

В моделі лінійного іонного кристалла розрахована кінетика наростання концентрації центрів окраски в кристаллах $\text{CaF}_2\text{-Me}^+$. Розрахована ймовірність утворення $(F_A\text{-}V_K)$ і $(F_A\text{-}V_{KD})$ -комплементарних пар при розпаді електронно-дірочної пари в кристалі та ймовірності їх радіаційного руйнування. Досліджено залежність концентрації центрів окраски від вмісту домішок в кристалі, а також співвідношення між концентрацією V_K і V_{KD} -центрів. Досліджено механізм термоактиваційного обесцвітлення V_K -центрів. Показано, що термоактиваційне руйнування $(F_A\text{-}V_K)$ -комплементарних пар відбувається внаслідок випромінювання рекомбінації мобільних дірок з F_A -центрами, $V_K \rightarrow V_{KD}$ -перетворення відсутні.

Ключові слова: кристалли, радіація, центри окраски.

Chornyi Z.P., Pirko I.B., Salapak V.M., Dyachuk M.V., Onufriv O.R. Auto-localization of Holes in $\text{CaF}_2\text{-Me}^+$ ($\text{Me}^+ = \text{Li}^+, \text{Na}^+, \text{K}^+$) Crystals. Calculations of Generation Kinetics

Kinetics of the concentration growth of color centers in $\text{CaF}_2\text{-Me}^+$ crystals is calculated in the linear model of ionic crystal. The probability of formation $(F_A\text{-}V_K)$ and $(F_A\text{-}V_{KD})$ -pairs in the decay of electron-hole pairs in the crystal and the probability of radiation damage are calculated. The dependence of the concentration of color on the content of impurities in the crystal, and the ratio between the concentration of V_K and V_{KD} -centers are researched. The mechanism of thermoactivated discoloration of V_K -centers is studied. It is shown that thermoactivated destruction of $(F_A\text{-}V_K)$ -pairs is due to radiative recombination of mobile holes F_A -centers, $V_K \rightarrow V_{KD}$ -conversion available.

Keywords: crystals, radiation, color centers, kinetics.

УДК 004.94:674.047

*Проф. Я.І. Соколовський, д-р техн. наук;
ст. викл. В.І. Криштанович,*

ст. викл. О.В. Мокрицька, канд. техн. наук – НЛТУ України, м. Львів

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ В'ЯЗКОПРУЖНОГО СТАНУ ДЕРЕВИНИ У ПРОЦЕСІ СУШІННЯ ЯК БАГАТОФАЗНОЇ СИСТЕМИ

Розв'язано важливу для процесу сушіння задачу визначення в'язкопружного деформування деревини як трифазної системи з урахуванням анізотропії тепломеханічних характеристик. Сформульовано математичну модель тепломасоперенесення для періодів сталої і спадаючої швидкості сушіння капілярно-пористих матеріалів. Побудовано математичну модель реологічної поведінки деревини як трифазного середовища з урахуванням анізотропії тепломеханічних характеристик. Розроблено прикладне програмне забезпечення для чисельної реалізації математичних моделей на основі адаптації методу скінченних елементів. Встановлено закономірності впливу технологічних параметрів сушіння на процеси в'язкопружного деформування і тепломасоперенесення у твердих, рідких і парових фазах для деревини.

Ключові слова: математична модель, в'язкопружне деформування, тепломасоперенесення, багатофазна система, метод скінченних елементів, об'єктно-орієнтоване програмування, сушіння деревини.

Актуальність дослідження. Створення нових та вдосконалення наявних енерго- та ресурсозберігаючих технологій процесу зневоднення гетерогенних капілярно-пористих матеріалів набуває важливого практичного значення у зв'язку з високими вимогами до якості готової продукції, потребою зниження фінансових і часових витрат на процес промислового впровадження. У вирішенні цієї важливої проблеми значну роль відіграє розроблення математичних моделей для дослідження деформаційно-релаксаційних і тепломасообмінних процесів під час сушіння капілярно-пористих матеріалів, зокрема деревини, з урахуванням бага-

тофазності та багатокомпонентності матеріалу. Незважаючи на значні успіхи у цій галузі, на сьогодні не існує єдиного феноменологічного підходу щодо моделювання процесів деформування і тепломасоперенесення у гетерогенних капілярно-пористих структурах. Найвні математичні моделі та методи аналізу деформування та тепломасоперенесення в деревині у процесі сушіння, в основному, базуються на підході до структурної будови матеріалу як гомогенної, не беруть до уваги особливостей зміни в'язкопружної поведінки матеріалу з урахуванням кінетики фазових переходів. Ці процеси переважно досліджено для задач в одновимірній постановці із залученням значної кількості допущень. Тому побудова двовимірних математичних моделей в'язкопружного стану деревини у процесі сушіння з урахуванням особливостей багатофазної структури і визначальних технологічних факторів є актуальною задачею.

Мета дослідження – розроблення двовимірних математичних моделей та встановлення закономірностей анізотропного в'язкопружного деформування деревини як багатофазної структури у процесі конвективного сушіння.

Аналіз літературних джерел. Побудова математичних моделей, які описують тепломасообмінні та деформаційно-релаксаційні процеси, ґрунтується на феноменологічних уявленнях механіки спадкових середовищ і методах нерівноважної термодинаміки. У зв'язку із складністю структурної будови деревини як неоднорідного анізотропного природного композита, встановлено, що допускається ряд спрощень, враховуючи: однорідність матеріалу, сталість фізичних характеристик, нехтування їхньою анізотропією тощо. Математичні моделі дослідження тепломасоперенесення в деревині під час сушіння як гомогенному тілі описано в [2, 5, 9, 10, 13] та інших працях.

У рамках іншого підходу математичні моделі процесу сушіння капілярно-пористих матеріалів розроблено на основі теорії багатофазної фільтрації у гетерогенних середовищах [1, 3, 6, 7, 11]. У цих дослідженнях вводяться ефективні характеристики процесів, усереднені за фазами.

