

7. Швайка О.М. Показники якості і захисту довкілля та їх інструментарій / О.М. Швайка // Науковий вісник НЛТУ України : зб. наук.-техн. праць. – Львів : РВВ НЛТУ України. – 2013. – Вип. 23.15. – С. 124-129.

Швайка А.Н. Значение эколого-статистической информации в формировании системы показателей экологизации производственной деятельности промышленных предприятий

Рассмотрено использование эколого-статистической информации при формировании системы показателей экологизации промышленных предприятий. Приведена методика расчета эколого-экономических показателей при экологизации производственной деятельности промышленных предприятий. Сформированная система экологически экономических показателей должна учитываться предприятием при формировании стратегии развития для оптимального сочетания экономических и экологических целей путем определения и уменьшения угроз и использования собственных возможностей для обеспечения эффективного функционирования.

Ключевые слова: эколого-статистическая информация, система показателей, экологизация, предприятие, охрана окружающей среды.

Shvayka O.M. The Role of Ecological Statistic Information in Forming the Ecological Indexes System of Industrial Enterprises Activity

The ecological statistic information that is used in forming the ecological indexes system of industrial enterprises is considered. Also we propose the method for calculation of ecological and economic indexes during the ecologization of industrial enterprises activity. The system of ecologically economic indexes that was created must be taken into account by enterprise at formation of strategy development for optimal combination of economic and ecological aims by determination and reduction of threats and using own possibilities for providing the effective functioning.

Keywords: ecological and economic information, index system, ecologization, enterprise, environmental protection.

3. ТЕХНОЛОГІЯ ТА УСТАТКУВАННЯ ЛІСОВИРОБНИЧОГО КОМПЛЕКСУ

УДК 674.047:004.94

Проф. Я.І. Соколовський, д-р техн. наук;
асист. Ю.В. Прусак – НЛТУ України, м. Львів

МОДЕЛЮВАННЯ В'ЯЗКОПРУЖНОГО СТАНУ ДЕРЕВИНИ У ПРОЦЕСІ СУШІННЯ З УРАХУВАННЯМ АНІЗОТРОПІЇ ТЕПЛОМЕХАНІЧНИХ ВЛАСТИВОСТЕЙ

Сформульовано математичну модель пружнов'язкопластичних деформацій деревини у процесі сушіння, яка враховує пластичні деформації, деформації, зумовлені механіко-сорбційною повзучістю та анізотропією механічних характеристик матеріалу, а також дає змогу визначити двомірний напружено-деформований стан в умовах неізотермічного вологоперенесення. Побудовано алгоритми методом скінченних елементів для в'язкопружної і пружнопластичної області деформування капілярно-пористих матеріалів у процесі сушіння. Внаслідок обчислювальних експериментів, проведених з використанням розроблених прикладних програмних засобів, встановлено закономірності впливу анізотропії теплофізичних і механічних характеристик деревини, її початкової вологості на зміну двомірному температурно-вологісному і пружнов'язкопластичному стану деревини під час конвективного сушіння.

Ключові слова: деревина, конвективне сушіння, математична модель, метод скінченних елементів, тепломасоперенесення, пружнов'язкопластичний стан.

Актуальність дослідження. Сушіння капілярно-пористих матеріалів широко використовується у різних галузях промисловості й потребує значних енергетичних, часових і матеріальних затрат. Тому підвищення енерго- і ресурсозбереження за умови збереження необхідної якості продукції є важливою задачею. У цьому аспекті перспективним шляхом вирішення цієї проблеми є розроблення математичних моделей і методів дослідження процесів тепломасоперенесення та деформування капілярно-пористих матеріалів у процесі сушіння, які дають змогу прогнозувати якість готової продукції та підвищувати ефективність розроблення обладнання для забезпечення заданої ефективності. Вирішення цієї проблеми ускладнюється тим, деревина належить до класу фізично-нелінійних гідрофільних полімерів, які характеризуються значною мінливістю структурних і механічних властивостей та криволінійною анізотропією.

Аналіз наявних результатів. На сьогодні побудовано двовимірні математичні моделі пружного і в'язкопружного деформування деревини [1-3]. Застосування числових методів дало змогу розв'язати двовимірні задачі розрахунку напружень в об'ємі висушеної деревини у рамках теорії в'язкопружності [3, 4]. У рамках підходів моделювання багатофазних середовищ, зокрема з фрактальною структурою, у [5, 6] отримано систему рівнянь тепломасоперенесення з урахуванням масових перетворень та всихання вологих матеріалів у процесі сушіння. Однак дотепер недостатньо висвітлено питання встановлення залежностей компонентів напружено-деформованого стану капілярно-пористих матеріалів з урахуванням анізотропії тепломеханічних властивостей у радіальному, тангентальному та повздожньому напрямках, зумовлених зокрема орієнтацією річних

шарів та конічністю форми колоди. Тому метою цієї роботи є обґрунтування фізично коректної математичної моделі та чисельних методів розрахунку неізотермічного волого- і теплоперенесення двовимірного в'язкопружного деформування деревини у процесі сушіння з урахуванням анізотропії тепломеханічних характеристик, залежних від неоднорідної структури деревини.

Математична модель тепломасоперенесення та алгоритм числової реалізації. Напружено-деформівний стан пиломатеріалів у процесі сушіння істотно залежить від анізотропії теплофізичних і механічних властивостей деревини. Для врахування цього факту досліджено компоненти напружень у пиломатеріалах з різними тепломеханічними властивостями у радіальному і тангентальному напрямках. Розташування таких пиломатеріалів для поперечного перетину колоди зумовлене циліндричною орієнтацією деревних волокон, що спричиняє анізотропію пружних, в'язкопружних характеристик та коефіцієнтів всихання перед розпилюванням.

