

зменшується діагональ сектора екрана, на який виводиться основне зображення смуги оглядової розвідки;

- 4) обладнання робочого місця оператора БпАК додатковим монітором, який буде використовуватися для розпізнавання та ідентифікації ОПР після його виявлення. При цьому на такий монітор подається інформація від ОЕ СЗРІ з меншим кутом огляду, що дає змогу збільшити детальність зображення ОПР. Недоліками такого варіанта вирішення проблеми є розосередження уваги оператора та необхідність врахування обмежень, які пов'язані з розмірами наземного пункту управління, де обладнується робоче місце оператора;

**Висновки.** Обмеження щодо технологічних можливостей сучасних засобів візуалізації накладають додаткові вимоги до створення робочого місця оператора БпАК. Використання зазначених вище рекомендацій дають змогу розробникам БпАК варіювати значеннями характеристик пристроїв візуалізації, забезпечуючи успішне виконання завдань виявлення, розпізнавання та ідентифікація ОПР. У разі застосування збільшеного зображення ОПР, яке надходить від додаткової ОЕ СЗРІ БпЛА з меншим кутом огляду, необхідно провести додаткові дослідження щодо можливостей сприйняття та аналізу оператором візуальної інформації з урахуванням фізіологічних особливостей людського зору.

### Література

1. Системы безопасности двойного и военного назначения. [Электронный ресурс]. – Доступный с [http://www.pergam-vision.ru/files/file\\_name\\_19913aff8724bfac99cbcd64764b7052.pdf](http://www.pergam-vision.ru/files/file_name_19913aff8724bfac99cbcd64764b7052.pdf).
2. Что такое PPI (Pixels Per Inch)?. [Электронный ресурс]. – Доступный с [http://www.pcwork.ks.ua/blog/chto\\_takoe\\_ppi\\_pixels\\_per\\_inch/2012-05-03-524](http://www.pcwork.ks.ua/blog/chto_takoe_ppi_pixels_per_inch/2012-05-03-524).
3. Расчёт плотности пикселей (PPI) монитора. [Электронный ресурс]. – Доступный с <http://ru.wikipedia.org/wiki/Ppi>.
4. Воробьев Л.Е. Оптические средства наноструктур / Л.Е. Воробьев, Е.Л. Ивченко, Д.А. Фирсов, В.А. Шалыгин. – Санкт-Петербург : Изд-во "Наука", 2001. – 188 с.
5. Как перевести сантиметры в пиксели. [Электронный ресурс]. – Доступный с <http://www.kakprosto.ru/kak-44702-kak-perevesti-santimetry-v-pikseli>.
6. Слюсар В. Передача данных с борта БПЛА: стандарты НАТО. – Электроника НТБ. – Вып. #3/2010. [Электронный ресурс]. – Доступный с <http://www.electronics.ru/journal/article/53>.
7. STANAG 4609/AEDP-8. NATO Digital Motion Imagery Format. [Electronic resource]. – Mode of access [http://www.nato.int/structur/AC/224/standard/4609/4609.../AEDP-8\(3\).pdf](http://www.nato.int/structur/AC/224/standard/4609/4609.../AEDP-8(3).pdf).
8. STANAG 7023/AEDP-9. NATO Primary Image Format. [Electronic resource]. – Mode of access [http://www.nato.int/structur/AC/224/standard/7023/7023\\_documents/7023Eed04.pdf](http://www.nato.int/structur/AC/224/standard/7023/7023_documents/7023Eed04.pdf).

**Багинский В.А., Сальник Ю.П., Опанасюк И.И., Пащук Ю.М. Обоснование разрешающей способности устройства визуализации беспилотного авиационного комплекса**

Рассмотрены возможности устройств визуализации (мониторов) рабочего места оператора беспилотного авиационного комплекса относительно обеспечения необходимого уровня детализации объекта, который выявляется с помощью оптико-электронной системы сбора разведывательной информации. Исследованы этапы работы оператора при восприятии и анализе изображений с целью выявления, распознавания и идентификации объекта воздушной разведки. На основе критериев Джонсона рассчитана минимально необходимая пиксельная плотность монитора. Поданы предложения относительно оборудования рабочего места оператора беспилотного авиационного комплекса.

**Ключевые слова:** устройства визуализации, разрешающая способность, пиксельная плотность, беспилотный авиационный комплекс.

