

ОПРЕДЕЛЕНИЕ УСРЕДНЕННЫХ СТАТИСТИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ГРАНУЛОМЕТРИЧЕСКОГО СОСТАВА ДИСПЕРСНЫХ МАТЕРИАЛОВ

В связи с тем, что использовать для сравнения по степени дисперсности двух и более материалов законы распределения либо их параметры крайне неудобно, произведен поиск обобщающих характеристик, при помощи которых можно оценить степени дисперсности группы материалов. Для достижения этой цели определены усредненные статистические характеристики их гранулометрического состава. Путем математических операций окончательно получена формула расчета среднестатистической характеристики для данного случая. Полученные в ходе исследования выражения показывают, как с достаточной объективностью подходить к выбору формулы для исчисления среднестатистической характеристики исследуемого сыпучего материала.

Ключевые слова: гранулометрический состав, дисперсный материал, статистическая характеристика, смесь частиц.

Постановка проблемы. Исследования, в которых объектом служат дисперсные материалы, немислимы без оценки их состава. Однако пользоваться для сравнения по степени дисперсности двух либо более материалов законами распределения, либо их параметрами крайне неудобно. Поэтому вполне закономерен поиск обобщающих характеристик, при помощи которых можно было бы оценить и сравнить степени дисперсности группы материалов. Обоснование выбора обобщающей статистической характеристики особенно необходимо при разработке преобразователей, основанных на интегральных методах анализа гранулометрического состава.

Цель исследования. В связи с вышеизложенным, целью нашей работы является поиск математических выражений для определения усредненных статистических характеристик гранулометрического состава дисперсных материалов.

Изложение основного материала. За характеристику дисперсности смеси частиц при этом часто принимают величину средневзвешенного диаметра [1], являющуюся по существу среднестатистической характеристикой распределения. Необходимость в такой усредненной характеристике ясна, т. к. она позволяет:

- дать упрощенное суммарное представление о крупности исследуемого материала;
- проводить математические операции, связанные с определением дисперсного состава смеси частиц.

Кроме того, эта характеристика является чисто статистической, которая, наряду с параметрами закона распределения, служит для описания статистической совокупности смеси частиц.

При выводе формул, в которые входят соотношения, явно зависящие от дисперсного состава, мы по необходимости должны характеризовать этот состав со стороны крупности единой линейной величиной – средневзвешенным диаметром. В этом случае мы производим усреднение, т. е. заменяем реальный набор частот разной крупности гипотетическим усредненным набором частот, имеющим один и тот же линейный размер. Степень измельчения можно опре-

делить отношением средневзвешенных диаметров материала до и после измельчения. Если рассматривать определение средневзвешенного диаметра с точки зрения математической статистики, то это будет "обобщающая количественная характеристика совокупности однотипных явлений по варьирующему признаку".

Средневзвешенные диаметры исчисляются преимущественно по формулам статистических средних, среди которых различают: арифметическую, геометрическую, гармоническую, квадратическую, кубическую, степенную и т. д. Выбор одного из перечисленных видов средних для исчисления величины средневзвешенного диаметра должен производиться не произвольно, а в зависимости от особенностей изучаемого процесса и от цели, для которой исчисляют среднее значение.

Выражение "средневзвешенный диаметр" недостаточно отражает сущность обобщенной статистической характеристики исследуемой совокупности. Наиболее приемлемо, по-видимому, будет характеризовать сыпучую среду теми или иными начальными моментами, которые в какой-то мере характеризуют статистическую совокупность смеси частиц различных размеров. При этом необходимо заметить, что выбор момента зависит как от степени независимой переменной, так и от того, какое выбрано распределение (численное, весовое, распределение поверхности и т. д.).

Обозначим $f_1(l)$ кониометрическую плотность вероятности, тогда $F_1(l)$ будет кониометрическая функция распределения, соответственно $f_2(l)$ и $F_2(l)$ будут характеристиками распределения поверхностей, а $f_3(l)$ и $F_3(l)$ – гравиметрическими характеристиками.