Для моделювання тепломасоперенесення з урахуванням анізотропії у процесі конвективного сушіння деревини математична модель описується диференціальними рівняннями:

$$\frac{\partial U}{\partial \tau} = a_m \frac{\partial^2 U}{\partial r^2} + \frac{a_m}{r} \frac{\partial U}{\partial r} + a_m \frac{\partial^2 U}{\partial l^2}; \quad (1)$$

$$\rho_0 c \frac{\partial T}{\partial \tau} = \lambda_1 \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{\lambda_1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} + \lambda_1 \frac{\partial^2 T}{\partial l^2} + \varepsilon r_c \rho_0 \frac{\partial U}{\partial \tau}.$$

Початкові умови: $T|_{\tau=0} = T_0; U|_{\tau=0} = U_0.$ (2)

Для реалізації математичної моделі використовують такі граничні умови:

$$\lambda_i \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x_i=l_i} + \rho_0(1-\varepsilon)\beta_i(U|_{x_i=l_i} - U_p) = \alpha_i(t_c - T|_{x_i=l_i}); \quad \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x_i=0} = 0; \quad (3)$$

$$\left(a_i \frac{\partial U}{\partial x} + a_i \delta \frac{\partial T}{\partial x} \right) \Big|_{x_i=l_i} = \beta_i(U_p - U|_{x_i=l_i}); \quad \left(\alpha_i \frac{\partial U}{\partial x} + \alpha_i \delta \frac{\partial T}{\partial x} \right) \Big|_{x_i=0} = 0, \quad i = 1, 2,$$

де: $T_0(x_1, x_2), U_0(x_1, x_2)$ – початкові розподіли температури та вмісту вологи у матеріалі; $u_p(T, \phi)$ – рівноважна вологість; $c(T, U)$ – теплоємність; $\rho(U)$ – густина; $\lambda_1(T, U), \lambda_2(T, U)$ – коефіцієнти теплопровідності у напрямках анізотропії; ε – коефіцієнт фазового переходу; ρ_0 – базисна густина; r – питома теплота пароутворення; $\delta(T, U)$ – термоградієнтний коефіцієнт; $a_1(T, U), a_2(T, U)$ – коефіцієнти вологопровідності у напрямках анізотропії; $\alpha_1(t_c, v), \alpha_2(t_c, v)$ – коефіцієнти теплообміну та $\beta_1(t_c, \phi, v), \beta_2(t_c, \phi, v)$ – коефіцієнти вологообміну, які залежать від t_c, ϕ та v – температури середовища, відносної вологості повітря та швидкості руху агента сушіння відповідно.

Для чисельної реалізації математичної моделі використано метод скінченних елементів [14]. Для цього отримане еквівалентне варіаційне формулювання моделі [1, 4] з допущенням, що змінну вологовмісту у часі можна подати у вигляді суми складових, пов'язаних з потоком масоперенесення, зумовленим градієнтом вологовмісту і температури. Тоді функціонали для рівнянь (1)-(3) з крайовими умовами мають вигляд:

$$\Omega_1 = \int_V \frac{1}{2} \left\{ a_m \left(\frac{\partial \{U\}}{\partial r} \right)^2 + a_m \left(\frac{\partial \{U\}}{\partial l} \right)^2 + 2 \frac{\partial \{U\}}{\partial \tau} \{U\} \right\} dV + \int_S \frac{\beta}{2} (U - U_p)^2 dS; \quad (4)$$

$$\Omega_2 = \int_V \left(\frac{\lambda}{2} \left(\frac{\partial \{T\}}{\partial r} \right)^2 + \lambda \left(\frac{\partial \{T\}}{\partial l} \right)^2 - 2 \varepsilon r_c \rho_0 \frac{\partial \{U\}}{\partial \tau} \{T\} + 2 \rho_0 c \frac{\partial \{T\}}{\partial t} \{T\} \right) dV + \int_S \alpha (T - T_0)^2 dS,$$

де: $U_p = U_p(T_c, \phi)$ – рівноважний вологовміст; T_c, ϕ – температура і відносна вологість середовища; V – загальний об'єм колоди; S – площа поверхні.

Згідно з концепцією МСЕ знаходження невідомих векторів температури $\{T\}$ і вологості $\{U\}$ зводиться до мінімізації функціоналів Ω_1 і Ω_2 . Інтегрування у (4) здійснюється за окремими елементами дискретизації області. Останні описуються матричною величиною функцій формули $[N^{(l)}]$ кожного елемента розбиття:

$$\{U^{(l)}\} = [N^{(l)}] \{U\}; \quad \{T^{(l)}\} = [N^{(l)}] \{T\}. \quad (5)$$

Кінцева система матричних рівнянь для скінченно-елементної реалізації математичної моделі має такий вигляд:

$$[C] \frac{\partial \{U\}}{\partial \tau} + [K] \{U\} + \{F\} = 0; \quad [\bar{C}_1] \frac{\partial \{T\}}{\partial \tau} + [\bar{C}_2] \frac{\partial \{T\}}{\partial \tau} + [\bar{K}] \{T\} + \{\bar{F}\} = 0, \quad (6)$$

де: $[C], [K], [\bar{C}_1], [\bar{C}_2], [\bar{K}]$ – матриці теплофізичних властивостей деревини та демпфування; $\{F\}, \{\bar{F}\}$ – вектори навантажень.

Для отримання значень $\{U\}$ і $\{T\}$ у кожній точці часового інтервалу використано метод скінченних різниць. Тоді чисельне розв'язання диференціальних рівнянь зводиться до розв'язання системи рівнянь вилу:

$$([C] + 0,5\Delta\tau[K])\{U\}_{i+1} = ([C] - 0,5\Delta\tau[K])\{U\}_i + \Delta\tau\{F\};$$

$$([\bar{C}_1] + 0,5\Delta\tau[\bar{K}])\{T\}_{i+1} = ([\bar{C}_2] - 0,5\Delta\tau[\bar{K}])\{T\}_i + \Delta\tau\{\bar{F}\} + \varepsilon r_c \rho_0 \{F\} - 0,5 \varepsilon r_c \rho_0 [K] (\{U\}_{i+1} + \{U\}_i),$$

де: $\Delta\tau$ – крок дискретизації за часом, i – номер ітераційного процесу.

Математична модель деформування та алгоритм числової реалізації. Загальну деформацію деревини у процесі сушіння представимо у вигляді суми пружної ε_p , в'язкопружної ε_B , механіко-сорбційної деформації ε_m та деформації, зумовленої всиханням ε_w :

$$\varepsilon = \varepsilon_p + \varepsilon_B + \varepsilon_m + \varepsilon_w. \quad (7)$$

Для моделювання пружної деформації скористаємось законом Гука з урахуванням ортотропної анізотропії у матричній формі:

$$\{\varepsilon_p\} = [C] \{\sigma\}, \quad (8)$$

де: $[C]$ – матриця пружних характеристик деревини; E_l, E_r, E_t – модулі Юнга, $\{v_{ij}|i, j = (l, r, t)\}$ – коефіцієнти Пуасона та $\{G_{ij}|i, j = (l, r, t)\}$ – модулі зсуву у напрямках ортотропії відповідно, які у загальному випадку залежні від температури і вологості.

