

6. Barbero E. – Finite element analysis of composite materials. – New York : CRC Press. – 2008. – 184 p.
7. Поклонский Н. Основы импедансной спектроскопии композитов / Н. Поклонский, Н. Горбачук. – Минск : Изд-во БГУ. – 2005. – 236 с.
8. Шевченко В.Г. Основы физики полимерных композиционных материалов / В.Г. Шевченко. – М. : Изд-во МГУ, 2010. – 424 с.
9. Torquato S. Random Heterogeneous Materials. Microstructure and Macroscopic Properties / S. Torquato. – New York : Springer, 2002. – Pp. 47-49.
10. Kanit T. Determination of the size of the representative volume element for random composites: statistical and numerical approach / T. Kanit, S. Forest, I. Galliet, V. Mounoury, D. Jeulin // Int. Journ. of Solids and Structures. – 2003. – Vol. 40. – Pp. 3647-3679.
11. Смердов А. Разработка методов проектирования композитных материалов и конструкций ракетно-космической техники : автореф. дисс. на соискание учен. степени / А. Смердов; МГУ. – М., 2007. – 20 с.
12. Jaworski N. Thermal Analysis Methods for Design of Composite Materials with Complex Structure / Jaworski N., Farmaga I., Matviyuk O., Lobur M., Spiewak P., Cupinski L., Kurzydowski K. // ECS Transactions. – 2014. – Vol. 59(1). – Pp. 513-523.
13. Torquato S. Statistical Descr. of Microstruct. / S. Torquato // Annu. Rev. Mater. Res. – 2002. – Vol. 32. – Pp. 77-111.
14. Farmaga I. Finite Element Meshing of Composites with Spherical Inclusions / I. Farmaga, M. Lobur, P. Shmigelskyi, N. Javorskyi, P. Spiewak // Machine Dynamics Research. – 2011. – Vol. 35(3). – Pp. 13-21.
15. Farmaga I. Regular and adaptive algorithms for modelling of spherical inclusions by finite element method / I. Farmaga, M. Lobur, P. Shmigelskyi, N. Javorskyi, P. Spiewak // Proc. TCSET'2012. – Lviv-Slavske. – 2012. – Pp. 505-507
16. Rahman S. Multi-scale fracture of random heterogeneous materials / S. Rahman // Ships and Offshore Structures. – 2009. – Vol. 4(3). – Pp. 261-274.
17. Crownover R. Introduction to Fractals and Chaos / R. Crownover. – London : Jones and Bartlett, 1995.
18. Jaworski N. Finding Effective Thermal Characteristics of Composite Materials Based on the Analysis of Thermal Conductivities / N. Jaworski, I. Farmaga, M. Lobur // Вісник Національного університету "Львівська політехніка". – Сер.: Комп'ютерні системи проектування: теорія і практика. – Львів : Вид-во НУ "Львівська політехніка". – 2012. – Vol. 747. – Pp. 59-65.

Яворский Н.Б., Фармага И.В., Марикуца У.Б. Построение микроуровневых моделей структуры композиционных материалов в задачах их оптимального проектирования

Получили дальнейшее развитие основные методы построения микроуровневых моделей композиционных материалов, путем декомпозиции алгоритмов и их реализации в программном обеспечении, с помощью технологий высокопроизводительных параллельных и распределенных вычислений. Основным отличием является исключение этапа дискретизации структуры композиционных материалов, благодаря ее непосредственному использованию в качестве сетки конечных элементов, что позволяет упростить вычисления и значительно уменьшить их количество. Приведены примеры результатов моделирования на персональных компьютерах заурядной комплектации.

Ключевые слова: композиционные материалы, микроуровневые модели, дискретизация, декомпозиция вычислений.

Jaworski N.B., Farmaga I.V., Marikutsa U.B. Building the Micro-Level Composite Materials Structure Models in the Problems of their Optimal Design

Further development is appropriate to the main microlevel composite materials models building methods by their algorithms decomposition and implementation in software, which uses high-performance technology of parallel and distributed computing. The main difference is the exclusion of the composite materials structure discretization phase, due to its direct usage as a finite element mesh, which allows simplifying the calculation and significantly reduces their number. The examples of simulation on ordinary personal computers configuration are shown.

Keywords: composite materials, microlevel models, discretization, calculation decomposition.