**Bahinskyi V.A., Salnyk Yu.P., Opanasiuk I.I., Pashchuk Yu.M. Validation of Display Resolution of Unmanned Aircraft System Derived Imagery**

Some performance capabilities of displays for unmanned aerial vehicle payload operator pertaining to necessary level of zooming of air reconnaissance object which is detected by an electro-optical system are examined. The stages of operator's working conditions during perception and the analysis of imagery in order to detect, recognize and identify an air reconnaissance object are researched. Based on Johnson's criteria the authors have calculated the least necessary pixel density of the operator's display. The equipment of workstation of unmanned aerial vehicle payload operator is proposed to be developed.

**Keywords:** display of imagery, resolution, pixel density, unmanned aircraft system.

УДК 674.09:51-74:519.87:004.942

Доц. А.Я. Вус, канд. фіз.-мат. наук –  
Львівський НУ ім. Івана Франка;

доц. В.О. Масівський, д-р техн. наук – НЛТУ України, м. Львів

### МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПОПЕРЕЧНИХ ПЕРЕТИНІВ КОЛОДИ ЗА РЕЗУЛЬТАТАМИ ЇЇ СКАНУВАННЯ

Розглянуто два підходи до аналітичної побудови моделі огинаючих кривих, які описують контури поперечних перетинів колоди за результатами її поздовжнього сканування. Встановлено, що моделювання контура за допомогою тригонометричного многочлена Фур'є є ефективною та практично застосовною методикою для розроблення адекватної математичної моделі колоди. Для відшукування оптимальної моделі контура реалізовано алгоритм, який передбачає введення надлишкового параметра з подальшою мінімізацією площі поперечного перетину. Запропонована методика ефективного прогнозування реального об'ємного виходу пиломатеріалів та вибору раціональних варіантів розпилювання колод з урахуванням специфікації пилопродукції.

**Ключові слова:** Колода, поперечний перетин, огинаюча крива, сканування, форма поверхні, математичне моделювання, тригонометричний многочлен, кусково-лінійна інтерполяція.

**Постановка проблеми та актуальність дослідження.** Розпилювання колод на пилопродукцію є першим та водночас одним із найважливіших етапів виробництва виробів з деревини. Від реалізації цього етапу насамперед залежить ефективність використання сировинних та енергетичних ресурсів, обмеженість обсягів і значне зростання вартості яких зумовлює необхідність раціонального підходу до їх використання.

Неврахування форми та розмірно-якісних і кількісних характеристик колод, здебільшого, є основною причиною, що призводить до значних перевитрат пиловної сировини на виконання специфікації пилопродукції. Наслідком цього є збільшення ресурсозатратності сировини у технологічному процесі виробництва пилопродукції. Вирішення цієї проблеми потребує не тільки наявності достовірної інформації про реальну форму колод та розмірно-якісні та кількісні характеристики колод і пилопродукції, але й правильної її інтерпретації. Основною передумовою ефективного планування розпилювання колод на пилопродукцію є попереднє прогнозування можливих варіантів розпилювання кожної колоди та вибір раціонального варіанта для його використання у виробничих умовах. Вибір такого варіанта насамперед залежить від кількості можливих варіантів розпилювання та точності розрахунку виходу пилопродукції за цими варіантами. Таким чином, актуальним напрямом дослідження є розроблення адекватної математичної моделі колоди з урахуванням її форми та розмірно-якісної характеристики. Ця модель необхідна для прогнозування можливих варіантів розпилювання конкретних колод на пилопродукцію та виходу пилопродукції за цими варіантами.

У цій роботі на продовження роботи [1] розвинено теоретичний і практичний підходи до розроблення математичної моделі колоди з урахуванням її форми та розмірних характеристик.

