відношення фізичних властивостей рідини (газу) у відповідних точках подібних потоків. Однак його фізичний зміст глибший, тому що в'язкістю (ν) визначається (за інших однакових умов) профіль швидкостей в потоці, а від величини дифузії – D (у кінцевому рахунку) залежить розподіл концентрацій. Тому критерій Pr можна розглядати як міру подібності профілів швидкості і концентрації в процесах масовіддачі.

Для $Pr = \nu/D = 1$ товщина дифузійного підшару дорівнює товщині гідродинамічного ламінарного підшару.

Необхідною умовою подібності процесів масовіддачі є дотримання гідродинамічної подібності, яке вимагає, щоб в точках подібних потоків були однакові не тільки критерії Рейнольдса, але і критерії Фруда. Критерій Фруда часто буває вигідно замінити (подібно заміні Pe та Re) критерієм Галілея, в який не входить швидкість потоку:

$$Ga = \frac{Re^2}{Fr} = \left(\frac{\omega \cdot L \cdot \rho}{\mu} \right)^2 / \left(\frac{\omega^2}{L \cdot g} \right) = g \cdot \frac{L^3}{\nu^2}. \quad (9)$$

При подібності процесів перенесення маси повинна дотримуватися також геометрична подібність, яка виражається рівністю симплексів $\Gamma_1, \Gamma_2, \dots, \Gamma_n$, що є відношеннями характеристик геометричних розмірів $\Gamma_1, \Gamma_2, \dots, \Gamma_n$ до деякого значення розміру L_0 .

Як правило, визначуваною величиною в розрахунках масовіддачі є коефіцієнт масовіддачі β , значення якого знаходять з критерію Nu . Відповідно цей критерій можна вважати визначуваним.

Деревина належить до класу капілярно пористих колоїдних матеріалів. У теорії сушіння деревини коефіцієнт дифузії (D) виражають через коефіцієнт вологопровідності (a). Визначити величину масообмінного критерію Нуссельта можна тільки експериментальним шляхом з кривих сушіння та кривих швидкості сушіння. За експериментальними даними потрібно визначити швидкість сушіння ($dW/d\tau$), градієнт вологості матеріалу по товщині (dW/dx), градієнт приповерхневої вологості матеріалу ($W_{нов} - W_p$), характерний розмір матеріалу – R .

Коефіцієнт вологопровідності ($a, m^2/c$) визначають за формулою

$$a_i = \frac{R \cdot \frac{dW}{d\tau}}{\frac{dW}{dx}}, \quad (10)$$

а коефіцієнт масовіддачі (вологовіддачі поверхні матеріалу) – за формулою

$$\beta = \frac{R \cdot \frac{dW}{d\tau}}{W_{нов} - W_p} \quad (11)$$

Загальна функціональна залежність Nu від визначальних критеріїв і симплексів подібності для нестационарних процесів масовіддачі може бути виражена як

$$Nu = f(F'o, P'e, Re, Fr, \Gamma_1, \Gamma_2, \dots), \quad (12)$$

або за іншої комбінації визначальних критеріїв подібності

$$Nu = f(F'o, P'e, Pr, Ga, \Gamma_1, \Gamma_2, \dots). \quad (13)$$

Аналізуючи експериментальні дані процесів сушіння деревини часто зустрічаються з випадками, коли масообмінний Критерій Пекле має дуже великі значення ($> 1 \cdot 10^6$), тобто $P'e \rightarrow \infty$. Тоді даний критерій можна вилучити із рівняння. Так само і критерій Фруда можна вилучити із розгляду, якщо швидкість

руху повітря є більшою за 0,5 м/с, тобто сили земного тяжіння не відіграють істотної ролі у русі повітря.

Таким чином, залежність (12) можна представити у наступному вигляді

$$\frac{\beta \cdot R}{a} = A \cdot \left(\frac{a' \cdot \tau}{R^2} \right)^n \cdot \left(\frac{\omega \cdot L}{\nu} \right)^m \cdot \left(\frac{L_1}{L_0} \right)^k \cdot \left(\frac{L_2}{L_0} \right)^f. \quad (14)$$

Розрахункову залежність (14) називають узагальненим або критеріальним рівнянням масопередачі. Числові значення коефіцієнта A і показників степенів n, m, k, f знаходять обробкою експериментальних даних.

Висновки. Використовуючи методи теорії подібності, знайдено зв'язок між змінними, які характеризують процес перенесення маси у вигляді критеріального рівняння масовіддачі. Для розгляду процесів перенесення маси використано рівняння молекулярної дифузії для одомірного потоку маси. Знайдено вирази масообмінних критеріїв Нуссельта (Шервуда), Фур'є і Пекле. У цілому отримане узагальнене рівняння є фізико-математичною моделлю масовіддачі (14), яка характеризує залежність між змінними величинами: коефіцієнтів вологообміну, вологопровідності, тривалості процесу, швидкості циркуляції повітря і його параметрів, виражених через кінетичну в'язкість.

Література

1. Лабай В.Й. Тепломасообмін : підручник. – Львів. : Вид-во "Триада-Плюс", 1998. – 260 с.
2. Білей П.В. Теоретичні основи теплової обробки і сушіння деревини : монографія. – Коломия. : Вид-во "Вік", 2005. – 364 с.
3. Білей П.В. Тепломасообмінні процеси деревообробки : підручник / П.В. Білей, І.В. Петришак, І.А. Соколовський, Л.Я. Сорока. – Львів : Вид-во ЗУКЦ, 2013. – 376 с.

Лабай В.И., Кулешник Я.Ф. Использование массообменных критериев для описания физических явлений процесса сушки

Использованы методы теории подобия для описания связи между действительными величинами, которые характеризуют перенос массы в процессе сушки капиллярнопористых коллоидных материалов. По результатам анализа уравнений переноса массы путем молекулярной диффузии найдены выражения массообменных критериев Нуссельта, Фурье и Пекле. Синтезирована физико-математическая модель в виде обобщенного уравнения массоотдачи, которая описывает зависимость между такими величинами: коэффициентами влагообмена и влагопроводности, длительности сушки и параметрами среды.

Ключевые слова: теория подобности, распределение концентрации, массоотдача, критеріальні рівняння.

Labay V.Y., Kuleshnyk J.F. Using the Mass Transfer Criteria to Describe Physical Phenomena of Drying Process

The methods of similitude are used to describe the relation between the actual values that characterize mass transfer during capillary porous colloidal material drying process. The analysis of the equations of mass transfer by molecular diffusion results the Nusselt, Fourier and Peple mass transfer criteria. Physical and mathematical model of a generalized mass transfer equation is synthesized. This model describes the relationship between variables such as moisture exchange and moisture transfer coefficients, duration of drying process and environment parameters.

Key words: theory of similitude, moisture exchange criteria, moisture transfer, molecular diffusion, the distribution of concentration, mass return, criteria equations.