Проведений аналіз математичного моделювання деформаційно-релаксаційних процесів під час сушіння у капілярно-пористих матеріалах показав зміщення акценту досліджень на однорідну гомогенну область. Побудова математичної моделі реологічного стану деревини у широкому діапазоні зміни фізико-механічних властивостей з урахуванням багатофазності структури матеріалу є складною і не повністю вирішеною проблемою.

У процесі математичного моделювання деформаційно-релаксаційних і тепломасообмінних процесів у багатофазних середовищах використовуються складні нелінійні диференціальні рівняння у частинних похідних. Отримання аналітичних розв'язків навіть для найпростіших випадків є утрудненим. Для чисельної реалізації математичних моделей актуальним є використання чисельних методів та розроблення програмного забезпечення. На цей час успішно використовуються методи скінченних елементів і граничних елементів та їх модифікації, а також різницеві методи. Тому актуальним завданням є розроблення математичних моделей процесу сушіння капілярно-пористих матеріалів, зокрема деревини, як трифазного середовища, що складається з твердої фази (деревної речовини), рідкої і пароповітряної фаз. Математичні моделі тепломасоперенесення та деформування, що враховують багатофазність капілярно-пористих матеріалів у процесі сушіння, уможливають прогнозування особливостей зміни вологовмісту,

температури окремих фаз, напружено-деформівного стану на всіх етапах процесу сушіння деревини.

Математичне моделювання в'язкопружного стану деревини. Деревину у процесі сушіння розглядаємо як гетерогенну трифазну систему, що складається з твердої (деревної речовини), рідкої і пароповітряної фаз.

Через складну стохастичну капілярну структуру деревини, яка характеризується різною за величиною і неоднаковою геометричною формою елементів, визначити дійсні геометричні розміри капілярів є практично неможливо. Перехід від опису явищ в окремій фазі до континуальних рівнянь капілярно-пористого матеріалу можна отримати на основі об'ємного усереднення мікрорівнів для макроскопічних параметрів кожної фази. Тому в подальшому приймаються допущення:

- характерні розміри капілярно-пористої структури деревини є набагато більші за молекулярно-кінетичні розміри і набагато менші за відстані, на яких відбувається істотна зміна макроскопічних параметрів;
- малі значення деформацій і переміщень твердої фази та її нестисливість і сталість густини;
- парогазова суміш (повітря і волога) характеризується властивостями ідеального газу;
- сукупність мікрокапілярів становить собою систему циліндрів у клітинах деревини із змінним радіусом r_k , який залежить від вологості у гігроскопічній області деревини;
- система макрокапілярів деревини моделюється як різні анатомічні елементи для різних порід та описується як сукупність паралельних капілярів різних радіусів у клітинних стінках деревини.

Для розроблення математичної моделі записуємо повний тензор напружень для гетерогенного середовища σ^{kl} у вигляді суми усереднених напружень у фазах [7, 11]

$$\sigma^{kl} = c_T \langle \sigma_T^{kl} \rangle_T + c_P \langle \sigma_P^{kl} \rangle_P + c_{II} \langle \sigma_{II}^{kl} \rangle_{II}, \quad (1)$$

$$\text{де: } \langle \sigma_T^{kl} \rangle_T = \frac{1}{dV} \int \sigma_T^{kl} dV, \quad \langle \sigma_P^{kl} \rangle_P = \frac{1}{dV} \int \sigma_P^{kl} dV, \quad \langle \sigma_{II}^{kl} \rangle_{II} = \frac{1}{dV} \int \sigma_{II}^{kl} dV,$$

$c_T = dV_T/dV$; $c_P = dV_P/dV$; $c_{II} = dV_{II}/dV$ – об'ємні концентрації твердої (Т), рідкої (Р) і парогазової (II) фаз; V_T, V_P, V_{II} – відповідні їх об'єми; верхні індекси, зокрема k і l позначають компоненти тензора напружень. Згідно з другим допущенням, можемо записати

$$\varepsilon_T^{ik} - \varepsilon_{T0}^{ik} = 1 - c_T/c_{T0}; \quad k = 1, 2, 3, \quad (2)$$

де $\varepsilon_{T0}^{ik}, c_{T0}$ – компоненти деформації та об'ємна концентрація у початковий момент часу. Приймаємо, що деформації твердої фази ε_T^{ij} складаються з деформацій деревної речовини $\langle \varepsilon_T^{ij} \rangle_T$ і фіктивних деформацій ε_{Φ}^{ij} , які зумовлюють перебудову капілярно-пористої системи деревини, тобто $\varepsilon_T^{ij} = \langle \varepsilon_T^{ij} \rangle_T + \varepsilon_{\Phi}^{ij}$.

Для побудови тензора фіктивних напружень, що відповідає тензору фіктивних деформацій ε_{Φ}^{ij} , користуємось прийнятими фізичними допущеннями. То-

ді структуру деревини розглядаємо як середовище з подвійною пористістю [7, 11]. Тверда фаза із системою мікрокапілярів складає матрицю матеріалу. Для листяних порід судини, волокна лібриформи, серцевинні промені можна віднести до системи мікропор. Для хвойних порід мікрокапіляри у клітинних стінках моделюються як вкладене пористе середовище.

Тоді повні усередненні напруження σ^{ij} представляємо у вигляді

$$\sigma^{ij} = (1 - c_{MK}) \langle \sigma_{KC}^{ij} \rangle_{KC} + c_{MK} \langle \sigma_{MK}^{ij} \rangle_{MK}, \quad (3)$$

де: $\langle \sigma_{KC}^{ij} \rangle_{KC}, \langle \sigma_{MK}^{ij} \rangle_{MK}$ – усереднені компоненти напружень у клітинних стінках і макропорах; c_{MK} – об'ємний вміст пор у деревині.

Величини $\langle \sigma_{KC}^{ij} \rangle_{KC}$ записуємо аналогічно

$$\langle \sigma_{KC}^{ij} \rangle_{KC} = (1 - c_K) \langle \sigma_K^{ij} \rangle_K + c_K \langle \sigma_K^{ij} \rangle_K, \quad (4)$$

де: $\langle \sigma_K^{ij} \rangle_K$ – усередненні напруження у капілярах клітинних стінок; c_K – об'ємний вміст пор у клітинних стінках.

