

які за технічними характеристиками не тільки не поступаються своїм світовим аналогам, але в багатьох випадках навіть перевершують їх.

**Висновки.** На підставі проведеного аналізу тенденцій використання БПЛА та напрямів їх подальшого розвитку можемо стверджувати, що використання безпілотних літальних апаратів є дуже перспективним. Їх впровадження стрімко розвивається і їм належить гідне місце у процесах, пов'язаних з моніторингом надзвичайних ситуацій.

Зокрема, відзначимо такі переваги БПЛА:

- можливість проводити знімання з низької висоти для отримання чіткого зображення місцевості;
- можливість знімати під кутом до горизонту (перспективне знімання), що неможливо здійснити у разі космічного знімання і доволі складно реалізувати в умовах традиційного аерознімання;
- створення панорамних знімків (супутникове і традиційне аерознімання не дають такої змоги);
- можливість детального знімання невеликих об'єктів (площинних і лінійних територій промислових забудов, ліній електропередач, транспортної інфраструктури, територій затоплень, гірських видобувів і відвалів тощо), а також картографування та складання кадастрових планів міських і сільських населених пунктів;
- можливість мобільного й оперативного знімання території, зокрема, в зонах надзвичайних подій у режимі реального часу відслідковувати ситуацію: весь цикл, від виїзду на об'єкт знімання до отримання результатів, може займати кілька год;
- можливість оминати складну підготовчу та організаційну процедуру польотів.

Отже, провівши узагальнений аналіз застосування БПЛА для цілей аерознімання, можна впевнено наголосити, що апарат дає змогу забезпечити вирішення широкого кола завдань з моніторингу місцевості і важкодоступних для людини районів в інтересах суспільства.

### Література

1. Гурник А.В. Застосування інтелектуальної сенсорної техніки для моніторингу та пошуково-рятувальних робіт / А.В. Гурник, С.В. Валуйський // Восточно-Европейский журнал передовых технологий. – 2013. – Вып. 46. – 236 с.
2. [Електронний ресурс]. – Доступний з <http://www.rozrobka.com/blog/robots/>
3. [Електронний ресурс]. – Доступний з [http://www.ukrinform.ua/ukr/news/ne\\_spiymaniy\\_ne\\_dron\\_tae\\_mnitsi\\_ukraiinskih\\_bezpilotnikiv\\_infografika](http://www.ukrinform.ua/ukr/news/ne_spiymaniy_ne_dron_tae_mnitsi_ukraiinskih_bezpilotnikiv_infografika)
4. [Електронний ресурс]. – Доступний з <http://ua-referat.com/> Причини ліквідація та екологічні наслідки лісових пожеж
5. Глотов В., Церклевич А. Аналіз і перспективи аерознімання з безпілотного літального апарата // Вісник Національного університету "Львівська політехніка". – Сер.: Сучасні досягнення геодезичної науки та виробництва. – Львів : Вид-во НУ "Львівська політехніка". – 2014. – Вип. I (27). – С. 131-136.
6. Харченко О.В. Розвідувальні безпілотні авіаційні комплекси у єдиній системі повітряного спостереження в Україні / О.В. Харченко, С.О. Богославець // Збірник наукових праць державного науково-дослідного ін-ту авіації. – 2013. – Вип. 16. – С. 6-12.

### *Лаврицький М.З., Тур Н.Е.* Использование беспилотных летательных аппаратов для мониторинга чрезвычайных ситуаций в лесной местности

Приведена характеристика техногенной нагрузки на естественную среду страны в целом. Проведена оценка новых методов усовершенствования организации ведения по-

исковых и аварийно-спасательных работ, а именно привлечение авиационных поисково-спасательных средств. На основе приведенной характеристики беспилотных летательных аппаратов, которые также называют "беспилотниками" и "дронами", определен спектр их использования. Рассмотрены основные предпосылки возникновения чрезвычайной ситуации (лесного пожара), а также проведена сравнительная характеристика отечественных беспилотных летательных аппаратов.

**Ключевые слова:** беспилотный летательный аппарат, мониторинг чрезвычайных ситуаций, лесной пожар, воздушная разведка.

### *Lavrivskiy M.Z., Thur N.E.* The Use of Unmanned Aerial Vehicles for Monitoring Emergency in Forest Area

Technogenic impact on the environment of the country in general is described. Some new methods of improving the organization of search and rescue operations are characterised, namely the involvement of aviation search and rescue assets is presented. Based on the characteristics of unmanned aerial vehicles, also called "pilotless vehicles" and "drones", the range of their applications is defined. Basic pre-conditions of origin extraordinary situation are considered, and also comparative description of domestic pilotless aircrafts is conducted.