УДК 534.111

Доц. І.І. Верхола, канд. техн. наук – Національна Академія сухопутних військ ім. гетьмана Петра Сагайдачного, м. Львів

ВПЛИВ ТОЧКОВИХ ЗБУРЕНЬ НА НЕЛІНІЙНІ КОЛИВАННЯ ГНУЧКИХ ЕЛЕМЕНТІВ ПРИВІДНИХ СИСТЕМ

Досліджено динамічні процеси гнучких елементів (ГЕ) привідних систем та систем транспортування під дією сил, які прикладені у фіксованих точках. В основу досліджень покладено принцип одночастотності коливань у нелінійних системах із багатьма ступенями вільності та розподіленими параметрами, а також основні ідеї методів збурень. Отримано аналітичні залежності для визначення впливу швидкості руху ГЕ, фізико-механічних параметрів системи, розподіленої нелінійної та точкової сил на основні параметри динаміки ГЕ. Побудовано графічні залежності частоти коливного процесу від часу за різних значень швидкості поздовжнього руху ГЕ та точки прикладання зосередженої сили.

Ключові слова: гнучкий елемент, нелінійні коливання, динамічний процес, точкове збурення.

Актуальність і огляд основних результатів. Нелінійні коливання ГЕ привідних систем, які є важливою складовою частиною транспортних засобів чи різного роду машин неперервної дії, досліджено, наприклад, у [1-7]. У них використано різні підходи для розв'язання такого типу задач, зокрема, застосування методу КБМ для випадку малих величин поздовжньої складової швидкості руху ГЕ [1, 2]; поєднання методів Бубнова-Гальоркіна та Ван-дер-Поля для значних швидкостей його руху [3, 4]; поєднання хвильової теорії для незбуреного руху та подальшого узагальнення асимптотичних методів КБМ на нові класи задач [5, 6]. У наведених підходах припускається, що ГЕ завантажені неперервною вздовж довжини силою. Це певною мірою обмежує застосування вказаних досліджень, адже існує ціла низка вказаного типу систем, у яких зовнішні сили прикладені у точці. Саме для таких гнучких систем у роботі розвинено підхід, в основу котрого покладено хвильову теорію руху.

Постановка задачі. Розглянемо поперечні коливання ГЕ, який характеризується сталою складовою швидкості поздовжнього руху і у фіксованій геометричній точці піддається дії зовнішнього збурення. Щодо величини останнього, то прийнято, що вона є малою порівняно із силою натягу. До того ж пружні властивості матеріалу ГЕ незначною мірою відрізняються від лінійного закону. У такому разі математичну модель динаміки ГЕ приводимо до такого вигляду:

$$u_{tt} + 2Vu_{xt} - (\alpha^2 - V^2)u_{xx} = \varepsilon f(u, u_x, u_t) + \varepsilon(p(u, u_x, u_t))_{|x=\xi}, \quad (1)$$

де: $u(x, t)$ – переміщення поперечного перерізу ГЕ з Ейлеровою координатою x у довільний момент часу t ; V – поздовжня складова швидкості його руху, $\alpha^2 = \frac{T}{\rho}$ (T – сила натягу, ρ – погонна маса); $p(u, u_x, u_t)$ – зусилля, яке діє у геометричній точці $x = \xi$; $\varepsilon f(u, u_x, u_t)$ – аналітичне представлення всієї множини нелінійних сил, розподілених вздовж ГЕ, ε – малий параметр.

Для рівняння (1) розглянемо крайові умови, які узгоджуються із умовами відсутності у фіксованих геометричних точках $x=0$, $x=l$ поперечних переміщень ГЕ, тобто

$$u(x,t)|_{x=0} = u(x,t)|_{x=l} = 0. \quad (2)$$

Задача полягає у визначенні впливу швидкості руху ГЕ, фізико-механічних параметрів системи, розподіленої нелінійної та зосередженої сил на визначальні параметри динаміки ГЕ.

Методика дослідження. Базою для описання динаміки досліджуваного об'єкта є: принцип одночастотності коливань у нелінійних системах із багатьма ступенями вільності та розподіленими параметрами, основні ідеї методів збурень, зокрема, їх адаптація для поздовжньо-рухомих суцільних середовищ. У сукупності наведене дає змогу розв'язок сформульованої задачі інтерпретувати як накладання прямої та зворотної хвиль різної довжини. Водночас, треба зазначити, що малі сили спричиняють повільну зміну в часі визначальних параметрів динаміки ГЕ. Отже, розв'язок крайової задачі (1), (2), що описує динамічний процес досліджуваного об'єкта для першого наближення, представимо у вигляді

$$u(x,t) = a(\cos(\kappa x + \varphi) - \cos(\chi x - \varphi)) + \varepsilon U_1(a, x, \varphi), \quad (3)$$