**Аналіз останніх досліджень і публікацій.** Дослідження, спрямовані на розроблення адекватної математичної моделі конкретної колоди, не втрачають своєї актуальності з часу перших спроб реалізації математичного підходу до створення моделей колод. На початкових етапах таких досліджень науковці приймали колоду за правильну геометричну фігуру, зокрема прямий зрізаний конус, круговий чи еліптичний зрізаний параболоїд, нейлоїд тощо [2-4 та ін.]. Однак отримані результати застосування варіантів розпилювання колод та розрахунок об'ємного виходу пилопродукції у реальних виробничих умовах засвідчили недостатню відповідність прийнятих моделей колод. Зокрема, результати порівняння об'ємного виходу пиломатеріалів з вибраних колод, розпиляних розвальним способом, продемонстрували значне відхилення до 5 і більше відсотків об'ємного виходу, розрахованого за результатами моделювання розпилювання колод (модель колоди – круговий та еліптичний зрізаний параболоїд), порівняно із результатами експериментального розпилювання [5]. Варто зазначити, що наведені результати характерні для одного кута базування колоди (кут базування колоди відповідав куту її позиціонування у процесі розпилювання у виробничих умовах). Натомість, результати моделювання розпилювання колоди (модель колоди – у вигляді набору 2D сканів, описаних тригонометричними многочленами Фур'є) [5] засвідчили, що за зміни кута базування об'ємний вихід пиломатеріалів також змінювався від 1,07 до 4,58 %. Таким чином, зважаючи на вплив кута базування колоди та зміщення схеми розпилювання на ширині робочої зони охоплення колоди на об'ємний вихід пиломатеріалів [5], відхилення об'ємного виходу, розрахованого для моделі колоди правильної геометричної форми, порівняно із результатами експериментального розпилювання колод, становитиме 7-10 %, а в окремих випадках і більше.

Малопридатність моделей колод, прийнятих за правильні геометричні фігури для ефективного прогнозування об'ємного виходу пилопродукції в реальних виробничих умовах зумовила розвиток нового напрямку у розробленні математичних моделей колод. Цей напрям передбачає розроблення таких моделей, які враховують реальну форму та розмірну або розмірно-якісну характеристику колод, що дає змогу за результатами моделювання їх розпилювання ефективно прогнозувати реальний об'ємний вихід пилопродукції ще до процесу фактичного розпилювання [5-11 та ін.]. Під час розгляду моделювання розпилювання колод на пиломатеріали з урахуванням їх реальної форми, зокрема у [7, 8, 10, 11], не наведено інформації щодо математичного обґрунтування прийнятих моделей та достовірності отриманих результатів, що не дає змогу верифікувати їх адекватність.

Реалізація моделі колоди у вигляді набору 2D сканів, описаних тригонометричними многочленами Фур'є, що будуються за результатами поздовжнього сканування поверхні колоди окремо на кожному її поперечному перетині, засвідчила ефективність такого підходу [1, 5]. Запропонований підхід дав змогу врахувати реальну форму і розмірну характеристику кожної колоди. Зазначимо, що перевага цього підходу полягає у можливості побудови моделі реальних поперечних перетинів колоди на основі реальних вузлів інтерполяції. Очевидно, збільшення кількості цих вузлів сприятиме якомога точнішому моделюванню поперечних пе-

ретинів, але значно ускладнить необхідний математичний апарат. Це зумовлює необхідність обрання якомога простішої моделі, придатної для довільної реальної (а не гіпотетичної) колоди. При цьому основною метою є максимальне дотримання умови проходження кривих, що описують поперечні перетини колоди, через вузли сканування. Таким чином, задача опису кривої, що відповідає обрисов поперечного перетину колоди, є базовою для створення адекватної математичної моделі. Основним апаратом її реалізації є використання даних поздовжнього сканування колоди, позаяк відповідні точки на кожному із поперечних перетинів трактуються як інтерполяційні вузли відповідної огинаючої кривої.

Отже, створення математичної моделі для опису форми реальної колоди, є актуальним напрямком досліджень, оскільки дає змогу ефективно прогнозувати об'ємний вихід пилопродукції, за результатами якого можна здійснювати індивідуальний вибір раціональних варіантів розпилювання колод та оптимізацію плану їх розпилювання.

**Удосконалення методики математичного моделювання поперечних перетинів колоди з урахуванням її форми.** Насамперед варто зупинитися на методі побудови опису поперечного перетину колоди у вигляді тригонометричного многочлена Фур'є, запропонованого в [1]. Зауважимо, що математична модель на його основі, є цілком адекватною у випадку, коли за непарною кількістю  $(2n+1)$  точок сканування будуватиметься тригонометричний многочлен у вигляді

$$R_n(\varphi) = A_0 + \sum_{k=1}^n (A_k \cos k\varphi + B_k \sin k\varphi) \quad (1)$$

для наперед заданого значення  $n$ . Вибір форми тригонометричного многочлена зумовлений екстремальними властивостями частинних сум ряду Фур'є. Кількість невідомих коефіцієнтів Фур'є  $A_0, \{A_k, B_k\}$  збігається з кількістю вузлів сканування.