Для визначення питомих вкладів тепломасоперенесення у кожній фазі вважаємо, що загальна геометрична поверхня (поперечний перетин) вологої деревини дорівнює сумі поверхонь (поперечних перетинів) твердої, рідкої і пароповітряної фаз. Причому поверхня твердої фази є величина стала, а поверхні рідкої і пароповітряної фаз змінюються залежно від вологовмісту деревини. Тоді для визначення величин $\langle \sigma_K^{ij} \rangle_K, \langle \sigma_{MK}^{ij} \rangle_{MK}$ отримуємо:

$$\langle \sigma_{MK}^{ij} \rangle_{MK} = c_{MK}^P \langle \sigma_P^{ij} \rangle_P + c_{MK}^{II} \langle \sigma_{II}^{ij} \rangle_{II}; \quad \langle \sigma_K^{ij} \rangle_K = c_K^P \langle \sigma_K^{ij} \rangle_K + c_K^{II} \langle \sigma_{II}^{ij} \rangle_{II}; \quad (5)$$

$$c_{MK}^P + c_{MK}^{II} = 1; \quad c_K^P + c_K^{II} = 1,$$

де $c_{MK}^P, c_{MK}^{II}; c_K^P, c_K^{II}$ – об'ємний вміст рідкої і пароповітряної фаз у матеріалах і капілярах.

Величини тисків у рідкій P_P і пароповітряній P_{II} фазах пов'язані співвідношенням $P_P = P_{II} + P_{KT}$, де P_{KT} – величина капілярного тиску залежно від вологості деревини. Для визначення P_{KT} з урахуванням допущення про циліндричну форму капілярів використано формулу Лапласа $P_{KT} \approx 2\sigma(T)/r^*$, де $\sigma = 0,07564(1 - 0,02T)$. Величина r^* характеризує дисперсність розмірів пор і визначена на основі апроксимації відомих експериментальних даних [4, 14].

Залежно від розмірів капілярів перенесення у рідкій фазі може здійснюватися не тільки дифузійним потоком пари, але й потоком, що переноситься плівковим механізмом під дією градієнта розклинювального тиску. Для оцінювання внеску плівкового механізму використано рівняння Дерюгіна-Нерпіна.

На основі [7, 11] записано співвідношення для визначення фіктивного тензора напружень, що характеризує зміщення твердої фази деревини

$$\sigma_{\Phi}^{ij} = \frac{1}{1 - c_{MK}} \left\{ \sigma^{ij} - (c_{MK} c_{MK}^P + c_K^P (1 - c_{MK})) \langle \sigma_P^{ij} \rangle_P - (c_{MK} c_{MK}^{II} + c_K^{II} (1 - c_{MK})) \langle \sigma_{II}^{ij} \rangle_{II} \right\}. \quad (6)$$

Математичне моделювання зв'язку між компонентами напружень $\sigma_{ij}(\tau)$ і деформацій $\varepsilon_{ij}(\tau)$ для твердої фази (деревина скелету) з урахуванням анізотропії механічних властивостей базується на інтегральних рівняннях Больцмана-Вольтера[12], які доповнені залежністю всихання гігроскопічних матеріалів від вологості

$$\langle \sigma_T^{ij}(\tau) \rangle_T = C \left(\langle \varepsilon_T^{ij}(\tau) \rangle_T - \langle \varepsilon_T^j(\tau) \rangle_T \right) - C \int_0^\tau R(t, \tau) \left(\langle \varepsilon_T^{ij}(\tau) \rangle_T - \langle \varepsilon_T^j(\tau) \rangle_T \right) dt, \quad (7)$$

де: C – тензор компонентів пружності деревної речовини; ε_T^j – вектор деформацій, зумовлений всиханням деревини; $R(t, \tau) = R^{ijkl}(t, \tau)$ – тензор ядра релаксації, за допомогою якого визначається реологічна поведінка деревини.

Аналогічно здійснено математичне моделювання зв'язку між тензорами напружень твердої фази і тензорами фіктивних деформацій.

Таким чином, отримано математичну модель деформаційно-релаксаційних процесів у деревині під час сушіння як трифазному середовищі з урахуванням анізотропії тепломеханічних характеристик

$$\begin{aligned} \varepsilon^{ij}(\tau) = & (D_T + A_{MK}) \sigma^{ij} + (D_T c_{\Pi} + A_{MK} \gamma_1) p_{\Pi} \delta^{ij} + (D_T c_P + A_{MK} \gamma_2) p_P \delta^{ij} + \\ & + \int_0^\tau \left((D_T K(t, \tau) + A_{MK} K_{\Phi}(t, \tau)) \sigma^{ij} + (D_T K(t, \tau) c_{\Pi} + \right. \\ & \left. + A_{MK} K_{\Phi}(t, \tau) \gamma_1) p_{\Pi} \delta^{ij} + (D_T K(t, \tau) c_P + A_{MK} K_{\Phi}(t, \tau) \gamma_2) p_P \delta^{ij} \right) dt - \beta \varepsilon_T^j. \end{aligned} \quad (8)$$

Тут введено позначення: $D_T = \Pi / c_T$; $A_{MK} = \Pi_{\Phi} / (1 - c_{MK})$; $\gamma_1 = c_{MK} (c_{MK}^P - c_K^P) + c_K^P$; $\gamma_2 = c_{MK} (c_{MK}^{\Pi} - c_K^{\Pi}) + c_K^{\Pi}$; Π – тензор миттєвих податливостей, який визначається за допомогою тензора C ; Π_{Φ} – фіктивний тензор податливості, що визначається за допомогою тензора пружності C_{Φ} ; β – коефіцієнти тензора всихання. Функції реологічної поведінки деревини вибираються у вигляді

$$K(t, \tau) = d_0 + \sum_{n=1}^N d_{ij} \exp\left(\frac{-\beta_{ij}(t-\tau)}{\tau_P}\right), \quad (9)$$

де коефіцієнти d_0 , d_{ij} , β_{ij} і час релаксації τ_P визначаються шляхом апроксимації відомих експериментальних даних деформацій повзучості.