Вектори компонент напружень $\{\sigma\}$ та деформацій $\{\varepsilon_p\}$ мають вигляд:

$$\bar{\varepsilon}_{II} = [\varepsilon_l \ \varepsilon_r \ \varepsilon_t \ \gamma_{lr} \ \gamma_{lt} \ \gamma_{rt}]^T, \quad \bar{\sigma} = [\sigma_l \ \sigma_r \ \sigma_t \ \tau_{lr} \ \tau_{lt} \ \tau_{rt}]^T. \quad (9)$$

Вологісні деформації, зумовлені всиханням деревини у процесі видалення вологи, визначаються залежністю

$$\varepsilon_w = \beta \Delta U, \quad (10)$$

де ΔU – приріст вологовмісту. Вектор β має такий вигляд:

$$\beta = \{\beta_{l_x} \ \beta_{r_x} \ \beta_{t_x} \ 0_x \ 0_x \ 0_x\}^T, \quad (11)$$

де $\beta_{l_x}, \beta_{r_x}, \beta_{t_x}$ – залежні від вологості коефіцієнти всихання у напрямках анізотропії. Для моделювання механіко-сорбційних деформацій, зумовлених швидкістю зміни вологості, використано співвідношення (7), (8):

$$\{\varepsilon_m\} = [m] \left\{ \sigma \right\} \left| \frac{dU}{d\tau} \right|, \quad (12)$$

де $[m]$ – матриця коефіцієнтів механіко-сорбційних деформацій у напрямках ортотропії, які визначаються за експериментальними даними [8].

Моделювання в'язкопружних напружень та деформацій у деревині під час сушіння базується на законах усадки гігроскопічних матеріалів та інтегральних рівняннях спадкової теорії Больцмана-Вольтера і визначається за формулами:

$$\begin{aligned} \sigma_{ij}(\tau) = & C_{ij}(T, U) [\varepsilon_{11}(\tau) - \varepsilon_{Vi}] - C_{ij}(T, U) \int_0^\tau R_{11}(\tau - s, T, U) [\varepsilon_{11}(s) - \varepsilon_{Vi}] ds + \\ & + C_{ij}(T, U) [\varepsilon_{22}(\tau) - \varepsilon_{Vi}] - C_{ij}(T, U) \int_0^\tau R_{12}(\tau - s, T, U) [\varepsilon_{22}(s) - \varepsilon_{Vi}] ds. \end{aligned} \quad (13)$$

Функції реологічної поведінки деревини у процесі сушіння з урахуванням механізму накопичення незворотних деформацій вибираються у вигляді:

$$R(\tau) = \left[a_0 - \sum_{i=1}^M a_i \exp(-b_i \tau) \right] h(\tau) h(\tau_0 - \tau) - \left[a_0 - \sum_{i=1}^M \alpha_i \exp(-\beta_i (\tau - \tau_0)) \right] h(\tau - \tau_0), \quad (14)$$

де: $h(\tau)$ – функція Хевісайда, а невідомі коефіцієнти $a_i, b_i, \alpha_i, \beta_i$ визначено методом найменших квадратів на основі апроксимації експериментальних даних повзучості зразків деревини під навантаженням та після розвантаження [8, 9] та є функціями температури і вологості.

Для виведення визначальних співвідношень МСЕ для в'язкопружного формування деревини у процесі сушіння з урахуванням накопичення незворотних деформацій і механіко-сорбційних деформацій скористаємось варіаційним підходом. Для цього підготуємо варіаційне формулювання математичної моделі визначення в'язкопружного стану деревини у процесі сушіння. Повна енергія формування у в'язкопружному матеріалі визначається залежністю

$$\Omega = \frac{1}{2} \int_V \left(\{\varepsilon\}^T \{\sigma\} - \{\varepsilon_0\}^T \{\sigma\} \right) dV, \quad (15)$$

де V – об'єм матеріалу. Враховуючи закон Гука $\{\sigma\} = [C] \{\varepsilon\}$, то з урахуванням (7), можна записати:

$$\{\sigma\} = [C] \{\varepsilon\} = [C] \{\varepsilon\} - \{\sigma_0\}, \quad (16)$$

де $\{\sigma_0\} = [C] (\{\varepsilon_0\} - \{\varepsilon_M\})$.

Підставивши (16) у співвідношення (13), запишемо закон Больцмана-Вольтера з урахуванням механіко-сорбційних деформацій:

$$\{\sigma\} = [C] \{\varepsilon\} - [C] \{\varepsilon_T\} - [C] \{\varepsilon_M\} - [C] \int_0^\tau \left([R] \{\varepsilon\} - [R] \{\varepsilon_T\} - [R] \{\varepsilon_M\} \right) d\tau'. \quad (17)$$

Для дослідження впливу циліндричної анізотропії співвідношення (17) має бути перетворене від локальної системи координат (l, r, t) до системи координат (x, y, z) . Для подальших досліджень необхідно встановити зв'язок між локальною системою координат (l, r, t) і декартовою системою координат з урахуванням конічності форми колоди (рис. 1).

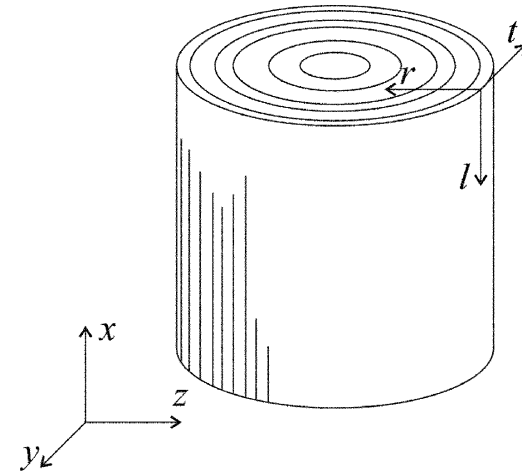


Рис. 1. Локальна (l, r, t) і декартова (x, y, z) системи координат

Спочатку встановимо зв'язок між координатами базисних векторів (i, j, k) системи координат (x, y, z) і базисних векторів (l_0, r_0, t_0) системи координат (l, r, t) на поверхні циліндра з центральною віссю. Зокрема, l_0 паралельний центральній вісі, r_0 перпендикулярний до поверхні циліндра, а t_0 є дотичним до поверхні циліндра. Координати довільної точки P на поверхні циліндра позначимо через (p_x, p_y, p_z) . Також через (b_x, b_y, b_z) і (c_x, c_y, c_z) позначимо координати точок B і C на бічних гранях циліндра (колоди деревини). Відповідно, позначимо через $\vec{P}, \vec{B}, \vec{C}$ вектори, які виходять з початку декартової системи координат і до точок P, B і C відповідно (рис. 2).