В общем случае дисперсный состав сыпучей среды можно охарактеризовать либо плотностью вероятности распределения $f_a(l)$, либо функцией распределения $F_a(l)$, здесь a принимает значения $a = 1, 2, 3 \dots$

Назовем начальным моментом степени a , k выражение

$$M_{a,k} = k \cdot f_a(l)dl. \quad (1)$$

Приняв такое обозначение, можно записать набор моментов, имеющих определенный физический смысл для гранулометрии:

$$M_{0,1} = \int_0^{\infty} f_1(l)dl; \quad (2)$$

условие нормирования кониометрического распределения;

$$M_{1,1} = \int_0^{\infty} l f_1(l)dl; \quad (3)$$

математическое ожидание кониометрического распределения;

$$M_{2,1} = \int_0^{\infty} l^2 f_1(l)dl; \quad (4)$$

среднее значение, пропорциональное средней поверхности частицы совокупности для кониометрического распределения;

$$M_{3,1} = \int_0^{\infty} l^3 f_1(l)dl; \quad (5)$$

среднее значение, пропорциональное среднему объему частицы совокупности для кониометрического распределения;

$$M_{0,2} = \int_0^{\infty} f_2(l)dl; \quad (6)$$

условие нормирования распределения поверхности частиц;

$$M_{1,2} = \int_0^{\infty} lf_2(l)dl; \quad (7)$$

математическое ожидание распределения поверхностей и т. д.

Понятие среднестатистической характеристики совокупности частиц попробуем дать, исходя из определения "средней", данного в работе [2].

Пусть дана совокупность размеров частиц C_i с общим числом n членов (частиц), характеризуемая линейными размерами:

$$l_1, l_2, l_3, \dots, l_{n-1}, l_n, \quad (8)$$

среди которых могут быть и повторяющиеся. Назовем определяющим свойством "А" исследуемой совокупности такое свойство, которое должно быть сохранено при замене реальной совокупности на идеальную с числом членов n , характеризующуюся среднестатистическим линейными размерами $M_{a,k}$. О вытекает, что при усреднении необходимо выбрать такую формулу для исчисления $M_{a,k}$, чтобы при этом в усредняемой смеси сохранилось количественно неизменным интересующее нас свойство. Характер этого свойства и вид функциональной зависимости его от гранулометрического состава определит вид искомой формулы, которая должна также иметь и ясный физический смысл.

Если точно установлено определяющее свойство, которое необходимо сохранить при усреднении, то принципиально задача определения среднестатистической характеристики решается просто: выбранное определяющее свойство выражают, с одной стороны, определяющей функцией $G(l)$, где под l понимаем ранее определенную статистическую совокупность размеров частиц C_i , и с другой стороны, той же функцией $G(M_{a,k})$ от искомого параметра.

Определяющее свойство должно при усреднении остаться неизменным, следовательно,

$$G(l) = G(M_{a,k}). \quad (9)$$

Решая это исходное уравнение относительно $M_{a,k}$, получаем для данного конкретного случая формулу исчисления средневзвешенной статистической характеристики. Покажем это на конкретных примерах.

Известно [3], что поглощение энергии ионизирующего излучения сыпучими материалами в основном определяется объемной массой материала, которая, в свою очередь, тесно связана с гранулометрическим составом.

Объемная масса сыпучего материала определяется по формуле

$$\rho_0 = \frac{\rho \cdot V_{\Sigma}}{W} = \frac{\rho \sum_{i=1}^n V_i}{W} \quad (10)$$

где: V_i – объем, занятый частицами в засыпке; ρ – плотность материала частиц; W – объем засыпки; n – число частиц в засыпке; $i = 1, 2, 3, \dots$; V_i – объем i -ой частицы сыпучего материала в засыпке.

Определяющим свойством совокупности частиц, которое необходимо сохранить при усреднении¹, будет:

$$\rho_{op} = \rho_{oi}, \quad (11)$$

где: ρ_{op} – объемная масса реального сыпучего материала; ρ_{oi} – объемная масса идеального сыпучего материала.