Для визначення деформаційно-релаксаційних процесів за математичною моделлю (8) знайдено об'ємні концентрації фаз як для початкового стану деревини, так і з урахуванням зміни вологості. У подальшому прийнято рівномірний розподіл фаз за об'ємом деревини, що дало змогу скористатися умовами адитивності.

Об'ємний вміст пароповітряної суміші визначається за формулою [15]

$$c_{\Pi 0} = 1 - \rho_W \left(\frac{1}{\rho_T} + \frac{W}{100 \rho_P} \right) \frac{100}{100 + W}. \quad (10)$$

Оскільки значення c_{T0} можна отримати на основі апроксимації експериментальних даних повітроємності деревини, а значення густини деревної твердої фази ρ_T і води ρ_W відомі, то з урахуванням (10) отримуємо:

$$\begin{aligned} c_{P0} &= \frac{1}{\rho_{\Pi} - \rho_T} \left(\rho_W \left(1 + \frac{1}{\rho_T} + \frac{W}{100 \rho_P} \right) \frac{100}{100 + W} - \rho_{\Pi} \right); \\ c_{T0} &= \frac{1}{\rho_{\Pi} - \rho_T} \left(\rho_W (\rho_{\Pi} - \rho_T - 1) \left(1 + \frac{1}{\rho_T} + \frac{W}{100 \rho_P} \right) \frac{100}{100 + W} - \rho_{\Pi} \right), \end{aligned} \quad (11)$$

де: c_{T0} , c_{P0} , $c_{\Pi 0}$ – об'ємні концентрації фаз у початковий момент часу, ρ_W – густина деревини для конкретної вологості. Її визначаємо для різних порід з густиною ρ_{12} для нормалізованої вологості за відомою формулою [15]

$$\rho_W = \begin{cases} k_{\alpha 1} \rho_{12} \frac{100 + W}{100 + k_{\alpha 2} W}, W \leq 30\%; \\ k_{\alpha 3} \rho_{12} (1 + 0.1W), W > 30\%, \end{cases} \quad (12)$$

де: $k_{\alpha 1} = 0,957$, $k_{\alpha 2} = 0,6$, $k_{\alpha 3} = 0,811$ (для акації, берези, бука, граба) і $k_{\alpha 1} = 0,946$, $k_{\alpha 2} = 0,5$, $k_{\alpha 3} = 0,823$ для інших порід.

Математична модель визначення в'язкопружного стану деревини як капілярно-пористого трифазного середовища включає рівняння рівноваги механіки гетерогенних середовищ:

$$\begin{aligned} \frac{\partial (c_T \langle \sigma_{TX} \rangle_T)}{\partial x} + \frac{\partial (c_T \langle \sigma_{TX} \rangle_T)}{\partial y} + p_T \frac{\partial c_T}{\partial x} + Q_{1,2} &= 0; \\ \frac{\partial (c_T \langle \sigma_{TY} \rangle_T)}{\partial x} + \frac{\partial (c_T \langle \sigma_{TY} \rangle_T)}{\partial y} + p_T \frac{\partial c_T}{\partial y} + Q_{2,2} &= 0, \end{aligned} \quad (13)$$

де $p_T = -\frac{1}{3} \langle \sigma_T \rangle_T$, $Q_{1,2}$, $Q_{2,2}$ – складові потоків масоперенесення.

Граничні умови характеризують стан деревини у частковий момент сушіння і мають вигляд:

$$\begin{aligned} \langle \sigma_{TX} \rangle_T = 0, x = 0, x = l_1; \langle \sigma_{TY} \rangle_T = 0, y = 0, x = l_2; \\ \langle \sigma_{TX} \rangle_T = 0, x = 0, x = l, y = 0, y = l_2, \end{aligned} \quad (14)$$

де l_1 , l_2 – геометричні розміри поперечного перетину деревини.

Математичні моделі для визначення концентрації рідини, пари, повітря і пароповітряної суміші у деревній пластині запропоновано у вигляді диференційних рівнянь вологопровідності з граничними умовами, характерними для першого та другого періодів процесу сушіння [9, 10, 13]. Базуючись на розв'язках диференційних рівнянь вологоперенесення, а також рівняннях стану газової фази і законі Дальтона, з урахуванням частки вільного від рідини об'єму матеріалу, отримано закономірності розподілу перенесення вологості, тепла та концентрації парогазової суміші у деревній пластині. Зокрема, для першого періоду процесу сушіння отримано:

- для перенесення вологи у рідкій фазі

$$\begin{aligned} U_P(\bar{x}, F_{OUP}) = A_P \left(F_{OUP} + 0,5 \cdot \bar{x}^2 - 1/6 \right) + \frac{2A_P}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n^2} \cos(\pi n \bar{x}) \exp(-\pi^2 n^2 F_{OUP}) + \\ + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \cos(\pi n \bar{x}) \exp(-\pi^2 n^2 F_{OUP}) \int_0^1 U_{0P}(z, 0) \cos(\pi n z) dz + \int_0^1 U_{0P}(z, 0) dz; \end{aligned} \quad (15)$$

- для переміщення вологи у паровій фазі

$$U_{II}(\bar{x}, F_{O_{II}}) = A_{II} \left(F_{O_{II}} + 0,5\bar{x}^2 - 1/6 \right) + \frac{2A_{II}}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n^2} \cos(\pi n \bar{x}) \exp(-\pi^2 n^2 F_{O_{II}}) +$$

$$+ 2 \sum_{n=1}^{\infty} \cos(\pi n \bar{x}) \exp(-\pi^2 n^2 F_{O_{II}}) \int_0^1 U_{0II}(z, 0) \cos(\pi n z) dz + \int_0^1 U_{0II}(z, 0) dz, \quad (16)$$

де: $\bar{x} = x/l$; $F_{O_{UP}}$, $F_{O_{II}}$ – масообмінні критерії Фур'є; A_P , A_{II} – величини, залежні від характеристик масообміну, початкових значень розподілу вологи U_{0P} , U_{0II} у рідкій і паровій фазах; l – геометричний розмір.