Тоді можемо записати, що:

$$P = p_x i + p_y j + p_z k; \quad B = b_x i + b_y j + b_z k; \quad C = c_x i + c_y j + c_z k. \quad (18)$$

Через N і S позначимо вектори $N = P - B$ і $S = C - B$. Запишемо одиничний вектор q для вектора S (вектор між основами циліндра) $q = S/|S|$. Позначимо через Q вектор, що є проекцією вектора N на центральну вісь циліндра. Тоді

маємо $Q = (N \cdot q) \cdot q$. Вектор R є перпендикулярний до центральної осі. Тоді можна записати, що $R = N - Q$.

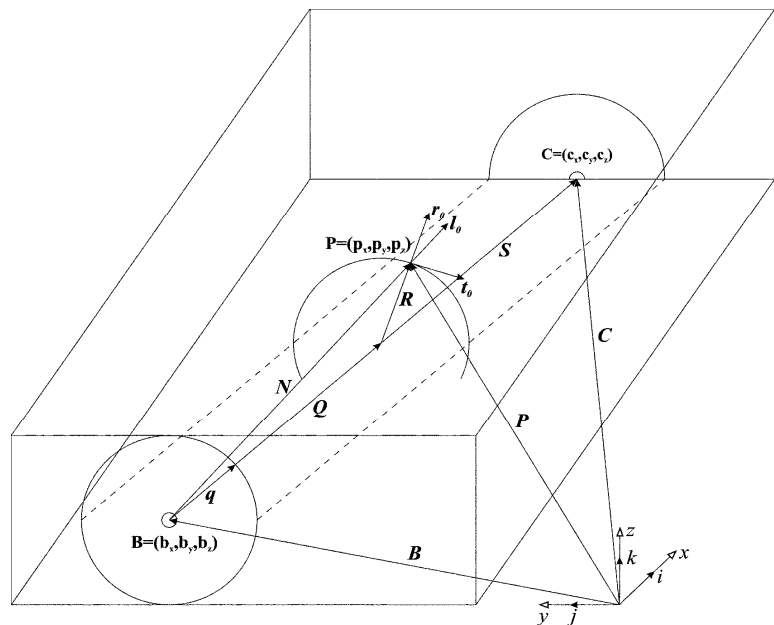


Рис. 2. Розташування векторів для встановлення зв'язку між (l_0, r_0, t_0) і (i, j, k)

Таким чином, враховуючи направленість векторів l_0, r_0 і t_0 та вище наведені виклади, можемо записати формулу для їх визначення:

$$l_0 = q; \quad r_0 = \frac{R}{|R|}; \quad t_0 = l_0 \cdot r_0. \quad (19)$$

Ці напрямки співпадають з напрямками ортотропії у деревині і не враховують ефекти конічності колоди. Отже, зв'язок між векторами (l_0, r_0, t_0) локальної системи і (i, j, k) глобальної системи можна представити у такому вигляді:

$$(l_0, r_0, t_0)^T = A_0^T(i, j, k)^T, \quad (20)$$

де: $A_0 = \begin{pmatrix} l_{0x}, r_{0x}, t_{0x} \\ l_{0y}, r_{0y}, t_{0y} \\ l_{0z}, r_{0z}, t_{0z} \end{pmatrix}$; T – оператор транспортування; $(l_0, r_0, t_0, i = x, y, z)$ є компонентами одиничних векторів l_0, r_0 і t_0 .

Для врахування конічної форми колоди розглянемо кут ϕ у площині (l_0, r_0) між одиничним вектором l_0 та його проекцією l_c (рис. 3). Тоді можна записати зв'язок між (l_c, r_c, t_c) і (l_0, r_0, t_0) . Він має такий вигляд:

$$(l_c, r_c, t_c)^T = A_c^T(l_0, r_0, t_0)^T, \quad (21)$$

де A_c – ортогональна матриця перетворення, має такий вигляд:

$$A_c = \begin{pmatrix} \cos \phi & -\sin \phi & 0 \\ \sin \phi & \cos \phi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Для встановлення залежності між (l, r, t) і (l_c, r_c, t_c) використаємо кут θ , який визначається у площині (l_c, t_c) між одиничним вектором l_c і напрямком вздовж волокон l (див. рис. 3).

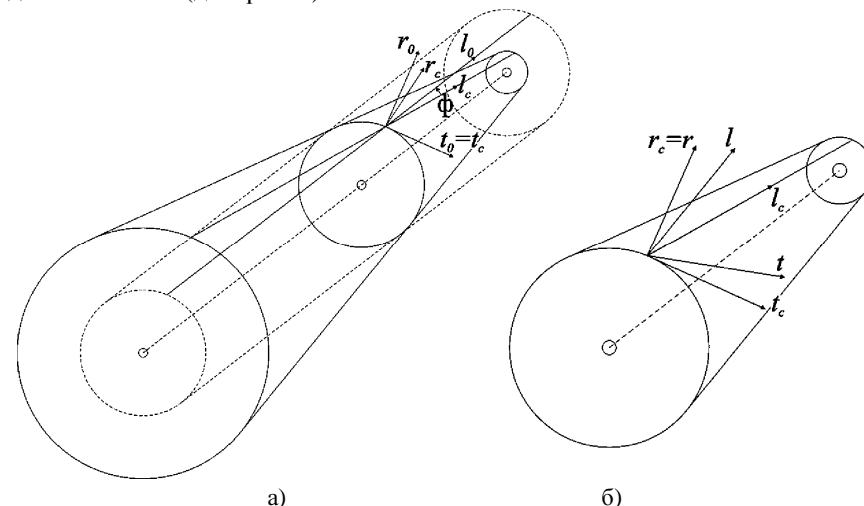


Рис. 3. Розташування векторів для встановлення зв'язку між: а – (l_c, r_c, t_c) і (l_0, r_0, t_0) ; б – (l, r, t) і (l_c, r_c, t_c)

Отримаємо: $(l, r, t)^T = A_S^T(l_c, r_c, t_c)^T, \quad (22)$

де $A_S = \begin{pmatrix} \cos \theta & 0 & \sin \theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \theta & 0 & \cos \theta \end{pmatrix}$ – ортогональна матриця перетворень.