де $\varphi = \omega t + \phi$, $U_1(a, x, \varphi)$ – невідома 2π -періодична та φ -функція, яка задовольняє крайовим умовам, що випливають із (2), тобто

$$U_1(a, x, \varphi)|_{x=0} = U_1(a, x, \varphi)|_{x=l} = 0. \quad (4)$$

Вважають, що параметр l є обмеженою величиною, тоді основні параметри коливань ГЕ не залежать від лінійної змінної x . Це дає змогу представити вплив розподілених та зосереджених нелінійних сил на нього за допомогою співвідношень [7]:

$$\frac{da}{dt} = \varepsilon A_1(a); \quad \frac{d\varphi}{dt} = \omega + \varepsilon B_1(a), \quad (5)$$

у яких невідомі функції $A_1(a), B_1(a)$ знаходяться таким чином, щоб співвідношення (3) задовольняло з необхідним ступенем точності вихідне рівняння (1), якщо у нього на місце параметрів a та φ підставити функції часу, визначені диференціальними рівняннями (5).

Після нескладних математичних операцій для зв'язку шуканих величин отримуємо залежність

$$L(U_1) = \omega^2 \frac{\partial^2 U_1(a, x, \varphi)}{\partial \varphi^2} + 2V\omega \frac{\partial^2 U_1(a, x, \varphi)}{\partial x \partial \varphi} - (\alpha^2 - V^2) \frac{\partial^2 U_1(a, x, \varphi)}{\partial x^2} = \quad (7)$$

$$= f_1(a, x, \varphi) + 2[(\omega + \kappa V) \sin(\kappa x + \varphi) + (\omega - \chi V) \sin(\chi x - \varphi)] A_1(a) +$$

$$+ 2a[(\omega + \kappa V) \cos(\kappa x + \varphi) - (\omega - \chi V) \cos(\chi x - \varphi)] B_1(a) + p_1(a, \xi, \varphi)|_{x=\xi},$$

де $f_1(a, x, \varphi)$ і $p_1(u, u_x, u_t)|_{x=\xi}$ – значення відповідних функцій за умов, що u та її похідні визначаються відповідно до головної частини у представленні (3), тобто

$$f_1(a, x, \varphi) = f(u, u_x, u_t) \Big|_{\substack{u=a(\cos(\kappa x + \varphi) - \cos(\chi x - \varphi)), \\ u_x = -a(\kappa \sin(\kappa x + \varphi) - \chi \sin(\chi x - \varphi)), \\ u_t = -a\omega(\sin(\kappa x + \varphi) + \sin(\chi x - \varphi))}}, \quad p_1(a, \xi, \varphi) = p(u, u_x, u_t) \Big|_{\substack{u=a(\cos(\kappa \xi + \varphi) - \cos(\chi \xi - \varphi)), \\ u_x = -a(\kappa \sin(\kappa \xi + \varphi) - \chi \sin(\chi \xi - \varphi)), \\ u_t = -a\omega(\sin(\kappa \xi + \varphi) + \sin(\chi \xi - \varphi))}}.$$

Для однозначного визначення із (7) невідомих функцій $A_1(a), B_1(a)$ накладемо на $U_1(a, x, \varphi)$ додаткову умову – вона у своєму розвитку по гармоніках φ не містить першої гармоніки, тобто виконуються умови

$$\int_0^{2\pi} U_1(a, x, \varphi) \begin{Bmatrix} \cos \varphi \\ \sin \varphi \end{Bmatrix} d\varphi = 0. \quad (8)$$

Наведене у сукупності дає змогу визначити невідомі функції $A_1(a), B_1(a)$ у вигляді

$$A_1(a) = \frac{\varepsilon}{2\pi l [(\omega + \kappa V)^2 + (\omega - \chi V)^2]} \int_0^l \int_0^{2\pi} \bar{f}(a, x, \xi, \varphi) \times$$

$$\times \{ [(\omega + \kappa V) \sin \kappa x + (\omega - \chi V) \sin \chi x] \cos \varphi +$$

$$+ [(\omega + \kappa V) \cos \kappa x - (\omega - \chi V) \cos \chi x] \sin \varphi \} d\varphi dx,$$

$$B_1(a) = \frac{\varepsilon}{a 2\pi l [(\omega + \kappa V)^2 + (\omega - \chi V)^2]} \int_0^l \int_0^{2\pi} \bar{f}(a, x, \xi, \varphi) \times$$

$$\times \{ [(\omega + \kappa V) \sin \kappa x + (\omega - \chi V) \sin \chi x] \sin \varphi -$$

$$- [(\omega + \kappa V) \cos \kappa x - (\omega - \chi V) \cos \chi x] \cos \varphi \} d\varphi dx \quad (9)$$

де $\bar{f}(a, x, \xi, \varphi) = f_1(a, x, \varphi) + p_1(a, \xi, \varphi)|_{x=\xi}$.