**Keywords:** unmanned aerial vehicles, monitoring emergency, wild fire, aerial reconnaissance.

УДК 004.942:519.876.5 *Аспір. Н.Б. Яворський; доц. І.В. Фармага, канд. техн. наук; доц. У.Б. Марікуца, канд. техн. наук – НУ "Львівська політехніка"*

### ПОБУДОВА МІКРОРІВНЕВИХ МОДЕЛЕЙ СТРУКТУРИ КОМПОЗИЦІЙНИХ МАТЕРІАЛІВ У ЗАДАЧАХ ЇХ ОПТИМАЛЬНОГО ПРОЕКТУВАННЯ

Набули подальшого розвитку основні методи побудови мікрорівневих моделей композиційних матеріалів, шляхом декомпозиції алгоритмів та їх реалізації в програмному забезпеченні, з допомогою технологій високопродуктивних паралельних та розподілених обчислень. Основною відмінністю є вилучення етапу дискретизації структури композиційних матеріалів, завдяки їй безпосередньому використанню як сітки скінченних елементів, що дає змогу спростити обчислення та значно зменшити їх кількість. Наведено приклади результатів моделювання на персональних комп'ютерах пересічної комплектації.

**Ключові слова:** композиційні матеріали, мікрорівневі моделі, дискретизація, декомпозиція обчислень.

**Вступ.** Задача оптимального проектування композиційних матеріалів (КМ) є складовою часткою актуальної задачі проектування конструкцій. Широкий спектр найрізноманітніших структур таких матеріалів потребує високого рівня деталізації їх фізико-математичних моделей, і як наслідок, значної кількості машинних обчислень. Така ситуація є небажаною у процесах проектування, що передбачають ітераційні обчислення, і відповідно, збільшення складності роботи алгоритмів на порядок. Для вирішення задачі доцільним є використання технологій високопродуктивних паралельних і розподілених обчислень. У цій роботі набули подальшого розвитку методи побудови мікрорівневих моделей композиційних матеріалів, шляхом їх декомпозиції та реалізації в програмному забезпеченні, що здійснює обчислення в гетерогенних обчислювальних середовищах, таких як графічні карти персональних комп'ютерів. Основною відмінністю від класичного алгоритму ітерації процесу оптимізації харак-

теристик КМ на основі чисельного моделювання фізичних процесів методом скінченних елементів (побудова структури – дискретизація – побудова та рішення СЛАР) є вилучення етапу дискретизації, завдяки безпосередньому використанню мікрорівневої структури КМ як сітки скінченних елементів. Це дає змогу значно спростити обчислення та зменшити їх кількість.

**Задача оптимального проектування композиційних матеріалів.** Композиційні матеріали або композити (КМ) – це матеріали, що складаються з двох чи більше компонент, і володіють специфічними властивостями, які відрізняються від сумарних властивостей їх складових [1]. Будь-яку модель КМ можна віднести до таких класів: емпіричні, структурні, мікрорівневі [2, 3]. Клас мікрорівневих моделей допускає можливість моделювання неоднорідностей вихідних елементів. Це дає змогу максимально адекватно описувати реальні фізичні та просторові структури КМ. Моделі цього класу використовують чисельні методи рішення задач аналізу, такі як метод скінченних елементів [4-6], завдяки чому дають змогу вивчити низку фізичних явищ, що не піддаються опису іншими способами, зокрема явищ утворення перколяційних порогів [7, 8]. Аналіз перебігу фізичних процесів при цьому здійснюється у т. зв. елементарному об'ємі (RVE) [2, 9]. Розміри елементарного об'єму визначаються шляхом проведення низки чисельних експериментів [10].

Алгоритм оптимального проектування КМ на основі використання мікрорівневих моделей складається з таких етапів: а) етап попереднього проектування [11], на якому визначається склад та технологічно допустимі варіанти формування структури, діапазони допустимих характеристик, набір характеристик, що повинні бути мінімальними або максимальними, залежно від конкретної задачі; б) етап оптимізації, на якому формулюється оптимізаційна задача та проводиться її рішення: будується елементарний об'єм (модель структури КМ); проводиться аналіз з допомогою чисельного рішення фізико-математичних задач; синтезується набір ефективних характеристик; перевіряються критерії оптимальності (обрані ефективні характеристики), пошук припиняється або продовжується залежно від результату.