Таким чином, взаємовідношення між локальною та глобальною системами координат має вигляд:

$$(l, r, t)^T = A^T(i, j, k)^T, \quad A = A_0 A_c A_S. \quad (23)$$

Тоді, з урахуванням (23), запишемо повну енергію в'язкопружного деформування матеріалу (15)-(17) з урахуванням матриці перетворення A :

$$\begin{aligned} \Omega = & \frac{1}{2} \int_V \left\{ \{U\}^T [B]^T [C] [B] \{U\} + 2 \{U\}^T [B]^T [C] \int_0^{\tau} [R(\tau, \tau')] [B] \{U\} dt' - \right. \\ & \left. - \{U\}^T [B]^T [C] \left\{ \{\alpha\} \Delta T + \{\beta\} \Delta U + [m] \left| \frac{dU}{dt} \right| \right\} \right\} + \\ & + 2 \{U\}^T [B]^T [C] \int_0^{\tau} [R(\tau, \tau')] [B] \{U\} \left\{ \{\alpha\} \Delta T + \{\beta\} \Delta U + [m] \left| \frac{dU}{dt} \right| \right\} dt', \end{aligned} \quad (24)$$

де $[B]$ – матриця, яка отримується диференціюванням матриці форми $[N]$.

Для отримання основних співвідношень МСЕ використано скінченно-різницеву апроксимацію векторів переміщень $\{U\}$, деформації $\{\varepsilon\}$ і функції реологічної поведінки деревини $R(\tau, \tau')$ у часі. Зокрема для $\{\varepsilon(\tau)\}$ та ядра релаксації отримано:

$$\{\varepsilon(\tau)\} = \{\varepsilon(\tau_i)\} + \frac{\{\varepsilon(\tau_{i+1})\} - \{\varepsilon(\tau_i)\}}{\tau_{i+1} - \tau_i}; R_i = \frac{\Delta\tau}{2} R_i(\tau_0) + \Delta\tau \sum_{j=1}^M R_i(\tau_j) + \frac{\Delta\tau}{2} R_i(\tau_M). \quad (25)$$

Із умови мінімуму функціонала $\delta\Omega=0$ отримано систему алгебраїчних рівнянь для знаходження невідомих переміщень на кожному часовому кроці $\Delta\tau_i (i = \overline{1, M}, M - \text{кількість часових інтервалів})$:

$$\sum_{n=1}^M [\bar{K}^{(n)}] \{U\} = \sum_{n=1}^M \{\bar{F}^{(n)}\} - \sum_{n=1}^M [\bar{K}^{(n)}] \left(\{\alpha\} \Delta T + \{\beta\} \Delta U + [m] \left\{ \frac{dU}{dt} \right\} \right), \quad (26)$$

де інтеграл $[\bar{K}^{(n)}]$ визначають матрицю вузлової жорсткості матеріалу, яка визначається пружними характеристиками деревини та геометричними розмірами елементів розбиття.

Матриця навантаження $\{\bar{F}^{(n)}\}$ визначається реологічною поведінкою деревини, а також температурно-вологісними характеристиками матеріалу. Вектор шуканих компонент $\{U\}$ на i -му кроці за розбиттям по часу є невідомим відносно обчислень $\{U\}$ на попередніх $i-1$ кроках залежно від розподілу температури і вологості, які визначаються на тих самих кроках за алгоритмом, що описувався вище.

Для дослідження адекватності математичної моделі тепломасоперенесення (2.1)-(2.3) проведено порівняння результатів чисельного моделювання температурно-вологісних полів з незалежними теоретичними дослідженнями для часткових випадків, а також здійснено порівняння результатів моделювання з відомими експериментальними дослідженнями, виконаними для конкретних умов. Експериментальні дослідження для деревних взірців деревини бука наведено у працях [11, 12, 15].

За критерій розходження між результатами використаний коефіцієнт множинної кореляції [13], який використовується для порівняння розрахункових та експериментальних даних перехідних процесів. Даний критерій визначає, чи існує кореляційний зв'язок між експериментальними та розрахунковими даними та має такий вигляд:

$$|r| = \frac{|\rho_{y\bar{y}}|}{\sqrt{1 - \rho_{y\bar{y}}^2}} \sqrt{n - 2}, \quad (27)$$

де n – кількість точок, для яких проводить порівняння величин. Цей критерій дає змогу встановити ступінь кореляційного зв'язку між величинами. Якщо виконується умова $|r| < t_\alpha$, то з ймовірністю $p = 1 - \alpha$ можна стверджувати, що між величинами σ_{ij} та $\bar{\sigma}_{ij}$ існує "тісний" кореляційний зв'язок. У протилежному випадку, з ймовірністю $p = 1 - \alpha$ гіпотеза про такий зв'язок відкидається.

Коефіцієнт кореляції $\rho_{y\bar{y}}$ між розрахунковими (y) та експериментальними (\bar{y}) величинами визначається за відношенням:

$$\rho_{y\bar{y}} = \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - y_{сеп})(\bar{y}_i - \bar{y}_{сеп})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (y_i - y_{сеп})^2 \sum_{i=1}^n (\bar{y}_i - \bar{y}_{сеп})^2}}, \quad (28)$$

$$\text{де } y_{сеп} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i; \bar{y}_{сеп} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \bar{y}_i.$$

Для верифікації математичної моделі використовувалися експериментальні дані [11, 12, 15]. Зокрема отримано, що для ($t_c = 70$ °C, $\varphi = 50$ %, $v = 2$ м/с; $\rho = 720$ кг/м³) значення критерію і коефіцієнта кореляції для розподілу температури такі: $\rho_{yy} = 0,993$; $|r| = 11,58$; для ($t_c = 80$ °C, $\varphi = 60$ %, $v = 1$ м/с; $\rho = 735$ кг/м³) маємо $\rho_{yy} = 0,995$; $|r| = 14,083$. Аналогічно для ($t_c = 70$ °C, $\varphi = 50$ %, $v = 2$ м/с; $\rho = 720$ кг/м³) значення критерію і коефіцієнта кореляції для розподілу вологості за товщиною дошки для моменту часу $\tau = 30$ хв такі: $\rho_{yy} = 0,992$; $|r| = 11,48$; для моменту часу $\tau = 120$ хв: $\rho_{yy} = 0,998$; $|r| = 22,28$.