А это возможно только в том случае, если определяющая функция будет иметь вид:

$$\frac{\rho \sum_{i=1}^n V_i}{W} = \frac{\rho \cdot M_{a,k} \cdot n}{W}. \quad (12)$$

Решая уравнение (12) относительно $M_{a,k}$, получаем с учетом выражения (5) формулу для исчисления среднестатистической характеристики

$$M_{a,k} = \frac{\sum_{i=1}^n V_i}{W} = M_{3,1} \quad (13)$$

В случае шаровой формы частиц либо близкой к шару (эта близость может быть приблизительно определена коэффициентом формы g), объем i -ой частицы определится по формуле

$$V_i = \frac{\pi}{6} \cdot g \cdot l_i^3, \quad (14)$$

где l_i – эквивалентный диаметр i -ой частицы.

Тогда с учетом всех вышеприведенных рассуждений объемная масса сыпучего материала определяется по формуле

$$\rho_0 = \frac{\rho \cdot V_{cp}}{W}, \quad (15)$$

где $V_{cp} = W / n$ – средний объем, приходящийся на одну частицу с учетом пустот.

Либо при переходе к линейным размерам:

$$\rho_0 = \frac{\pi}{6} \cdot g \cdot l_i^3. \quad (16)$$

Если же для определения усредненного параметра совокупности частиц используется метод возбуждения вторичного излучения в сыпучем материале [4], то тогда, при определяющем свойстве сохранения неизменной суммарной поверхности частиц в совокупности, определяющая функция будет иметь вид:

$$n = \frac{\sum_{i=1}^n Q_i \cdot n_i}{M_{a,k}}, \quad (17)$$

где: Q_i – поверхность i -ой частицы (диаметром l_i), определяемая по формуле

$$Q_i = \pi \cdot g \cdot l_i^2. \quad (18)$$

И окончательно получаем с учетом выражения (4) формулу расчета среднестатистической характеристики для данного случая

¹ под усреднением при этом, как мы договорились заранее, мы будем понимать замену реального сыпучего материала с объемной массой ρ_{op} идеальным, у которого все частицы имеют одинаковый объем и объемную массу ρ_{oi} .

$$M_{a,k} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n Q_i \cdot n_i = M_{2,1}; \quad (19)$$

либо

$$M_{2,1} = \frac{\pi \cdot g}{n} \sum_{i=1}^n l_i^2 \cdot n_i. \quad (20)$$

Таким образом, полученные выражения вида (15) и (20) показывают, как с достаточной объективностью подходит к выбору формулы для исчисления среднестатистической характеристики исследуемого сыпучего материала.

Литература

1. Андреев С.Е. Закономерности измельчения и исчисления характеристик дисперсного состава / С.Е. Андреев и др. – М. : Изд-во "Метиздат", 1959. – 520 с.
2. Романовский Р.А. Математическая статистика / Р.А. Романовский. – М. : Гостеортехиздат, 1938. – 426 с.
3. Brion K.G.J. Sci Instruments / K.G.J. Brion. – 1985. – Vol. 42. – 817 p.
4. Шабаяев А.Н. Исследование рентгеновского метода контроля гранулометрического состава дисперсных сред / А.Н. Шабаяев // Расчет, конструирование и производство источников тока : науч. сборник. – М., 1995. – С. 236-238.

Шабаяев О.М. Визначення усереднених статистичних характеристик гранулометричного складу дисперсних матеріалів

У зв'язку з тим, що застосовувати для порівняння за ступенем дисперсності двох і більше матеріалів закони розподілу чи їх параметри дуже незручно, здійснено пошук узагальнюючих характеристик, за допомогою яких можна оцінити ступінь дисперсності групи матеріалів. Для досягнення цієї мети визначено усереднені статистичні характеристики гранулометричного складу дисперсних матеріалів. Шляхом математичних операцій остаточно була отримана формула розрахунку середньостатистичної характеристики для цього випадку. Отримані в ході дослідження вирази показують, як із достатньою об'єктивністю підходити до вибору формули для обчислення середньостатистичної характеристики досліджуваного сипучого матеріалу.