**Структура та властивості композиційних матеріалів.** Модель структури КМ повністю описується комбінацією характеристик складових матеріалу та їх топології [8, 12]. Враховуючи те, що композиційні матеріали можуть мати найрізноманітнішу структуру, їх формалізація є неоднозначною та достатньо умовною. Найчастіше вона проводиться за видом армуючого наповнювача [1], [12]. Армуючими компонентами КМ можуть бути волокна, порошки, мікро- та наносфери, кристали та зв'язки з органічних матеріалів, неорганічних металевих матеріалів або кераміки. За видом армуючого наповнювача КМ поділяють на: а) волокнисті; б) багаточарові; с) наповнені пластики. Останні також поділяють на насипні та скелетні (початкові структури, заповнені зв'язними). За характером розподілу армуючих компонент КМ можна поділити на періодичні системи, стохастичні суміші та структуровані композиції [8].

**Моделювання мікроструктур композиційних матеріалів.** Задача моделювання мікрорівневих структур композиційних матеріалів вирішується на основі використання методів Монте-Карло [9, 13]. Елементарні об'єми пред-

ставляють структури, з випадково розміщеними, детермінованими елементами армування, що зазвичай є геометричними примітивами. Сюди також відносять коміркві моделі структур, заповнення та відхилення від регулярної форми яких є випадковими. За достатньої кількості регулярних комірок з'являється можливість відносно легко моделювати структури у вигляді випадкових скалярних полів. Останні використовуються під час дослідження мікроемulsій, ґрунтових порід, аморфних сплавів та аерогелів.

Основною проблемою реалізації мікрорівневих моделей КМ є необхідність використання великого об'єму пам'яті обчислювальної машини та великої кількості обчислень, порівняно з простішими моделями КМ. В експериментах моделювання структури відомими методами нерегулярної дискретизації займає до третини обчислювального часу та ресурсів [4]. Подібний підхід важко піддається розпаралелюванню через складність алгоритмів, тому є небажаним в задачах оптимального проектування, що передбачають ітераційний процес обчислень, і як наслідок, збільшення складності на порядок. Натомість, використання випадково заповнених комірквих моделей, з регулярною формою комірок, є еквівалентним використанню регулярних скінченно-елементних дискретизацій, для яких потрібно на порядки менше ресурсів [14, 15]. Алгоритми, що використовуються в таких моделях, легко піддаються доменній декомпозиції, і як наслідок, можуть бути ефективно реалізовані на обчислювальних пристроях з SIMD архітектурою (наприклад, на GPU).

**Реалізація мікрорівневих моделей композиційних матеріалів.** За допомогою алгоритмічної мови C++11 та технології паралельних і розподілених обчислень OpenCL, розроблено програмне забезпечення, що реалізує процес моделювання основних типів структур КМ, які розрізняються за видом армуючого наповнювача та характером його розподілу. Елементарним об'ємом є тривимірний матриця скалярних інтенсивностей – комірква модель, з регулярними кубічними комірками. Кожен елемент матриці є скаляром у діапазоні від 0 до 1. Реалізовано основні моделі армуючих компонент КМ:

- Генерування випадкових еліпсоїдних включень (рис. 1).

Для кожної комірки перевіряється умова входження в еліпсоїд

$$\frac{(x-x_0)^2}{a^2} + \frac{(y-y_0)^2}{b^2} + \frac{(z-z_0)^2}{c^2} \leq r^2, \quad (1)$$

де:  $x, y, z$  – індекси або дискретні координати комірки;  $x_0, y_0, z_0$  – координати центру еліпсоїда;  $a, b, c$  – діаметрально протилежні точки осей еліпсоїда;  $r$  – радіус еліпсоїда. Можливі просторові обертання включень:

$$\begin{Bmatrix} x \\ y \\ z \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\alpha) & -\sin(\alpha) \\ 0 & \sin(\alpha) & \cos(\alpha) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos(\beta) & 0 & -\sin(\beta) \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin(\beta) & 0 & \cos(\beta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos(\gamma) & -\sin(\gamma) & 0 \\ \sin(\gamma) & \cos(\gamma) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x \\ y \\ z \end{Bmatrix}, \quad (2)$$

де  $\alpha, \beta, \gamma$  – кути обертання довкола координатних осей. Підтримується можливість моделювання перехідних шарів, шляхом введення додаткової перевірки умови входження в ядро примітиву – еліпсоїду меншого радіусу. Якщо умова виконується, комірки присвоюється наперед вказане значення інтенсивності яд-

ра. Якщо ж комірка попадає в перехідний шар, їй присвоюється значення інтенсивності, пропорційне відстані від ядра (див. рис. 1, с). Складність алгоритму дорівнює  $O(N \cdot E/C)$ , де:  $N$  – кількість комірок;  $E$  – кількість включень;  $C$  – кількість обчислювальних вузлів пристрою.