Затабульоване t для температурного поля для $n = 17$, кількості степенів вільності $f = n - 2 = 15$ і рівні значимості становить $t_{таб} = 4,48$. Оскільки умова $|r| \geq t_{таб}$ виконується для двох випадків, то з ймовірністю похибки $\alpha = 0,05$ (5 %) можна стверджувати про адекватність характеру зміни наведених даних результатів чисельного моделювання температурних полів та їх експериментальних значень. Аналогічно для розподілу вологості ($n = 5$, $f = 3$) на рівні значимості $\alpha = 0,05$ маємо $t_{таб} = 4,27$. Оскільки, для двох значень часу ($\tau = 30$ хв, $\tau = 120$ хв) виконується умова $|r| \geq t_{таб}$, то з ймовірністю похибки можна стверджувати про адекватність чисельного моделювання вологісних полів з результатами експериментальних досліджень.

Числовий аналіз математичних моделей. На основі розробленого програмного забезпечення реалізації математичних моделей здійснено чисельні експерименти дослідження впливу основних технологічних факторів на тепломасоперенесення та в'язкопружне деформування деревини під час сушіння. Для чисельного дослідження процесів тепловологоперенесення і деформування деревини за математичними моделями (1)-(3) і (13), (24), (26) використано такі параметри зовнішнього середовища і тепловологообміну: для $U > 0,35$, $t_c = 79$ °C, $\varphi = 0,77$, коефіцієнт теплообміну $\alpha = 23$ Вт/(м²·К), коефіцієнт вологообміну $\beta = 2 \cdot 10^{-6}$ м/с; для $U = 0,35 \div 0,25$, відповідно $t_c = 84$ °C, $\varphi = 0,62$, $\alpha = 22,5$ Вт/(м²·К), $\beta = 3 \cdot 10^{-6}$ м/с; для $U < 0,25$, відповідно $t_c = 102$ °C, $\varphi = 0,27$, $\alpha = 22$ Вт/(м²·К), $\beta = 4,5 \cdot 10^{-6}$ м/с. Розглянуті різні значення залежностей модулів Юнга E_l та коефіцієнтів вологісного розширення β_ϵ , зокрема: $E_l = (9,7 + 100\gamma) \cdot 10^3$ МПа; $\beta_l = 5,5 - 35\gamma$; $\theta = \phi(1 - 10\gamma)^\circ$, $\phi = 0,5^\circ$. Розглянуто різні комбінації, коли коефіцієнти E_l , β_l і θ одночасно залежать від γ , а також випадки: коли E_l , β_l є функціями v , а $\theta = const$, $E_l = E_l(v)$, а $\beta_l = const$; $\theta = const$

Але для деяких параметрів необхідні уточнення. Зокрема, коефіцієнти вологопровідності деревини за даними [11] залежать тільки від температури. Дані

досліджень [16, 17] свідчать про істотну залежність a_m від вологості. Тому для визначення залежності a_m як функції $a_m(U, t)$ використано результати експериментальних досліджень [16, 17]. Отримані залежності $a_m(t)$ мають такий вигляд:

$$a_m(t) = (a_{11}t^3 + a_{12}t^2 + a_{13}t + a_{10}) \cdot 10^{-10}, \text{ м / с}, \quad (29)$$

де коефіцієнти моделі для різних порід наведені у [18].

На основі оброблення експериментальних даних [16-18] отримано залежність коефіцієнта вологопровідності деревини від вологості для сталої температури:

$$a_m(U) = -274,391u^5 + 634,908u^4 - 526,7u^3 + 181,864u^2 - 22,655u + 1,905.$$

Тоді для розрахунків прийнято, що:

$$a_m = a_{mi} \cdot a_{mu}; \quad a_{m \text{ рад}} / a_{m \text{ тан}} = 1,25.$$

Для визначення коефіцієнта вологообміну використовується залежність та відома номограма [11]. Її аналіз свідчить про незалежність коефіцієнта вологообміну від породи деревини і вологості матеріалу, але він залежить від відносної вологості агента сушіння. Аналіз номограми свідчить про досягнення коефіцієнтом вологообміну однакових значень для $\varphi = 0,1$ і $\varphi = 0,75$ для швидкості повітря 2 м/с. Наявні при цьому різні значення рівноважної вологості зумовлюють певну неоднозначність. Тому для визначення коефіцієнта вологообміну використовувалась формула [18]

$$\alpha_m = 0,95 \left(\frac{T}{(P/P_a)\phi\varepsilon} \right) \cdot 10^{-9}, \quad (30)$$

де: ε – критерій фазового переходу; T – абсолютна температура середовища, K . Згідно з формулою Томсона, тиск пари у капілярах визначається за формулою

$$P = P_0 \exp(-2\sigma V_p / rTR), \text{ Па}, \quad (31)$$

де: σ – поверхневий натяг рідини, $H/м$, V_p – молярний об'єм рідини, $м^3/моль$.

Величина r визначається за залежністю $r = r(U)$, яка отримана на основі моделювання структури деревини системою непостійних капілярів, сукупністю циліндрів радіуса r , який залежить від вологості.

На рис. 4 наведено значення величини P/P_0 залежно від зміни температури і вологості у гігроскопічній області.