З курсу математичного аналізу відомо, що для  $2\pi$ -періодичної функції найкращим наближенням для неї як у рівномірній метриці, так і в середньоквадратичному наближенні є відповідна частинна сума ряду Фур'є. У загальному випадку основною вимогою для реалізації опису контура поперечного перетину колоди є проходження його через усі вузли інтерполяції, які представлено в полярній системі координат у вигляді  $r(\varphi_j) = r_j, j \in \{1, \dots, M\}$ . Якщо система  $(M = 2n+1)$  рівнянь

$$R_n(\varphi_j) = r_j, j \in \{1, \dots, M\} \quad (2)$$

має єдиний розв'язок у вигляді (1), то цим самим отримано модель контура відповідного поперечного перетину за допомогою функції. Ця функція є гладкою, навіть нескінченно диференційованою. Якщо система (2) має безліч розв'язків, то потрібен критерій відшукування того із них, який буде найбільш адекватним для розрахунку раціонального варіанта розпилювання колоди на пиломатеріали.

Зазначимо, що на практиці під час поздовжнього сканування колоди, зазвичай, влаштовують парну кількість джерел сигналу сканера, що вносить ще один нюанс у модель побудови многочлена Фур'є у вигляді (1). У роботі [1] як приклад розглянуто випадок 8 точок сканування у декартових координатах  $(x_i, y_i)$ , а в полярних координатах відносно умовної вісі колоди  $(\varphi_i, r_i), i = 1, 8$ . Оскільки будь-який тригонометричний многочлен виду (1) містить непарну кіль-

кість невідомих параметрів (коефіцієнтів Фур'є), то доцільно здійснити певну модифікацію математичної моделі колоди, запропонованої в роботі [1]. Розглянемо два підходи такої модифікації, які базуються на використанні властивостей тригонометричних многочленів Фур'є.

**1 підхід.** Для спрощення моделі побудови тригонометричного многочлена (1), як і в роботі [1], розглянемо випадок із 8-ма точками сканування. Шукасмо його відповідний многочлен Фур'є у вигляді

$$\rho(\varphi) = R_3(\varphi) = A_0 + \sum_{k=1}^3 (A_k \cos k\varphi + B_k \sin k\varphi),$$

який може не задовольнити умову проходження через всі задекларовані 8 вузлів інтерполяції внаслідок того, що кількість невідомих параметрів (коефіцієнтів Фур'є) є меншою за кількість вхідних даних. Параметри  $A_0, \{A_k, B_k\}$  знайдемо методом найменших квадратів, розв'язуючи задачу мінімізації функціонала

$$\Phi(A_0, \{A_k, B_k\}) = \sum_{i=1}^8 (r_i - \rho(\varphi_i))^2 \rightarrow \min. \quad (3)$$

Необхідні умови екстремуму

$$\begin{cases} \partial\Phi / \partial A_0 = 0, \\ \partial\Phi / \partial A_k = 0, k = \overline{1,3}, \\ \partial\Phi / \partial B_k = 0, k = \overline{1,3} \end{cases} \quad (4)$$

утворюють систему 7 лінійних рівнянь із 7 невідомими. Зазначимо, що функціонал (3) – невід'ємна квадратична функція. Тому необхідні умови водночас є і достатніми, а отже, існує єдиний розв'язок системи (4), який мінімізує (3). До того ж у випадку, якщо мінімум цільової функції ненульовий, то отриманий розв'язок не задовольняє умову проходження через усі 8 вузлів сканування.

Очевидно, аналогічна модель з нестачею параметрів легко може бути узагальнена для випадку довільної кількості вузлів інтерполяції,

**2 підхід.** Знову для 8 вузлів сканування шукаємо опис контура поперечного перетину у вигляді

$$\rho(\varphi) = A_0 + \sum_{k=1}^4 (A_k \cos k\varphi + B_k \sin k\varphi), \quad (5)$$

тобто цього разу із надлишковим параметром. Оскільки кількість невідомих параметрів більша за кількість даних вузлів інтерполяції, то система (2) для даних  $M=8$  рівнянь у випадку сумісності матиме безліч розв'язків. Нагадаємо, що в роботі [1] запропоновано вихід з цього становища шляхом накладання умови  $A_4=0$ . Однак ця умова не є завжди правомірною, адже розглянувши в такому ж випадку  $M=8$  рівнянь (2) та поклавши в шуканій функції (5)  $B_4=0$ , отримаємо зовсім інший розв'язок, з іншими характеристиками у подальшому розрахунку варіанта раціонального розпилювання колод на пиломатеріали.