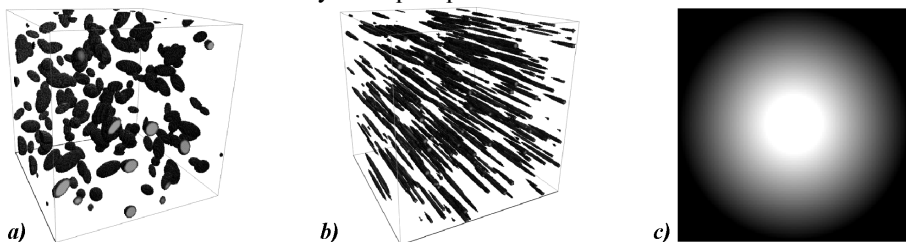


Рис. 1. Моделювання структури КМ за допомогою еліпсоїдних включень: а) випадково орієнтовані включення; б) сильно видовжені включення, орієнтовані в одному напрямку; в) моделювання перехідних шарів

- Генерування випадкових волокнистих включень на основі кривих Без'є (рис. 2).

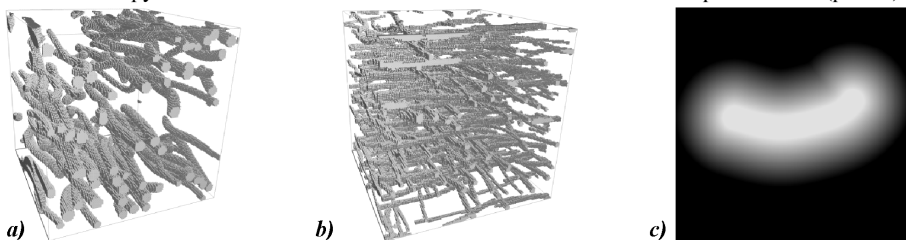


Рис. 2. Моделювання структури КМ за допомогою волокнистих включень на основі кривих Без'є: а) включення, орієнтовані в одному напрямку; б) включення, орієнтовані в кількох напрямках; в) моделювання перехідних шарів

Кожна з кривих будується на основі випадково зміщених відносно спільної осі базисних точок  $B_i = \{x_i, y_i, z_i\}^T$ ,  $0 \leq i \leq n$ :

$$B(t) = \sum_{i=0}^n B_i \cdot \frac{n!}{i!(n-i)!} \cdot t^i(1-t)^{n-i}. \quad (3)$$

Крива апроксимується наперед заданою кількістю сегментів між вузлами  $t_j$ ,  $0 \leq j \leq p$ . Після цього, для кожної комірки знаходяться два найближчі вузли  $t_a$  та  $t_b$ , а інтенсивність встановлюється пропорційно відстані до ними утвореної прямої

$$\frac{(x-x_a)^2 + (y-y_a)^2 + (z-z_a)^2 - \frac{((x-x_a) \cdot (x_b-x_a) + (y-y_a) \cdot (y_b-y_a) + (z-z_a) \cdot (z_b-z_a))^2}{(x_b-x_a)^2 + (y_b-y_a)^2 + (z_b-z_a)^2}}{(x_b-x_a)^2 + (y_b-y_a)^2 + (z_b-z_a)^2} \leq r^2. \quad (4)$$

Якщо комірка знаходиться за межами волокна, тобто, якщо найближчими є кінцеві вузли, а проекція комірки напряму не попадає в кінцевий сегмент

$$\frac{((x-x_a) \cdot (x_b-x_a) + (y-y_a) \cdot (y_b-y_a) + (z-z_a) \cdot (z_b-z_a))^2}{(x_b-x_a)^2 + (y_b-y_a)^2 + (z_b-z_a)^2} < 0, \quad (5)$$

то інтенсивність встановлюється пропорційно відстані до кінцевого вузла. Підтримується можливість обертання волокон та можливість моделювання перехідних шарів. Складність алгоритму дорівнює  $O(N \cdot F \cdot S/C)$ , де:  $F$  – кількість волокон;  $S$  – кількість сегментів.

- Генерування комірок на основі діаграм Вороного (рис. 3).

Такі моделі широко застосовують для дослідження органічних речовин, рослин, полікристалів, піни, міцел [9]. Для кожної комірки знаходяться відстані до двох найближчих, випадково розмішених, вузлів діаграми Вороного. Після цього, інтенсивність комірки встановлюється рівною різниці цих відстаней. Після знаходження всіх інтенсивностей, вони можуть не попадати в діапазон від 0 до 1, тому здійснюється нормалізація. Складність алгоритму дорівнює  $O(N \cdot V/C)$ , де  $V$  – кількість вузлів діаграми Вороного.