Аналогічно отримано математичні моделі для визначення перенесення вологи у рідкій і паровій фазах та перенесення повітря і пароповітряної суміші для другого періоду процесу сушіння. Зокрема:

- для перенесення вологи у рідкій фазі

$$U_P(\bar{x}, F_{O_{mp}}) = 2 \sum_{n=1}^{\infty} \cos\left(\left(2n-1\right) \frac{\pi \bar{x}}{2}\right) \exp\left(-\left(\left(2n-1\right) \frac{\pi}{2}\right)^2 F_{O_{UP}}\right) \times$$

$$\times \int_0^1 U_{0P}(z, 0) \cos\left(\left(\left(2n-1\right) \frac{\pi}{2}\right) z\right) dz; \quad (17)$$

- для перенесення вологи у паровій фазі

$$U_{II}(\bar{x}, F_{O_{II}}) = 2 \sum_{n=1}^{\infty} \cos\left(\left(2n-1\right) \frac{\pi \bar{x}}{2}\right) \exp\left(-\left(\left(2n-1\right) \frac{\pi}{2}\right)^2 F_{O_{II}}\right) \times$$

$$\times \int_0^1 U_{0II}(z, 0) \cos\left(\left(\left(2n-1\right) \frac{\pi}{2}\right) z\right) dz, \quad (18)$$

- для знаходження температурного поля

$$T(\bar{x}, Fo) = 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos \mu_n \bar{x} (B_i \sin \mu_n + \mu_n \cos \mu_n)}{(B_i + 1) \sin \mu_n + \mu_n \cos \mu_n} \exp(-\mu_n^2 Fo) \int_0^1 T_0(z) \cos \mu_n z dz +$$

$$+ 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos \mu_n \bar{x} (B_i \sin \mu_n + \mu_n \cos \mu_n)}{\mu_n^2 [(B_i + 1) \sin \mu_n + \mu_n \cos \mu_n]} \exp(-\mu_n^2 Fo) \int_0^1 P_0(z) \cos \mu_n z dz +$$

$$+ \left[\frac{1}{B_i} - 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos(\mu_n \bar{x})}{\mu_n [(B_i + 1) \sin \mu_n + \mu_n \cos \mu_n]} \right] K_i(Fo), \quad (19)$$

де: Fo , B_i , K_i , P_0 – теплообмінні критерії Фур'є, Біо, Кірпичова, Померанцева; μ_n – корені характеристичного рівняння $ctg \mu_n = \mu_n / B_i$.

Прийнято допущення про те, що тиск водяної пари на поверхні деревини визначається з урахуванням середньої вологості сушіння матеріалу та рівноважної вологості повітря, а тиск водяної пари у середині деревини дорівнює тиску насиченої пари, що залежить від температури. Загальний тиск пароповітряної суміші у деревині визначається за законом Дальтона, а на поверхні матеріалу він дорівнює атмосферному. Моделювання впливу вологоперенесення на процес теплоперенесення здійснюється з урахуванням внутрішнього джерела у рівнянні теплоперенесення, яке описує потік випаровуючої вологи у деревині.

Програмно-алгоритмічні аспекти. У рамках об'єктно-орієнтованого підходу розроблено прикладне програмне забезпечення для чисельної реалізації отриманих у попередньому розділі математичних моделей в'язкопружного деформування деревини у процесі сушіння з урахуванням багатофазності.

Для чисельної реалізації математичної моделі (8)-(14) метод скінченних елементів (МСЕ) [12] адаптовано для в'язкопружної області деформування гетерогенного середовища. Для цього виведено еквівалентне варіаційне формулювання математичної моделі визначення в'язкопружного стану на основі використання принципу мінімуму повної потенціальної енергії. Функціонал Лагранжа, мінімальне значення якого збігається з розв'язком математичної моделі (8)-(14), остаточно записано у вигляді

$$\Lambda = \frac{1}{2} \int_V \varepsilon^T C \varepsilon dV - \frac{1}{2} \int_V \varepsilon^T C \int_0^\tau R(t-s, t, U) \varepsilon ds dV -$$

$$- \int_V \varepsilon^T C \varepsilon_V dV + \int_V \varepsilon^T C \int_0^l R(t-s, t, U) \varepsilon_V ds dV, \quad (20)$$

де C – компоненти тензора, які характеризують анізотропні пружні характеристики твердої фази (деревної речовини) та характеристики багатофазності структури.

Для знаходження основних співвідношень МСЕ використано скінченно-різницеву апроксимацію векторів переміщень $\{u(\tau)\}$ і деформації $\{\varepsilon(\tau)\}$ та функції реологічної поведінки деревини $R(\tau, \tau')$ у часі. Зокрема, для $\{\varepsilon(\tau)\}$ та ядра релаксації отримано:

$$\{\varepsilon(\tau)\} = \{\varepsilon(\tau_i)\} + \frac{\{\varepsilon(\tau_{i+1})\} - \{\varepsilon(\tau_i)\}}{\tau_{i+1} - \tau_i} (\tau - \tau_i); \quad (21)$$

$$R_i^* = \frac{\Delta \tau}{2} R_i^*(\tau_0) + \Delta \tau \sum_{j=1}^M R_i^*(\tau_j) + \frac{\Delta \tau}{2} R_i^*(\tau_M). \quad (22)$$

З умови мінімуму функціонала Лагранжа отримано систему алгебраїчних рівнянь для знаходження невідомих переміщень на кожному часовому кроці $\Delta \tau_i$ ($i = \overline{1, M}$, де M – кількість часових інтервалів)

$$\sum_{n=1}^N U_n^k \left[\frac{1}{2} \int_{V_n} B^T C B \phi_n^k(x) dV \right] + \sum_{n=1}^N U_n^k \left[\frac{1}{4} \int_{V_e} B^T C R(s_k, \tau_k) B \phi_n^k(x) dV \right] =$$

$$= \sum_{n=1}^{k-1} \sum_{n=1}^N U_n^j \left[\frac{\Delta \tau}{2} \int_V B^T C R(s_k, \tau_j) B \phi_n^j(x) dV \right] + \sum_{n=1}^N \left[\int_{V_n} B^T C \varepsilon_n^k d\Omega \right] -$$

$$- \sum_{n=1}^{k-1} \sum_{n=1}^N \left[\frac{\Delta \tau}{2} \int_{V_e} B^T C (R(s_k, \tau_j)) \varepsilon_n^j + R(s_k, \tau_{i+1}) \varepsilon_n^{j+1} \right] dV, k = 1, \dots, N. \quad (23)$$