Наведені вище аргументи засвідчують, що:

1) перший підхід до моделювання контура поперечного перетину колоди не задовольняє умову проходження інтерполяційної кривої через усі вузли сканування;

2) другий підхід має, зазвичай, безліч розв'язків у вигляді інтерполяційних многочленів. У цьому випадку для математичної моделі необхідною є побудова критерію, згідно з яким буде прийнято єдине рішення щодо вибору значень коефіцієнтів многочлена Фур'є.

Для демонстрації згаданого випадку розглянемо варіант із 8 джерелами сигналу, які розміщено ідеально з кроком  $\pi/4$ , виміри на яких дали всі  $R_i = A_0$ ,  $i = \overline{1,8}$  (рис.). З логічної точки зору, такий поперечний перетин має описуватися ідеальним колом радіусом  $A_0$ . Однак правильним розв'язком відповідної системи рівнянь (2) є множина тригонометричних многочленів  $R(\varphi) = A_0 + A_4 \cos 4\varphi$  для довільного значення  $A_4$ .

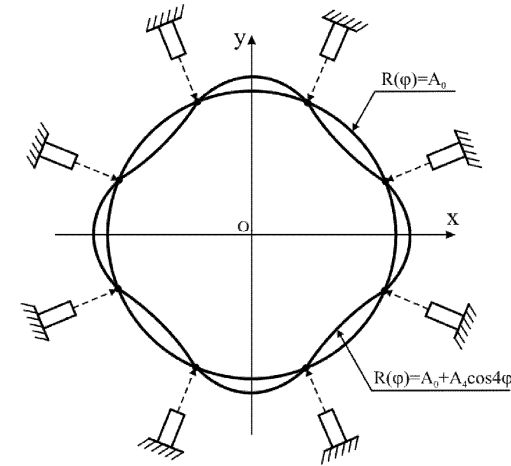


Рис. Варіант схеми сканування колоди для моделювання контура її поперечного перетину з 8-ма джерелами сигналу

Таким чином, сформулюємо вимоги до створення математичної моделі поперечного перетину реальної колоди:

1. Шуканий тригонометричний (інтерполяційний) многочлен має задовольняти умову проходження модельної кривої через усі вузли сканування на поперечному перетині колоди.
2. Необхідно встановити додатковий критерій оптимізації, який дасть змогу знайти оптимальний розв'язок у випадку неоднозначності (наявності безлічі розв'язків) системи рівнянь (2).

Нагадаємо, що для кривої, яка задається в полярних координатах рівнянням (1), площа фігури, що обмежена цією кривою, дорівнює

$$S_n = \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} R_n^2(\phi) d\phi = \frac{\pi}{2} \left( 2A_0^2 + \sum_{k=1}^n (A_k^2 + B_k^2) \right).$$

Розглянемо узагальнення наведеної у другому підході моделі побудови інтерполяційного тригонометричного многочлена із надлишком параметрів у вигляді такого алгоритму:

- 1) для кількості вузлів сканування  $M=2n$  або  $M=2n+1$  моделюємо контур поперечного перетину у вигляді (1);

- 2) знаходимо розв'язок відповідної системи лінійних рівнянь (2);  
 3) залежно від результатів розв'язування системи (2), розглядаємо три випадки.

**1 випадок.** Якщо система рівнянь має єдиний розв'язок, то шуканий тригонометричний многочлен знайдено однозначно.

**2 випадок.** Якщо відповідна система має безліч розв'язків, то понижуємо степінь многочлена (1) на одиницю (тобто розглядаємо тригонометричний многочлен у вигляді  $R_{n-1}(\phi)$  із зменшеною на 2 кількість невідомих параметрів), і знову розв'язуємо систему рівнянь (2), в якій уже кількість рівнянь перевищує кількість невідомих коефіцієнтів Фур'є.

Зрозуміло, якщо отримана перевизначена система рівнянь і надалі має безліч розв'язків, то продовжуємо зменшувати порядок многочлена Фур'є на одиницю, щоразу зменшуючи кількість ступенів вільності на 2.

**Зауваження 1.** Важливо відкидати одночасно обидва члени  $n$ -го доданку многочлена Фур'є, оскільки тільки їх сума  $A_n \cos n\phi + B_n \sin n\phi = C_n \sin(n\phi + \alpha)$  з амплітудою  $C_n = \sqrt{A_n^2 + B_n^2}$  повністю описує  $n$ -ту гармоніку. До того ж при повороті системи відліку на деякий кут  $\omega$  навколо осі сканування відповідна гармоніка переходить у вираз  $C_n \sin(n(\phi + \omega) + \alpha) = C_n \sin(n\phi + (n\omega + \alpha))$ , залишаючись у тому самому класі функцій та зберігаючи вигляд  $n$ -го доданку тригонометричного многочлена в тому сенсі, що амплітуда  $C_n$  залишається незмінною, а модифікується тільки початкова фаза  $\tilde{\alpha} = n\omega + \alpha$ .