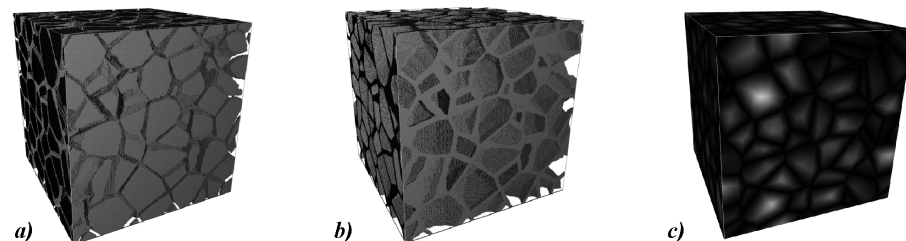


Рис. 3. Приклад моделювання структури КМ за допомогою комірок на основі діаграм Вороного: а) інтенсивності вище деякого порогу; б) інтенсивності нижче деякого порогу; в) всі інтенсивності

- Генерування випадкових скалярних полів (рис. 4).

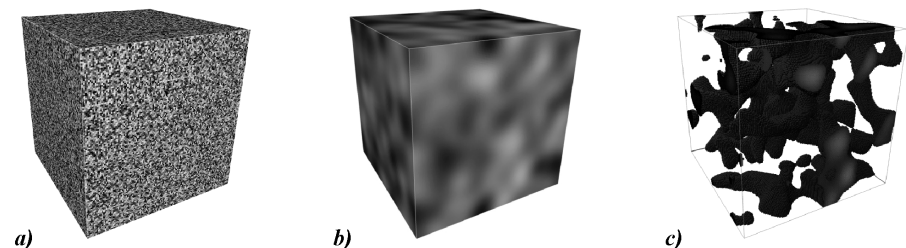


Рис. 4. Моделювання структури КМ за допомогою випадкових скалярних полів: а) базовий рівномірний випадковий розподіл інтенсивностей; б) результат застосування фільтра у формі сфери; в) інтенсивності вище деякого порогу

Моделювання випадкових полів детально описано у багатьох роботах, зокрема в [9]. Воно складається з таких основних етапів: а) побудова базового випадкового розподілу інтенсивностей  $f(x, y, z)$ ; б) огрублення базового випадкового розподілу деяким, переважно лінійним, фільтром  $K$ , шляхом обчислення інтенсивності, як середнього значення сусідніх інтенсивностей:

$$F(x, y, z) = \iiint_{\Omega} f(x, y, z) K(\Omega) d\Omega. \quad (6)$$

Зазвичай, використовують добре відомий Гаусовий фільтр

$$K(x, y, z, a, b, c, r) = \exp\left(-\frac{(x/a)^2 + (y/b)^2 + (z/c)^2}{(r/2)^2}\right). \quad (7)$$

Він може бути незалежно розділений окремо по кожній з осей координат, що, відповідно, на порядки зменшує складність обчислень. У цьому випадку з  $O(N \cdot r^3)$  до  $O(N \cdot r)$ . Після його застосування здійснюється нормалізація.

Використання у функції елементарного об'єму матриці інтенсивностей дає змогу одночасно використовувати в моделях усі описані алгоритми генерації структури КМ. Вказування складових характеристик моделі відбувається вибором необхідного діапазону інтенсивностей. Утворені структури одночасно є скінченно-елементною дискретизацією. Для цього використовують шаблонний метод побудови тетрадральних сіток, де кожні чотири сусідні комірки розглядають як вершини куба, що розбиваються на шість тетраєдрів. Жоден з алгоритмів не містить дій, що не піддаються декомпозиції, тому відповідно закону Амдала, прискорення при розпаралелюванні буде максимальним.

**Мультимасштабне моделювання структур композиційних матеріалів.** Внутрішня структура КМ, особливо природного походження, характеризується складною ієрархічною будовою. Для дослідження таких структур використовують методи мультимасштабного моделювання [16]. Одним з найефективніших підходів до мультимасштабного моделювання є використання систем ітерованих функцій [17]. У цьому випадку моделювання структури КМ реалізовано на основі ітераційного застосування алгоритму побудови випадкових скалярних полів. На кожній ітерації вхідними даними є поточні значення інтенсивностей комірок елементарного об'єму – функція інтенсивності. До неї додається випадкове скалярне поле, огрублене Гаусовим фільтром необхідного, для поточного масштабу, радіусу. Після нормалізації, отримана функція інтенсивності передається як вхідні дані на наступну ітерацію (рис. 5).