Програмна реалізація методу скінченних елементів на основі об'єктно-орієнтованого підходу полягала у розробленні пакетів класів і відношень між ними. На окремі пакети розділено класи, які відображають сутність об'єктно-орієнтованої реалізації МСЕ та реалізують: температурні та вологісні коефіцієнти, які містить задача визначення потоків масоперенесення у рідкій, твердій

та газоподібній фазах (вони описані у вигляді функцій, що залежать від температури, вологості та інших аргументів); коефіцієнти, необхідні для розв'язування задачі в'язкопружності, які також обчислюють залежно від температури та вологовмісту матеріалу; параметри зовнішнього середовища, а саме температуру середовища t_c , відносну вологість ϕ (виокремленні в окремий інтерфейс); початкові значення температури t_0 , вологовмісту u_0 , компонент переміщень \bar{U} та напружень σ , а також геометричні розміри матеріалу (l_1 і l_2) та тривалість процесу τ ; параметри чисельного розв'язування, такі як кількість розбиттів за часом, кількість розбиттів за координатними осями, порядок квадратурних формул для обчислення інтегралів, тощо.

Аналіз результатів досліджень. Для проведення чисельних експериментів опрацьовано експериментальні дані. Уточнено значення деяких теплофізичних характеристик деревини, зокрема коефіцієнта вологопровідності як функції від температури і вологості: $a_{m1}(T,U) = a_{m1}(T)a_{m1}(U)$, $a_{m1}/a_{m2} = 1,25$. Для визначення коефіцієнта вологообміну використано залежність $\alpha = 0,95(T/\varphi \exp(-2\sigma V_p/rTR))10^{-9}$, де V_p , σ – молярний об'єм та поверхневий натяг рідини, φ – відносна вологість середовища [5]. Значення $r = r(U)$ отримано шляхом моделювання структури деревини як системи непостійних капілярів радіуса r , який залежить від вологості. У чисельних експериментах приймалися такі значення фізичних параметрів: для повітряної та парогазової фази [4, 5, 13, 14]: $c_0 = 9,05 \cdot 10^2$ Дж/(кг·К); $\alpha_{П} = 3,3 \cdot 10^{-4}$ Вт/(м²·К); $v_{П} = 284$ Дж/(кг·К); $R_{ПГ} = 8,3144$ Дж/(моль·К); $v_{ПГ} = 461,9$ Дж/(кг·К); $\lambda_{ПГ} = 0,0248$ Вт/(м·К); $c_{ПГ} = 2,034 \cdot 10^3$ Дж/(кг·К); для рідкої фази: $\rho_P = 10^3$ кг/м³; $\lambda_P = 0,648$ Вт/(м·К); $c_P = 4,2 \cdot 10^3$ Дж/(кг·К); $\alpha_P = 6 \cdot 10^{-5}$ Вт/(м²·К); для твердої фази: $\rho_T = 1540$ кг/м³; $\lambda_T = 0,3$ Вт/(м·К); $c_T = 3,7 \cdot 10^3$ Дж/(кг·К); $\alpha_T = 1,66 \cdot 10^{-3}$ Вт/(м²·К).

На рис. 1 показано зміну об'ємного вмісту фаз деревини сосни залежно від вологості, а рис. 2 характеризує зміну в часі об'ємного вмісту рідкої фази.

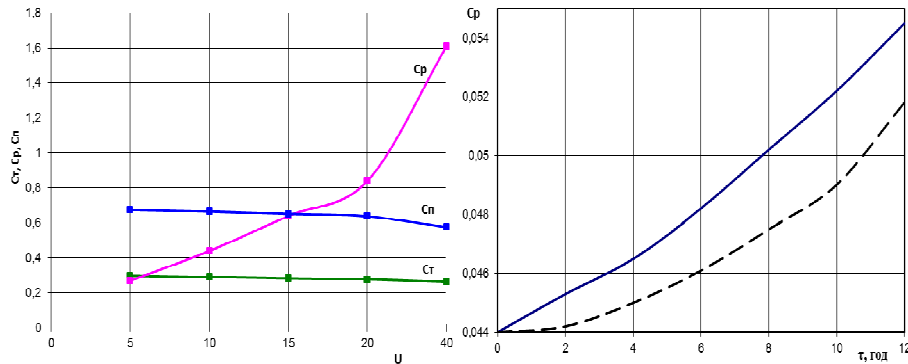


Рис. 1. Розрахункові значення об'ємного вмісту фаз для деревини сосни

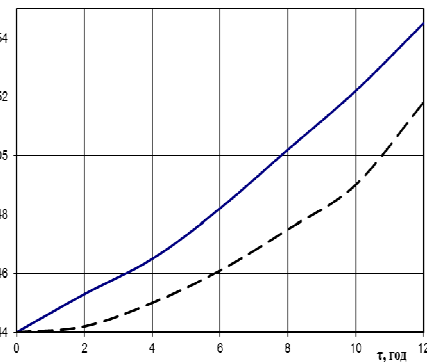


Рис. 2. Зміна у часі об'ємного вмісту рідкої фази (1 – на поверхні, 2 – у деревині)

Необхідно зазначити, що відмінність розподілу температурних полів з плином тривалості сушіння деревини посилюється, а саме температура твердої

фази зростає, а підвищення температури рідкої фази сповільнюється, і вона не перевищує температури насиченої пари.