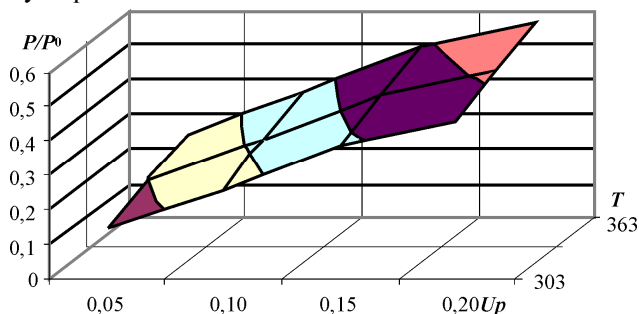


Рис. 4. Залежність величини P/P_0 від температури і вологості

Наведені на рис. 5 криві температури T і вологовмісту U свідчать про те, що наявність внутрішнього опору перенесення тепла і вологи зумовлює нерівномірність розподілу температурно-вологісних полів та їх взаємозумовленість. Процес дифузії вологи у деревині є менш інтенсивнішим під час вологообміну поверхні матеріалу з навколишнім середовищем. Аналіз графічних залежностей свідчить про різку інтенсивність зростання теплоперенесення і вологоперенесення, що пов'язане не тільки з описаним вище фактом про менший вплив дифузії порівняно зі зовнішнім вологообміном, але з ефектом термовологопровідності. Процес термодифузії впливає на термовологоперенесення. Зокрема, для випадку тільки дифузійного перенесення криві вологоперенесення мають монотонний характер і рівномірно зменшуються від максимального значення у центральному шарі до мінімального значення на поверхні деревного взірця. Наявність перенесення вологи з урахуванням термодифузії, величина вологовмісту у деревині може бути більшою від початкового значення. Це зумовлює появу максимальних значень вологовмісту не тільки "у середньому" шарі, але і в інших "присередніх" шарах деревного взірця. Зменшення коефіцієнта вологообміну та збільшення коефіцієнта дифузії зумовлює збільшення впливу термодифузійного потоку. Зменшення градієнта температури зумовлює зниження термодифузійного потоку, а зменшення вологості на поверхні U_n сповільнює вологообмін з навколишнім середовищем. Якщо дифузійний потік є більшим від сумарного потоку, а саме термодифузійного від поверхні і вологообміну з агентом сушіння, то вологовміст поверхневих шарів збільшується. Це зростання спостерігається до моменту вирівнювання описаних потоків.

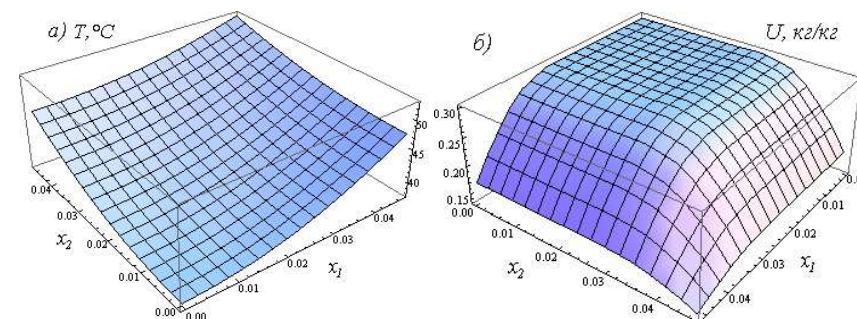


Рис. 5. Розподіл: а) температури через 2 год; б) вологовмісту через 20 год після початку сушіння у поперечного перерізі букового бруска

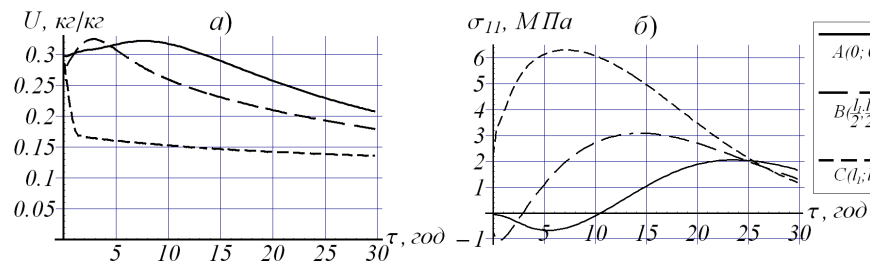


Рис. 6. Зміна в часі: а) вологовмісту та б) нормальних напружень в точках поперечного перерізу соснового бруска

Показано, що в нерегулярному періоді сушіння деяка частка вологи у деревині починає випаровуватися через її поверхню, а деяка частка – прямує до центру матеріалу (рис. 6 а). Цей, відомий із експериментів факт, не вдалось змоделювати без урахування залежності тепломеханічних характеристик деревини від змінних температурно-вологісних умов. Така зміна розподілу вологи спричиняє розвиток стискальних напружень біля поверхні матеріалу та розтягувальних у центрі.

Порівняльний аналіз результатів моделювання з різними співвідношеннями геометричних розмірів поперечного перерізу показав, що зміна розміру висушувального бруска в одному напрямку змінює розподіл компонент напружень в іншому напрямку, а це підтверджує те, що модель враховує анізотропність деревини.