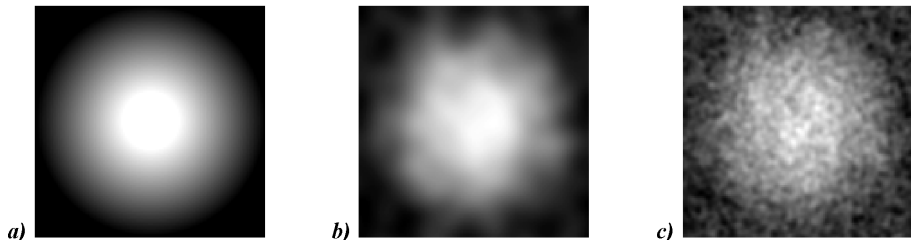


Рис. 5. Мультимасштабне моделювання структури КМ: а) функція інтенсивності описує лінійний спад від 1 до 0; б) застосування фільтра у формі сфери зі заданою функцією інтенсивності; с) повторне застосування фільтра, що відповідає збільшенню деталізації

**Результати моделювання.** Описані алгоритми реалізовані на алгоритмічній мові C++11 з використанням OpenCL версії 1.2 та Qt SDK версії 5.4.1. Робоча операційна система Windows 7 Ultimate x64. Програма зібрана під x64 за допомогою компілятора MinGW версії 4.9.2. Моделювання проведено на персональному комп'ютері пересічної комплектації. Зокрема: OpenCL GPU: "Cedar (AMD Radeon HD 6300M Series)", AMD OpenCL SDK 2.9.1 driver 1445.5 (VM), 2x12 computing units 0.750 GHz, (4x4x4); OpenCL CPU: "Intel (R) Core (TM) i5-

2410M CPU @ 2.30GHz", AMD OpenCL SDK 2.9.1 driver 1445.5 (sse2, avx), 2x2 computing units 2.294 GHz, (8x8x8). Для прикладу, наведено результати синтезу ефективного коефіцієнта теплопровідності (рис. 6, 7) [12, 18].

Effective conduction coefficient synthesis result RVE(64), Matrix(237), Reinforcing phase(1500)

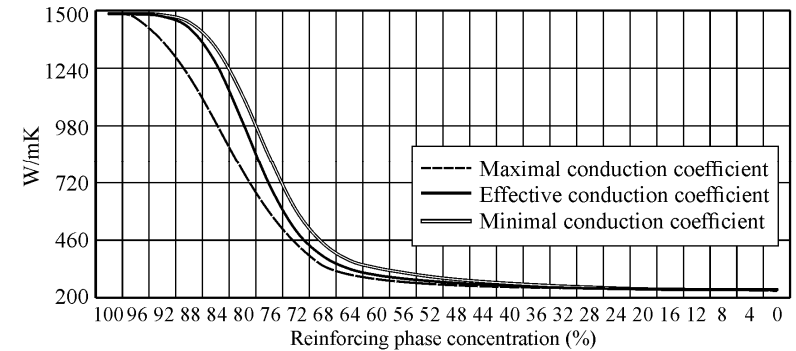


Рис. 6. Мультимасштабне моделювання структури КМ та синтез її ефективного коефіцієнта теплопровідності

На рис. 6 елементарний об'єм становить  $64 \times 64 \times 64$  елементи. Матриця – Алюміній (237 Вт/мК). Армування – еліпсоїдні вкраплення Карбону (1500 Вт/мК). Початкова інтенсивність 100 вкраплення радіусом 8-12 елементів.

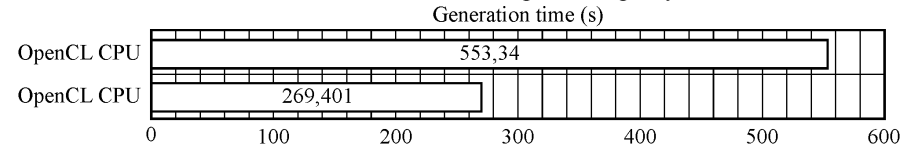


Рис. 7. Тривалість синтезу ефективного коефіцієнта теплопровідності

**Висновки.** Отже, набули подальшого розвитку основні методи побудови мікрорівневих моделей композиційних матеріалів: генерації випадкових еліпсоїдних включень, волокнистих включень, коміркових структур і випадкових скалярних полів; шляхом декомпозиції алгоритмів та їх реалізації в програмному забезпеченні, з допомогою технологій високопродуктивних паралельних та розподілених обчислень. Основною відмінністю від відомих є вилучення етапу дискретизації, завдяки безпосередньому використанню мікрорівневої структури композиційних матеріалів як сітки скінченних елементів, що дає змогу спростити обчислення та значно зменшити їх кількість.