Як приклад, розглянемо вплив точкової сили на коливання ГЕ за умови, що її величина визначається залежністю (рис. 1, 2)

$$p\varepsilon(p(u, u_x, u_t))|_{x=\xi} = \rho \beta u^3(x, t)|_{x=\xi}, \quad \varepsilon f(u, u_x, u_t) = \delta u_t(x, t).$$

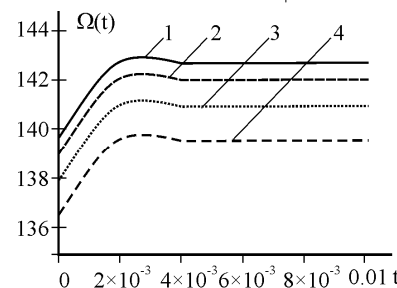


Рис. 1. Залежність частоти коливань Ω від часу t за різних значень швидкості поздовжнього руху ГЕ: 1) $V = 5 \text{ м/с}$, 2) $V = 10 \text{ м/с}$, 3) $V = 15 \text{ м/с}$, 4) $V = 20 \text{ м/с}$

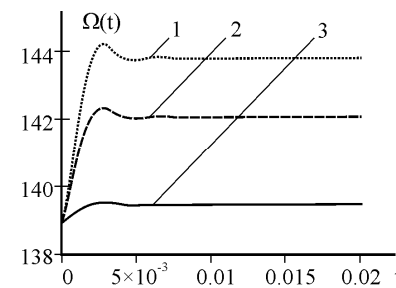


Рис. 2. Залежність частоти коливань Ω від часу t за різних значень параметра ξ : 1) $\xi = 0.5$, 2) $\xi = 1$, 3) $\xi = 1.5$

Висновки та перспективи подальших досліджень. Розроблена методика дає змогу визначити вплив точкових збурень на нелінійні коливання ГЕ.

На її базі встановлено, що точкові збурення спричиняють зміну як амплітуди, так і частоти коливань, причому вплив останніх збільшується у випадку дії точкового збурення ближче до середини вітки ГЕ. Сама методика може бути узагальнена на випадок миттєвого збурення коливань у якійсь точці досліджуваного об'єкта. Останнє може бути предметом окремих досліджень.

Література

1. Сліпчук А.М. Нелінійні поперечні коливання пружного рухомого канату і методи їх дослідження / А.М. Сліпчук // Лісове господарство, лісова, паперова і деревообробна промисловість : міжвідомч. наук.-техн. зб. – Львів : Вид-во УкрДЛТУ. – 2003. – Вип. 28. – С. 89-94.
2. Сліпчук А.М. Нелінійні поперечні коливання пружної рухомої балки / А.М. Сліпчук // Оптимізація виробничих процесів і технічний контроль у машинобудуванні та приладобудуванні. – Львів. – 2004. – № 515. – С. 47-51.
3. Гащук П.М. Вплив імпульсних сил на нелінійні коливання гнучких робочих елементів приводу у резонансному випадку / П.М. Гащук, І.І. Назар // Науковий вісник НЛТУ України : зб. наук.-техн. праць. – Львів : РВВ НЛТУ України. – 2007. – Вип. 17.7. – С. 136-141.
4. Гащук П.М. Нелінійні коливання гнучкого робочого елемента приводу під дією імпульсних сил / П.М. Гащук, І.І. Назар // Вісник Національного університету "Львівська політехніка". – Сер.: Динаміка, міцність та проектування машин і приладів. – Львів : Вид-во НУ "Львівська політехніка". – 2007. – № 588. – С. 20-24.
5. Сокіл Б.І. Хвильова теорія у дослідженні нелінійних коливань двовимірних об'єктів, які характеризуються сталою швидкістю поздовжнього руху / Б.І. Сокіл, О.І. Хитряк, М.Б. Сокіл // Вісник Львівського державного університету безпеки життєдіяльності : зб. наук. праць. – Львів : Вид-во Львівського ДУ БЖД. – 2010. – № 4. – С. 55-60.
6. Chen L.Q. Analysis and control of transverse vibrations of axially moving strings / L.Q. Chen // Appl. Mech. Rev. – 2005. – Vol. 58.2. – Pp. 91-116.
7. Митропольский Ю.А. Асимптотические решения уравнений в частных производных / Ю.А. Митропольский, Б.И. Мосеенков. – К. : Изд-во "Вища шк.", 1976. – 84 с.