Література

1. Соколовський Я.І. Математичне моделювання двовимірного в'язкопружного стану деревини у процесі сушіння / Я.І. Соколовський, М.В. Дендюк // Фізико-математичне моделювання та інформаційні технології : зб. наук. праць. – 2008. – Вип. 7. – С. 17-26.
2. Соколовський Я.І. Моделювання деформаційно-релаксацийних процесів у висушуваний деревині методом скінченних елементів / Я.І. Соколовський, А.В. Бакалець // Вісник Національного університету "Львівська політехніка". – Сер.: Комп'ютерні науки та інформаційні технології. – Львів : Вид-во НУ "Львівська політехніка". – 2006. – № 565. – С. 51-57.
3. Соколовський Я.І. Математична модель деформаційно-релаксацийних процесів у капілярно-пористих матеріалах з параметрами внутрішнього і зовнішнього тепломасоперенесення / Я.І. Соколовський, І.М. Крошній // Вісник Національного університету "Львівська політехніка". – Сер.: Комп'ютерні науки та інформаційні технології. – Львів : Вид-во НУ "Львівська політехніка". – 2011. – № 710. – С. 274-279.
4. Соколовський Я.І. Алгоритмічне та програмне забезпечення системи моделювання та аналізу процесу сушіння капілярно-пористих матеріалів / Я.І. Соколовський, І.М. Крошній // Вісник Національного університету "Львівська політехніка". – Сер.: Комп'ютерні науки та інформаційні технології. – Львів : Вид-во НУ "Львівська політехніка". – 2012. – № 732. – С. 306-315.
5. Соколовський Я.І. Математична модель в'язкопружного деформування капілярно-пористих матеріалів / Я.І. Соколовський, О.В. Мокрицька // Науковий вісник НЛТУ України : зб. наук.-техн. праць. – Львів : РВВ НЛТУ України. – 2011. – Вип. 21.2. – С. 320-328.
6. Соколовський Я.І. Математична модель теплового перенесення та напружено-деформованого стану у капілярно-пористих матеріалах з фрактальною структурою / Я.І. Соколовський, В.М. Шиманський // Фізико-математичне моделювання та інформаційні технології : зб. наук. праць. – 2012. – Вип. 16. – С. 133-141.
7. Svensson S. Strain and shrinkage force in wood under kiln drying conditions. Measuring strain and shrinkage under controlled climate conditions, equipment and preliminary results / S. Svensson // *Holzforchung*. – 1995. – Vol. 49. – Pp. 363-368.
8. Bodic J. Mechanics of Wood and Composites / J. Bodic, A. Jayne // *Van Nostrand Reinhold*. – New York. – 1982. – 712 p.
9. Соколовський Я.І. Методика та результати експериментальних досліджень реологічної поведінки деревини / Я.І. Соколовський, Й.В. Андрашек // Науковий вісник УкрДЛТУ : зб. наук.-техн. праць. – Львів : Вид-во УкрДЛТУ. – 1999. – Вип. 9.13. – С. 15-26.
10. Уголев Б.Н. Древесиноведение с основами лесного товароведения : учебник [для студ. лесотехн. ВУЗов] / Б.Н. Уголев. – Изд. 3-е, [перераб. и доп.]. – М. : Изд-во МГУЛ. – 2002. – 340 с.
11. Шубин Г.С. Сушка и тепловая обработка древесины. – М. : Изд-во "Лесн. пром-сть". – 1990. – 336 с.
12. Salin J.-G. Numerical prediction of checking during timber drying and a new mechano-soorptive creep model // *Holz Roh-Werkstoff*. – 1992. – Vol. 50. – Pp. 195-200.
13. Соколовський Я.І. Моделювання систем у WORLD / Я.І. Соколовський, Ю.В. Шабатура, Я.І. Вилюк, І.М. Крошній, М.В. Дендюк // GPSS. – Львів : Вид-во "Новий світ". – 2014. – 287 с.
14. Сегерлинд Л. Применение метода конечных элементов / Л.Сегерлинд. – М. : Изд-во "Мир". – 1979. – 378 с.
15. Билей П.В. Сушка древесины твердых лиственных пород / П.В. Билей. – М. : Изд-во "Экология". – 1992. – 322 с.

16. Perre P. A physical and mechanical model able to predict the stress field in wood over a wide range of drying conditions / P. Perre, J. Passard // *Drying Technology*. – 2004. – Vol. 22 (no. 1-2). – Pp. 27-44.
17. Salin J.-G. Drying of liquid water in wood as influenced by the capillary fiber network // *Drying Technology*. – 2008. – Vol. 26 (no. 5). – Pp. 560-567.
18. Гороховский А.Г. Исследование расброса влажности сухих пиломатериалов на качество продукции деревообработки // *Деревообрабатывающая промышленность : науч.-техн., эконом. и производств. журнал*. – 2004. – № 4. – С. 56-59.

Соколовский Я.И., Прусак Ю.В. Моделирование вязкоупругого состояния древесины в процессе сушки с учетом анизотропии тепломеханических свойств

Сформулирована математическая модель упруговязкопластических деформаций древесины в процессе сушки, которая учитывает пластические деформации, обусловленные механико-сорбционной ползучестью и анизотропией механических характеристик материала, а также позволяет определить двухмерное напряженно-деформированное состояние в условиях неизотермического влагопереноса. Построены алгоритмы метода конечных элементов для вязкоупругой и упругопластической области деформирования капиллярно-пористых материалов в процессе сушки. В результате вычислительных экспериментов, проведенных с использованием разработанных прикладных программных средств, установлены закономерности влияния анизотропии теплофизических и механических характеристик древесины, её начальной влажности на смену двухмерного температурно-влажностного и упруговязкопластического состояния древесины при конвективной сушке.

Sokolovsky Ya.Iv., Prusak Yu.Vl. Simulation of the viscous elastic state in the wood drying process with anisotropic thermal mechanical properties

The mathematical model of elastic-viscous-plastic deformation of wood in the drying process, which unlike known takes into account plastic deformation, caused by the mechanical-sorption creep and anisotropy of mechanical descriptions of material to define the two-dimensional intense-deforming state in the conditions of non-isothermal humidity transfer, is formulated. Algorithm of the Finite element method for viscoelastic and elasticplastic areas deformations of capillary-porous materials during drying was developed. As a result of calculable experiments, conducted with the use of developed applied programmatic facilities regularity of anisotropy influence of thermo-physical and mechanical descriptions of wood were set, it initial humidity on changing of two-dimensional temperature-humidity and elastic-viscous-plastic state of wood during the convective drying.

УДК 656.13:614.84

Ад'юнкт А.Ф. Гаврилюк¹; проф. В.І. Гудим^{1,2},
д-р техн. наук; ад'юнкт О.Б. Назаровець¹

ДОСЛІДЖЕННЯ РЕЖИМІВ НАГРІВАННЯ ПРОВІДНИКІВ БОРТОВИХ ЕЛЕКТРОМЕРЕЖ АВТОТРАНСПОРТНИХ ЗАСОБІВ СТРУМАМИ КОРОТКОГО ЗАМИКАННЯ

Досліджено основні фактори, що впливають на виникнення пожеж на автомобілях через короткі замикання у бортовій електромережі. Експериментальним шляхом встановлено величину внутрішнього опору акумуляторної батареї. Досліджено величини струмів КЗ, які можуть виникати у бортових електромережах із врахуванням перехідних опорів контактів, конструктивних особливостей провідників, внутрішнього опору акумуляторної батареї та опору в місці КЗ. Шляхом чисельного експерименту змодельовано температури нагрівання ізольованих провідників за дії струмів КЗ. Встановлено часові

¹ Львівський ДУ безпеки життєдіяльності;

² Краківська політехніка (Польща)