### Література

1. Lubin G. Handbook of Composites / G. Lubin. – New York : Van Nostrand Reinhold Com. Inc., 1982. – 180 p.
2. Нарусберг В. Устойч. и оптимиз. оболочек из композиционных материалов / В. Нарусберг, Г. Тетерс. – Рига : Изд-во "Зинатне", 1988. – 236 с.
3. Jaworski N. Research of composite materials optimal design task based on numerical simulation / N. Jaworski, I. Farmaga, M. Lobur, P. Spiewak // Proc. CSIT'2013, Lviv. – 2013. – Pp. 46-48.
4. Jaworski N. Arch. of the comp. mat. distrib. heterogen. computer-aided design system / N. Jaworski, M. Lobur, I. Farmaga, K. Kurzydowski // Proc. CADSM'2013, Polyana. – 2013. – Pp. 440-442.
5. Matthews F. Finite element modelling of composite materials and structures / F. Matthews, G. Davies, D. Hitchings, C. Soutis. – New York : CRC Press LLC, 2000. – 80 p.

6. Barbero E. – Finite element analysis of composite materials. – New York : CRC Press. – 2008. – 184 p.
7. Поклонский Н. Основы импедансной спектроскопии композитов / Н. Поклонский, Н. Горбачук. – Минск : Изд-во БГУ. – 2005. – 236 с.
8. Шевченко В.Г. Основы физики полимерных композиционных материалов / В.Г. Шевченко. – М. : Изд-во МГУ, 2010. – 424 с.
9. Torquato S. Random Heterogeneous Materials. Microstructure and Macroscopic Properties / S. Torquato. – New York : Springer, 2002. – Pp. 47-49.
10. Kanit T. Determination of the size of the representative volume element for random composites: statistical and numerical approach / T. Kanit, S. Forest, I. Galliet, V. Mounoury, D. Jeulin // Int. Journ. of Solids and Structures. – 2003. – Vol. 40. – Pp. 3647-3679.
11. Смердов А. Разработка методов проектирования композитных материалов и конструкций ракетно-космической техники : автореф. дисс. на соискание учен. степени / А. Смердов; МГУ. – М., 2007. – 20 с.
12. Jaworski N. Thermal Analysis Methods for Design of Composite Materials with Complex Structure / Jaworski N., Farmaga I., Matviyuk O., Lobur M., Spiewak P., Cupinski L., Kurzydowski K. // ECS Transactions. – 2014. – Vol. 59(1). – Pp. 513-523.
13. Torquato S. Statistical Descr. of Microstruct / S. Torquato // Annu. Rev. Mater. Res. – 2002. – Vol. 32. – Pp. 77-111.
14. Farmaga I. Finite Element Meshing of Composites with Spherical Inclusions / I. Farmaga, M. Lobur, P. Shmigelskyi, N. Javorskyi, P. Spiewak // Machine Dynamics Research. – 2011. – Vol. 35(3). – Pp. 13-21.
15. Farmaga I. Regular and adaptive algorithms for modelling of spherical inclusions by finite element method / I. Farmaga, M. Lobur, P. Shmigelskyi, N. Javorskyi, P. Spiewak // Proc. TCSET'2012. – Lviv-Slavsk. – 2012. – Pp. 505-507
16. Rahman S. Multi-scale fracture of random heterogeneous materials / S. Rahman // Ships and Offshore Structures. – 2009. – Vol. 4(3). – Pp. 261-274.
17. Crownover R. Introduction to Fractals and Chaos / R. Crownover. – London : Jones and Bartlett, 1995.
18. Jaworski N. Finding Effective Thermal Characteristics of Composite Materials Based on the Analysis of Thermal Conductivities / N. Jaworski, I. Farmaga, M. Lobur // Вісник Національного університету "Львівська політехніка". – Сер.: Комп'ютерні системи проектування: теорія і практика. – Львів : Вид-во НУ "Львівська політехніка". – 2012. – Vol. 747. – Pp. 59-65.

**Яворский Н.Б., Фармага И.В., Марикуца У.Б. Построение микроуровневых моделей структуры композиционных материалов в задачах их оптимального проектирования**

Получили дальнейшее развитие основные методы построения микроуровневых моделей композиционных материалов, путем декомпозиции алгоритмов и их реализации в программном обеспечении, с помощью технологий высокопроизводительных параллельных и распределенных вычислений. Основным отличием является исключение этапа дискретизации структуры композиционных материалов, благодаря ее непосредственному использованию в качестве сетки конечных элементов, что позволяет упростить вычисления и значительно уменьшить их количество. Приведены примеры результатов моделирования на персональных компьютерах заурядной комплектации.