**3 випадок.** Якщо на  $(m+1)$ -му кроці система рівнянь (2) для многочлена  $R_{n-m-1}(\phi)$  виявилася несумісною, то з урахуванням Зауваження 1 повертаємось до пошуку тригонометричного многочлена у вигляді  $R_{n-m}(\phi)$  з деяким додатковим критерієм. Таким критерієм оберемо задачу

$$S_{n-m} = 2A_0^2 + \sum_{k=1}^{n-m} (A_k^2 + B_k^2) \rightarrow \min \quad (6)$$

умовної мінімізації площі описуваної фігури за умов (2). Очевидно, сучасними вбудованими програмними засобами ця задача легко вирішується.

**Лема.** Задача мінімізації функціоналу (6) за умов (2) має єдиний розв'язок.

**Доведення.** Припустимо від супротивного, що існують два розв'язки  $Z(A_0, A_k, B_k, k=1, \dots, n-m)$  і  $Z'(A_0', A_k', B_k', k=1, \dots, n-m)$ , що задовольняють умови (2) і такі, що значення функціоналу (6) на них набуває мінімального значення:

$$S_{n-m}^{\min} = S_{n-m}(Z) = S_{n-m}(Z'). \quad (7)$$

Визначимо набір коефіцієнтів

$$Z'' = (A_0'', A_k'', B_k'', k=1, \dots, n-m) = \left( \frac{1}{2}(A_0 + A_0'), \frac{1}{2}(A_k + A_k'), \frac{1}{2}(B_k + B_k'), k=1, \dots, n-m \right).$$

Очевидно, завдяки лінійності умов (2) коефіцієнти з набору  $Z''$  також задовольняють усі вузли сканування, і внаслідок (7) відповідне значення цільової функції (6)

$$S_{n-m}(Z'') = 2A_0''^2 + \sum_{k=1}^{n-m} (A_k''^2 + B_k''^2) = \quad (8)$$

$$\frac{1}{4}(S_{n-m}(Z) + S_{n-m}(Z')) + A_0 A_0' + \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{n-m} (A_k A_k' + B_k B_k') < S_{n-m}^{\min}$$

Внаслідок нерівності Коші остання група доданків оцінюється зверху як

$$A_0 A_0' + \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{n-m} (A_k A_k' + B_k B_k') < \frac{1}{2} \left( A_0^2 + \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{n-m} (A_k^2 + B_k^2) + A_0'^2 + \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{n-m} (A_k'^2 + B_k'^2) \right) = \frac{1}{2} S_{n-m}^{\min}.$$

Отримана нерівність (8) суперечить припущенню про існування двох різних точок, в яких досягається однаковий глобальний мінімум функціоналу (6). Лему доведено.

Знаючи, що в умовах твердження леми множина різних допустимих значень  $Z = (A_0, A_k, B_k, k=1, \dots, n-m)$  утворює пряму в  $(2(n-m)+1)$ -вимірному просторі допустимих коефіцієнтів тригонометричного многочлена, тому розв'язок задачі оптимізації (6) є проекцією початку координат на згадану пряму в метриці, породженій квадратичною функцією (6).

**Зауваження 2.** Природно ставити задачу (6) умовної мінімізації площі поперечного перетину для мінімально можливого допустимого степеня многочлена Фур'є, що пов'язано з вимогою найкращого наближення отриманою кривою відповідного реального контура поперечного перетину колоди.

Таким чином, побудовано алгоритм знаходження  $R(\phi)$  в явному вигляді для довільної кількості вузлів сканування на поперечному перетині колоди.

**Кусково-лінійна модель опису поперечних перетинів колоди за результатами її сканування.** В окремих випадках має право на існування інший метод побудови  $R(\phi)$ , зокрема кусково-лінійна інтерполяція. Для набору даних  $\{(\phi_i, r_i) : i = 0, \dots, M\}$ ,  $(\phi_M = \phi_0 + 2\pi, r_0 = r_M)$  на кожному секторі  $[\phi_{i-1}, \phi_i]$  з урахуванням формули лінійної інтерполяції покладемо  $R(\phi) = r_{i-1} + \frac{\phi - \phi_{i-1}}{\phi_i - \phi_{i-1}}(r_i - r_{i-1})$ ,  $\phi \in [\phi_{i-1}, \phi_i]$ .