Ключові слова: гранулометричний склад, дисперсний матеріал, статистична характеристика, суміш частинок.

Shabaev A.N. The Determination of the Averaged Statistical Characteristics of the Granulometric Content of Dispersive Materials

The average statistical characteristics of the granulometric content of the dispersive materials were determined. By means of the mathematical operations the final formula of calculation of the average statistical characteristics for this case was received. The expressions obtained in the course of study show how to make enough objective selection of the formula for calculation of the average statistical characteristics of the studied granular material.

Key words: granulometric content, dispersive material, statistic characteristic, mixture of particles.

6. ОСВІТЯНСЬКІ ПРОБЛЕМИ ВИЩОЇ ШКОЛИ

УДК 330.342:303.725.2

Доц. Я.В. Кульчицький, д-р екон. наук –
НЛТУ України, м. Львів

ПАНОРАМА СВІТОВОЇ ЕКОНОМІЧНОЇ ЕВОЛЮЦІЇ У НАУКОВОМУ ДИСКУРСІ М. ТУГАН-БАРАНОВСЬКОГО

Проаналізовано концепцію еволюції економічних систем у науковій творчості М. Туган-Барановського. На основі всебічного аналізу праць українського вченого розкрито його погляди на проблеми трактування змісту і типів економічних систем. Зокрема висвітлено ідеї дослідника про подальший розвиток і перспективи капіталістичної економічної системи та її рух до досконалого типу систем, необхідність державного регулювання ринкових економічних систем, концепцію духовних чинників трансформації економічних систем. Вітчизняний учений обґрунтовує ідею зростаючої ролі психологічних чинників суспільного розвитку та піддає переконливій критиці марксистську економічну теорію. Він відкидає класовий підхід, за яким постійна боротьба суспільних класів є рушійною силою розвитку економічних систем і самого прогресу в найширшому розумінні. Натомість запропоновано розглядати людину як вищу цінність і мету суспільного виробництва та можливість створення у майбутньому нової політичної економії, яка відображала б інтереси людини поза класовою структурою суспільства. Висловлено думку про актуальність та конструктивність ідей видатного українського економіста світової слави М. Туган-Барановського на порозі третього тисячоліття.

Ключові слова: економічні системи, еволюція, методологія, ідеї гуманізму, духовні чинники еволюції економічних систем, інформаційне суспільство, посилення євроінтеграційних процесів.

Вступ. Значну увагу М. Туган-Барановський приділив проблемі трансформації економічних систем та ролі у цьому духовних чинників економічного розвитку, що є неocenним внеском до скарбниці світової економічної думки і має важливе значення для економічної науки ХХІ ст. [3, 4]. Розкриваючи проблему економічних систем, М. Туган-Барановський обґрунтував свій погляд на проблему їх типологізації. При цьому основним критерієм типологізації систем учений вважає "...взаємне відношення суспільних груп, що складають частину суспільного цілого" [5, с. 152]. Економічні системи він насамперед поділяє на дві "...обширні групи: 1) гармонійні і 2) антагоністичні. У гармонійних господарських системах інтереси окремих господарств не знаходяться в неминучій суперечності один з одним; навпаки, така суперечність характерна для антагоністичних систем" [5, с. 152]. Обґрунтовуючи конкретні типи гармонійних та антагоністичних систем, М. Туган-Барановський зазначає: "Група гармонійних господарських систем може бути поділена на три наступні: 1) первісне господарство, яке здебільшого не знало приватної власності на засоби виробництва і майже не знало обміну; 2) товарне господарство дрібних самостійних виробників; 3) поки що неіснуюче соціалістичне господарство, при якому засоби виробництва будуть належати широким групам виробників. Група антагоністичних господарських систем також складається із трьох систем: 1) рабського господарства, при якому робітник є власністю власника засобів виробництва; 2) кріпосного, при якому власники засобів виробництва мають право на працю робіт-