**Ключевые слова:** композиционные материалы, микроуровневые модели, дискретизация, декомпозиция вычислений.

**Jaworski N.B., Farmaga I.V., Marikutsa U.B. Building the Micro-Level Composite Materials Structure Models in the Problems of their Optimal Design**

Further development is appropriate to the main microlevel composite materials models building methods by their algorithms decomposition and implementation in software, which uses high-performance technology of parallel and distributed computing. The main difference is the exclusion of the composite materials structure discretization phase, due to its direct usage as a finite element mesh, which allows simplifying the calculation and significantly reduces their number. The examples of simulation on ordinary personal computers configuration are shown.

**Keywords:** composite materials, microlevel models, discretization, calculation decomposition.

УДК 534.111

Доц. І.І. Верхола, канд. техн. наук – Національна Академія сухопутних військ ім. гетьмана Петра Сагайдачного, м. Львів

**ВПЛИВ ТОЧКОВИХ ЗБУРЕНЬ НА НЕЛІНІЙНІ КОЛИВАННЯ ГНУЧКИХ ЕЛЕМЕНТІВ ПРИВІДНИХ СИСТЕМ**

Досліджено динамічні процеси гнучких елементів (ГЕ) привідних систем та систем транспортування під дією сил, які прикладені у фіксованих точках. В основу досліджень покладено принцип одночастотності коливань у нелінійних системах із багатьма ступенями вільності та розподіленими параметрами, а також основні ідеї методів збурень. Отримано аналітичні залежності для визначення впливу швидкості руху ГЕ, фізико-механічних параметрів системи, розподіленої нелінійної та точкової сил на основні параметри динаміки ГЕ. Побудовано графічні залежності частоти коливного процесу від часу за різних значень швидкості поздовжнього руху ГЕ та точки прикладання зосередженої сили.

**Ключові слова:** гнучкий елемент, нелінійні коливання, динамічний процес, точкове збурення.

**Актуальність і огляд основних результатів.** Нелінійні коливання ГЕ привідних систем, які є важливою складовою частиною транспортних засобів чи різного роду машин неперервної дії, досліджено, наприклад, у [1-7]. У них використано різні підходи для розв'язання такого типу задач, зокрема, застосування методу КБМ для випадку малих величин поздовжньої складової швидкості руху ГЕ [1, 2]; поєднання методів Бубнова-Гальоркіна та Ван-дер-Поля для значних швидкостей його руху [3, 4]; поєднання хвильової теорії для незбуреного руху та подальшого узагальнення асимптотичних методів КБМ на нові класи задач [5, 6]. У наведених підходах припускається, що ГЕ завантажені неперервною вздовж довжини силою. Це певною мірою обмежує застосування вказаних досліджень, адже існує ціла низка вказаного типу систем, у яких зовнішні сили прикладені у точці. Саме для таких гнучких систем у роботі розвинено підхід, в основу котрого покладено хвильову теорію руху.

**Постановка задачі.** Розглянемо поперечні коливання ГЕ, який характеризується сталою складовою швидкості поздовжнього руху і у фіксованій геометричній точці піддається дії зовнішнього збурення. Щодо величини останнього, то прийнято, що вона є малою порівняно із силою натягу. До того ж пружні властивості матеріалу ГЕ незначною мірою відрізняються від лінійного закону. У такому разі математичну модель динаміки ГЕ приводимо до такого вигляду:

$$u_{tt} + 2Vu_{xt} - (\alpha^2 - V^2)u_{xx} = \varepsilon f(u, u_x, u_t) + \varepsilon(p(u, u_x, u_t))_{|x=\xi}, \quad (1)$$

де:  $u(x, t)$  – переміщення поперечного перерізу ГЕ з Ейлеровою координатою  $x$  у довільний момент часу  $t$ ;  $V$  – поздовжня складова швидкості його руху,  $\alpha^2 = \frac{T}{\rho}$  ( $T$  – сила натягу,  $\rho$  – погонна маса);  $p(u, u_x, u_t)$  – зусилля, яке діє у геометричній точці  $x = \xi$ ;  $\varepsilon f(u, u_x, u_t)$  – аналітичне представлення всієї множини нелінійних сил, розподілених вздовж ГЕ,  $\varepsilon$  – малий параметр.