Очевидно, побудована кусково-лінійна неперервна функція описує контур, який проходить через усі  $M$  вузлів сканування. До того ж відповідна крива (графік цієї функції), за властивостями подання лінії в полярних координатах є локально опуклою на кожному секторі. Ця модель краще за многочлен Фур'є описує контур, для якого декілька послідовних значень  $r_i$  на вузлах інтерполяції співпадають. Однак, варто зауважити і її певні недоліки, які нівелюють можливості її практичного застосування. Дійсно, за наявності емпіричних спостережень на  $M$  вузлах сканування модель опису контура за допомогою многочлена Фур'є передбачає використання не більше як  $M$  коефіцієнтів  $A_i, B_i$ . Разом з тим кусково-лінійна модель у вигляді

$$R(\phi) = A_i \phi + B_i, \phi_{i-1} \leq \phi \leq \phi_i, i = \overline{1, M}, \phi_M = \phi_0 + 2\pi$$

передбачає використання  $3M$  коефіцієнтів  $A_i, B_i, \phi_i$ . До того ж гладкість тригонометричного многочлена, і особливо можливість обчислення площі поперечного

перетину, статичних моментів та координат центра мас інтегруванням по області  $\phi \in [0, 2\pi]$ , схилиють саме до вибору моделі Фур'є для опису поперечних перетинів колоди.

**Висновки.** Встановлено, що основною вимогою до побудови математичної моделі поперечного перетину колоди є проходження модельної кривої через всі інтерполяційні вузли. Для відшукання оптимальної моделі реалізовано алгоритм, який передбачає введення надлишкового параметра з подальшою мінімізацією площі поперечного перетину.

Для великої кількості вузлів сканування (характерної для джерел сканування із пучковими променями) найдієвішою є побудова відповідного тригонометричного многочлена Фур'є. У випадку малої кількості вузлів сканування більш адекватною з точки зору уникнення зайвих гармонік є методика кусково-лінійної інтерполяції, яка дає змогу побудувати найпростіший опуклий контур на вузлах сканування. Однак, враховуючи значну втрату точності моделі для малої кількості вузлів інтерполяції та громіздкий математичний апарат програмної реалізації методики кусково-лінійної інтерполяції для великої кількості вузлів, перевагу надано многочлену Фур'є.

Удосконалено методику математичного моделювання поперечних перетинів колоди для опису її реальної форми за результатами поздовжнього сканування поверхні колоди. Розроблена методика є математично обґрунтованою і придатною для подальшого прикладного застосування, зокрема для ефективного прогнозування реального об'ємного виходу пиломатеріалів та вибору раціональних варіантів розпилювання колод з урахуванням специфікації пилопродукції.

### Література

1. Mayevskyy V.O. Mathematical simulation of surface shape for real log / V.O. Mayevskyy, A. Ya. Vus // Лісове господарство, лісова, паперова і деревообробна промисловість : міжвідомч. наук.-техн. зб. – Львів : Вид-во НЛТУ України. – 2010. – Вип. 36. – С. 48-56.
2. Носовський Т.А. Технологія лісопильно-деревообробних виробництв : навч. посібн. [для студ. ВНЗ] / Т.А. Носовський, Р.І. Мащок, В.В. Маслій. – К. : Вид-во НМК ВО, 1993. – 196 с.
3. Фельдман Х.Л. Система максимальних поставок на распиловку / Х.Л. Фельдман. – М.-Л. : Гостехлесиздат, 1932. – 275 с.
4. Песоцкий А.Н. Лесопильное производство. – Изд. 4-ое, [перераб. и доп.]. / А.Н. Песоцкий. – М. : Изд-во "Лесн. пром-сть", 1970. – 432 с.
5. Маевський В.О. Науково-технологічні основи виробництва пилопродукції з урахуванням форми та розмірно-якісної характеристики лісоматеріалів : дис. ... канд. техн. наук: спец. 05.23.06 – "Технологія деревообробки, виготовлення меблів та виробів з деревини" / Маевський Володимир Олександрович. – Львів, 2013. – 447 с.
6. Яковлев М.К. Совершенствование учёта и раскроя круглых лесоматериалов на основе метода индивидуальных моделей : автореф. дисс. на соискание учен. степени канд. техн. наук: спец. 05.21.05 – "Древесиноведение, технология и оборудование деревообработки" / М.К. Яковлев. – Минск, 1995. – 19 с.
7. Zeng Y. Integration of an expert system and dynamic programming approach to optimize log breakdown using 3-dimensional log and internal defect shape information: PhD Thesis / Zeng Yimin. – Oregon State University, 1995. – 133 p.
8. Nordmark U. Prediction of board values in Pinus sylvestris sawlogs using X-ray scanning and optical three-dimensional scanning of stems / U. Nordmark, J. Oja // Scandinavian Journal of Forest Research. – 2004. – Vol. 19, № 5. – Pp. 473-480.
9. Sawmilling and sawing process in the future / A. Usenius, P. Holmila, A. Heikkilä [et al.] // The future of quality control for wood & wood products: The final conference of COST Action E53, 4-7th May 2010. – Edinburgh, Great Britain, Europe, 2010. – 9 p.