Верхола И.И. Влияние точечных возмущений на нелинейные колебания гибкого элемента приводных систем

Исследованы динамические процессы гибких элементов (ГЭ) приводных систем и систем транспортировки под действием сил, которые приложены в фиксированных точках. В основу исследований положен принцип одночастотности колебаний в нелинейных системах со многими степенями свободы и распределенными параметрами, а также основные идеи методов возмущений. Получены аналитические зависимости для определения влияния скорости движения ГЭ, физико-механических параметров системы, распределенной нелинейной и точечной сил на основные параметры динамики ГЭ. Построены графические зависимости частоты колеблющегося процесса от времени при разных значениях скорости продольного движения ГЭ и точки приложения сосредоточенной силы.

Ключевые слова: гибкий элемент, нелинейные колебания, динамический процесс, точечное возмущение.

Verkhola I.I. The Influence of Point Perturbations on Nonlinear Vibrations of Flexible Elements of Drive Systems

The dynamic processes of flexible elements (FE) of drive systems and systems of transporting are investigated under the action of forces which are applied in the fixed points. The principle of one-frequency vibrations in the nonlinear systems with many degrees of freedom and distributed parameters and also basic ideas of methods of perturbations are fixed on the basis of researches. Analytical dependences are got for determination of influence of speed of movement of FE, physical and mechanical parameters of system, distributed nonlinear and point forces on basic parameters of the dynamics of FE.

Keywords: flexible element, nonlinear vibrations, dynamic process, point perturbation.

УДК 537.525

Доц. Т.Х. Гусейнов, канд. физ.-мат. наук –

Бакинский государственный университет, г. Баку (Азербайджан)

РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ПОТЕНЦИАЛА И ФУНКЦИИ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ЭЛЕКТРОНОВ ПО ЭНЕРГИЯМ В ДВОЙНОМ СЛОЕ В ПЛАЗМЕ РТУТНОГО РАЗРЯДА

Исследован двойной слой в ртутной плазме разряда методом следящего зонда. Для получения вольтамперной характеристики методом следящего зонда в плазму вводились два одинаковых зонда, расположенных на расстоянии друг от друга таким образом, чтобы изменения параметров плазмы были одинаковыми в точках расположения этих зондов, при этом один зонд не возмущал призондовый слой другого. При поперечном изменении положительного столба образуется двойной слой. В области двойных слоев электроны ускоряются и образуют пучок. После прохождения электронов через двойной слой, на анодной стороне на расстоянии нескольких сантиметров от двойного слоя пучок быстро рассеивается, хотя распределение электронов сохраняет характер напряженности на протяжении всей анодной плазмы. Это указывает на интенсивный энергообмен между электронами пучка и плазмы. Измерения, проведенные на разных уровнях потенциала в катодной плазме и в области двойного слоя, показали, что во всех случаях, независимо от направления изменения уровня потенциала, более высоким уровням соответствуют более низкие концентрации электронов.

Ключевые слова: двойной слой, метод следящего зонда, функция распределения электронов по энергиям, ртутная плазма.

Введение. Возрождением проблемы двойных слоев (ДС) следует считать эксперименты по измерению градиентов концентраций [1-5] и углового распределения частиц в различных слоях ионосферы и магнитосферы Земли, выполненные с помощью ракет. В этих экспериментах были обнаружены большие (до 60 % на км) горизонтальные и вертикальные градиенты концентраций заряженных частиц и пики в угловом распределении, что могло быть связано с заметными разностями потенциалов. Оценки этих разностей потенциалов из измерений градиентов концентраций на высотах 250-380 км привели к значениям в несколько сот вольт.

Следует отметить, что интерпретации получаемых в этих экспериментах больших разностей потенциалов с точки зрения моделирования процессов в магнитосфере Земли представляется несколько сомнительной, т. к. при задании потенциалов между сетками камеры мишени задается значение падения потенциала в ДС. С этой точки зрения более корректным является постановка вопроса в работах [6, 7], где задается источник тока, а разность потенциалов в ДС устанавливается в процессе формирования ДС. В работах [8-10] с использованием вспомогательного электрода измеряются разности потенциалов в ДС. В этих работах ДС имели разности потенциалов, порядка энергии электронов пучка и несколько превосходящие ее.

При наличии в плазме колебаний зондовые измерения должны проводиться так, чтобы можно было определить мгновенные формы вольтамперных характеристик (ВАХ) и их производных, и значения потенциала в точке расположения зонда. Известно, что при определенном потенциале зонда U_n наложенного извне, величина зондового тока определяется разностью потенциалов зонда и мгновенного значения потенциала пространства $U_n - U_n$, концентрациями