Аналіз графічних залежностей розподілу вологовмісту і температури у деревній пластині (рис. 3 та 4) свідчить про те, що, незважаючи на більші значення температури у твердій фазі, порівняно з рідинною, інтенсивність досягнення рівномірних значень у процесі сушіння у рідкій фазі є вищою, ніж у твердій. Такий взаємопротилежний розподіл значень вологовмісту і температури та швидкості їх зміни у різних фазах зумовлюється вищою температуропровідністю води порівняно із зовнішнім теплообміном твердої фази.

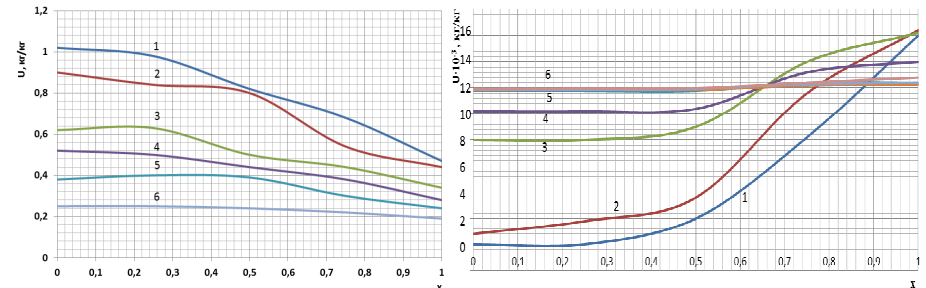


Рис. 3. Розподіл вологовмісту твердої фази у деревній пластині для різних значень часу (крива 1 – 10 год; 2 – 20 год; 3 – 30 год; 4 – 40 год; 5 – 50 год; 6 – 60 год)

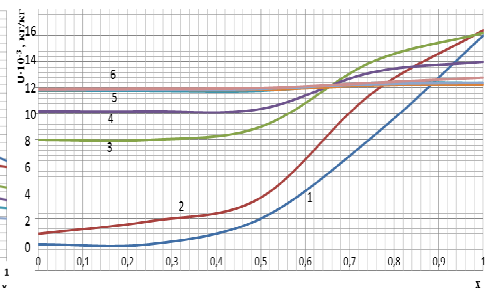


Рис. 4. Розподіл вологовмісту пароповітряної фази у деревній пластині для різних значень часу (крива 1 – 10 год; 2 – 20 год; 3 – 30 год; 4 – 40 год; 5 – 50 год; 6 – 60 год)

Температура у газовій фазі досягає значень, які на порядок вищі, ніж в інших фазах. Крім цього, інтенсивність зміни парогазової та рідкої фаз істотно змінюється у процесі зневоднення деревини. Спостерігається значний вплив структурної анізотропії деревини на ці процеси. На початковій стадії процесу для взірців пиломатеріалів радіального напрямку значення парогазової суміші збільшується від центральної частини до поверхні. Для тангенціальних взірців розподіл парогазової суміші є більш рівномірним. Інтенсивність фазових переходів навіть для початкових етапів зневоднення деревини неоднакова у різних точках деревини і істотно залежить від тиску парогазової суміші.

Результати здійсненого математичного моделювання узгоджуються з результатами експериментальних досліджень та даними щодо розподілу температури і вологості в гомогенному середовищі для часткових випадків. Зокрема, модельні значення температури твердої фази є близькими до вимірної температури поверхні, а температура рідкої фази більше відповідає температурі в центрі деревної пластини за відомими експериментальними даними. Початковий нерівномірний розподіл вологості істотно впливає на розподіл вологості у деревині внаслідок випаровування рідини і зникнення парової фази. Тиск парогазової суміші має максимальні значення у центральній зоні деревної пластини. У процесі зневоднення деревини спостерігається зменшення зони формування максимальних значень тиску парогазової суміші, а самі значення знижуються.

Аналіз розподілу температури і перенесення вологи у рідкій, твердій і повітряній фазах свідчить про те, що математичні моделі дають змогу прогнозува-

ти особливості взаємопов'язаних процесів перенесення у різних фазах і враховувати фізичну нелінійність цих процесів, зумовлену залежністю фізичних властивостей деревини від температури і вологості.

Висновки:

1. Побудовано математичну модель реологічної поведінки деревини як трифазного середовища з урахуванням анізотропії тепломеханічних характеристик, яка дає змогу враховувати пружні і в'язкопружні та залишкові деформації деревини залежно від зміни капілярно-пористої структури матеріалу. Розроблено прикладне програмне забезпечення для чисельної реалізації математичних моделей на основі адаптації методу скінченних елементів для в'язкопружної області деформування багатофазного середовища зі змінними вологісними полями.

2. Розв'язано важливу для процесу сушіння задачу визначення в'язкопружного деформування деревини як трифазної системи з урахуванням анізотропії тепломеханічних характеристик. Встановлено закономірності впливу технологічних параметрів сушіння на процеси в'язкопружного деформування і тепломасоперенесення у твердій, рідкій і паровій фазах для деревини.