10. Lin W. A three-dimensional optimal sawing system for small sawmills in central Appalachia / W. Lin, J. Wang, E. Thomas // Proceedings of the 17th Central Hardwood Forest Conference GTR-NRS-P-78. – 2011. – Pp. 67-76.

11. Fritz van Zyl. Determining the optimal log position during primary breakdown using internal wood scanning techniques and meta-heuristic algorithms / Fritz van Zyl. // Thesis submitted in Engineering at the University of Stellenbosch. – 2011. – 116 p.

### Вус А.Я., Маевский В.О. Математическое моделирование поперечных сечений бревна по результатам его сканирования

Рассмотрено два подхода к аналитическому построению модели огибающих кривых, описывающих контуры поперечных сечений бревна по результатам его продольного сканирования. Установлено, что моделирование контура с помощью тригонометрического многочлена Фурье является эффективной и практически применяемой методикой для разработки адекватной математической модели бревна. Для нахождения оптимальной модели контура использован алгоритм, предусматривающий введение избыточного параметра с дальнейшей минимизацией площади поперечного сечения. Предложена методика эффективного прогнозирования реального объемного выхода пиломатериалов и выбора рациональных вариантов распиливания бревен с учетом спецификации пилопродукции.

**Ключевые слова:** бревно, поперечное сечение, огибающая кривая, сканирование, форма поверхности, математическое моделирование, тригонометрический многочлен, кусочно-линейная интерполяция.

### Vus A.Ya., Mayevskyy V.O. Mathematical Simulation of Log Cross Sections Based on the Results of their Scanning

Two approaches to the analytical model building of envelope curves describing contours of log cross sections based on the results of their longitudinal scanning are examined. It was determined that simulation of contour by Fourier trigonometric polynomial is an effective method which can be used in practice for development of appropriate mathematical model of the log. The algorithm that requires insertion of excess option with further minimization of cross section area was used to find the optimal model of contour. The method for effective prediction of real volume yield of lumber and choice of rational methods of log sawing with taking into account sawn timber specification is proposed.

**Keywords:** log, cross section, envelope curve, scanning, surface shape, mathematical simulation, trigonometric polynomial, straight-line interpolation.

УДК 614.843(075.32)

Докторант О.М. Коваль<sup>1</sup>, канд. техн. наук –  
НУ цивільного захисту України

### ВИЗНАЧЕННЯ КРИТЕРІЮ ПРИЙНЯТТЯ РІШЕННЯ ДЛЯ ОПТИМІЗАЦІЇ ПРОЦЕСІВ ЛОКАЛІЗАЦІЇ ТА ГАСІННЯ ПОЖЕЖ НА ДЕРЕВООБРОБНИХ ПІДПРИЄМСТВАХ

Розглянуто та проаналізовано наявні критерії прийняття рішень для оптимізації процесів локалізації та гасіння пожеж. На підставі цього аналізу прийнято за основу для розроблення критерію прийняття рішень в умовах невизначеності процес локалізації пожежі. Розглянуто втрати об'єкта від пожежі та пожежно-рятувальних підрозділів на виконання процесу ліквідації пожежі. Основними чинниками, які впливають на втрати, є тривалість вільного розвитку пожежі та тривалість процесу її локалізації. Для отримання значення критерію складено рівняння втрат як для об'єкта, так і для пожежно-рятувальних підрозділів, а після їх сумування, взяття похідної за часом та прирівняння отримано-

<sup>1</sup> Наук. консультант: проф. Е.М. Гуліда, д-р техн. наук