Література

- Акулич А.В. Моделирование тепломасопереноса в капиллярно-пористых материалах / А.В. Акулич, Н.Н. Гринчик // Инженерно-физический журнал : сб. науч. тр. – 1998. – Т. 71, № 2. – С. 225-233.
- Білей П.В. Теоретичні основи теплового оброблення і сушіння деревини : монографія / П.В. Білей. – Коломия : Вид-во "Вік", 2005. – 364 с.
- Бурак Я.І. Континуально-термодинамічні моделі механіки твердих розчинів / Я.І. Бурак, С.Я. Чапля, О.Ю. Чернуха. – К : Вид-во "Наук. думка", 2006. – 272 с.
- Вінтонів І.С. Деревинознавство : навч. посібн. / І.С. Вінтонів, І.М. Сопушинський, А. Тайшінгер. – Львів : Вид-во ТзОВ "Апріорі", 2007. – 312 с.
- Гороховский А.Г. Повышение эффективности управления процессом сушки пиломатериалов / А.Г. Гороховский. – Екатеринбург : Изд-во УГЛТУ, 2008. – 128 с.
- Гринчик Н.Н. Процессы переноса в пористых средах, электролитах и мембранах / Н.Н. Гринчик. – Минск : Изд-во Ин-ту тепло- и массообмена АН Беларуси, 1991. – 251 с.
- Дорняк О.Р. Математическое моделирование, компьютерная оптимизация технологий, параметров оборудования и систем лесного комплекса / О.Р. Дорняк // Межведомственный сборник научных трудов ВГЛТА. – Воронеж, 2001. – С. 132-139.
- Дульнев Г.Н. Применение ЭВМ для решения задач теплообмена / Г.Н. Дульнев, В.Г. Парфенов, А.В. Сигалов. – М. : Изд-во "Выш. шк.", 1990. – 207 с.
- Лыков А.В. Теория сушки / А.В. Лыков. – М. : Изд-во "Энергия", 1968. – 472 с.
- Лыков А.В. Тепломассообмен : справочник / А.В. Лыков. – М. : Изд-во "Энергия", 1971. – 560 с.
- Нигматулин Р.И. Основы механики гетерогенных сред / Р.И. Нигматулин. – М. : Изд-во "Наука", 1987. – 462 с.
- Сегерлинд Л. Применение метода конечных элементов / Л. Сегерлинд. – М. : Изд-во "Мир", 1979. – 378 с.
- Серговский П.С. Гидротермическая обработка и консервирование древесины / П.С. Серговский. – М. : Изд-во "Лесн. пром-сть", 1981. – 304 с.
- Bodic J. Mechanics of Wood and Composites / J. Bodic, A. Jayne. – New York : Van Nostrand Reinhold, 1982. – 712 p.
- Уголев Б. Н. Древесиноведение с основами лесного товароведения : учебник [для лесотехн. ВУЗов] / Б.Н. Уголев; М-во образования Рос. Федерации, Моск. гос. ун-т леса. – Изд. 3-е, [перераб. и доп.]. – М. : Изд-во МГУЛ, 2002. – 340 с.
- Соколовський Я.І. Об'єктно-орієнтована реалізація методу скінчених елементів для розрахунку в'язкопружного стану капілярно-пористих матеріалів / Я.І. Соколовський, О.В. Мокрицька // Вісник Національного університету "Львівська політехніка". – Сер.: Комп'ютерні науки та інформаційні технології. – Львів : Вид-во НУ "Львівська політехніка". – 2011. – № 710. – С. 181-188.
- Соколовський Я.І. Чисельне моделювання в'язкопружного деформування капілярно-пористого матеріалу / Я.І. Соколовський, О.В. Мокрицька // Вісник Національного університету

"Львівська політехніка". – Сер.: Комп'ютерні науки та інформаційні технології. – Львів : Вид-во НУ "Львівська політехніка". – 2011. – № 719. – С. 184-190.

18. Соколовський Я.І. Математичне моделювання та аналіз деформаційно-релаксаційного стану в деревині у процесі сушіння / Я.І. Соколовський, А.В. Бакалець, О.В. Мокрицька // Вісник Національного університету "Львівська політехніка". – Сер.: Комп'ютерні науки та інформаційні технології. – Львів : Вид-во НУ "Львівська політехніка". – 2011. – № 711. – С. 82-90.

19. Соколовський Я.І. Математична модель в'язкопружного деформування капілярно-пористих матеріалів / Я.І. Соколовський, О.В. Мокрицька // Науковий вісник НЛТУ України : зб. наук.-техн. праць. – Львів : РВВ НЛТУ України. – 2011. – Вип. 21.2. – С. 320-328.

Соколовский Я.И., Криштанович В.И., Мокрицькая О.В. Математическое моделирование вязкоупругого состояния древесины в процессе сушения как многофазной системы

Решена важная для процесса сушения задача определения вязкоупругого деформирования древесины как трехфазной системы с учетом анизотропии тепломеханических характеристик.

Сформулирована математическая модель тепломасопереноса для периодов постоянной и ниспадающей скорости сушения капиллярно-пористых материалов. Построена математическая модель реологического поведения древесины как трехфазной среды с учетом анизотропии тепломеханических характеристик. Разработано прикладное программное обеспечение для численной реализации математических моделей на основе адаптации метода конечных элементов. Установлены закономерности влияния технологических параметров сушения на процессы вязкоупругого деформирования и тепломасопереноса в твердой, жидкой и паровой фазах для древесины.

Ключевые слова: математическая модель, вязкоупругое деформирование, тепломасоперенос, многофазная система, метод конечных элементов, объектно-ориентированное программирование, сушение древесины.

Sokolovskyy Ya.I., Kryshchapovich V.I., Mokrytska O.V. Mathematical simulation of viscoelastic state of wood during drying as a multiphase system

An important task of defining visco-elastic deformation of wood as a three-phase system, taking into account the anisotropy of mechanical properties, is solved. Mathematical model of heat and mass transport for periods of constant and falling drying rate of capillary-porous materials is formulated. Mathematical model of the rheological behavior of wood as a three-phase environment, taking into account the anisotropy of heat and mechanical properties, is developed. Applied software for numerical implementation of mathematical models based on adaptation of finite element method is developed. New regularities for influence of technological parameters on visco-elastic deformation and heat and mass transfer in solid, liquid and vapor phases in the process of drying wood were found out.

Keywords: mathematical model, viscoelastic state, heat and mass transfer, multiphase system, finite element method, object-oriented programming, drying wood.

УДК 004.[832.34+896]

Проф. Р.О. Ткаченко, д-р техн. наук;
аспін. І.О. Вербенко – НУ "Львівська політехніка"

ЛІНГВІСТИЧНА СТРАТЕГІЯ УПРАВЛІННЯ КРАНОВИМИ УСТАНОВКАМИ

Проаналізовано традиційні моделі управління такими крановими установками: на основі ПІД регуляторів; на основі використання математичної моделі крану в основі моделі контролера; на основі нечіткої логіки. Досліджено, що класичні методи управління добре працюють за повністю описаного і визначеного об'єкта управління і знаного середовища, а для систем, таких як кранові установки, з неповною інформацією та високою складністю об'єкта керування, оптимальними є нечіткі методи управління. Проаналізовано використання лінгвістичних змінних для створення лінгвістичної стратегії управління