

4. Гренджер К. Спектральный анализ временных рядов в экономике / К. Гренджер, М. Хатанака. – М. : Изд-во "Статистика", 1972. – 311 с.
5. Гужва В.М. Адаптивне управління підприємствами на основі прецедентів: агентно-орієнтований підхід / В.М. Гужва // Проблеми економіки : зб. наук. праць. – 2013. – № 2. – С. 175-180.
6. Клебанова Т.С. Математические модели трансформационной экономики : учебн. пособ. / Т.С. Клебанова, Е.В. Раевнева, К.А. Стрижиченко и др. – Харків : Изд. дом "ИНЖЭК", 2004. – 280 с.
7. Кузьмін О.Є. Теоретичні та прикладні засади менеджменту / О.Є. Кузьмін, О.Г. Мельник. – Львів : Вид-во НУ "Львівська політехніка", "Інтелект-Захід", 2002. – 228 с.
8. Саати Т. Аналитическое планирование. Организация систем : пер. с англ. / Т. Саати, К. Кернс. – М. : Изд-во "Радио и связь", 1991. – 224 с.
9. Скурихин В.И. Проектирование систем адаптивного управления производством / В.И. Скурихин, В.А. Забродский, Ю.В. Копейченко. – Харьков : Изд-во "Вища шк.", 1984. – 206 с.
10. Соколова Л.В. Теорія і практика адаптації підприємства до мінливого бізнес-середовища / Л.В. Соколова. – Харків : Вид-во ХНУРЕ, 2004. – 288 с.
11. Паляниця В. Обґрунтування факторів і джерел ризиків машинобудівних підприємств / В. Паляниця // Галицький економічний вісник : зб. наук. праць. – 2010. – № 1 (26). – С. 115-122.
12. Терещенко О.О. Антикризисное фінансове управління на підприємстві : монографія / О.О. Терещенко. – К. : Вид-во КНЕУ, 2004. – 268 с.
13. Драган Я.Л. Методы вероятностного анализа океанологических явлений / Я.Л. Драган, В.А. Рожков, И.Н. Яворский. – Л. : Изд-во "Гидрометеоздат", 1987. – 319 с.
14. Голуб Д. Матричные вычисления / Дж. Голуб, Ч. Ван Лоун. – М. : Изд-во "Мир", 1999. – 548 с.
15. Драган Я. Системний аналіз і проблема простору даних в інформаційних технологіях / Я. Драган, М. Медиковський, Н. Шаховська // Вісник Національного університету "Львівська політехніка". – Сер.: Комп'ютерні науки та інформаційні технології. – Львів : Вид-во НУ "Львівська політехніка". – 2011. – № 719. – С. 46-52.

Надіслано до редакції 24.02.2016 р.

**Драган Я.П., Цмоць О.И. Оценка и анализ сигналов влияния на предприятие**

Выбран и адаптирован метод анализа иерархий для оценки сигналов влияния на предприятие. Предложено вычисление обобщенного интегрального сигнала влияния на предприятие осуществлять путем скалярного умножения вектора локальных приоритетов групп сигналов на вектор глобальных приоритетов сигналов в каждой группе. Разработан метод выявления слабых сигналов, который базируется на сравнении пороговой величины, определяемой экспериментальным путем, с разницей между бегущим и прогнозируемым значениями обобщенного интегрального сигнала влияния на предприятие. Показано, что использование метода управления по слабым сигналам обеспечивает предприятию заблаговременное наращивание запаса гибкости для устранения опасностей на ранних стадиях их возникновения.

**Ключевые слова:** оценка, сигнал, влияния, слабый сигнал, предприятие, управление.

**Drahan Ya.P., Tsmots O.I. Assessment and Analysis of Impact Signals on the Enterprise**

The analytic hierarchy process for assessment of impact signals on the enterprise has been selected and adapted. A computation of generalized impact signal on the enterprise with scalar multiplication of a vector of local priorities of the signals on the global priority vector signals in each group has been proposed. A method for detection of weak signals, which is based on a comparison of the threshold value, determined by experimentation with the difference between running and predicted values of the generalized impact signal on the enterprise, has been developed. It is shown that the use of a management method for weak signals provides for the enterprise reserve capacity in advance of flexibility to address the dangers at an early stage of their occurrence.

**Keywords:** assessment, signal, impact, weak signal, enterprise, management.

УДК 539.3

**ПРУЖНИЙ ТА ГРАНИЧНО-РІВНОВАЖНИЙ СТАН ПЛАСТИНЧАСТОГО ЕЛЕМЕНТА КОНСТРУКЦІЇ З КРИВОЛІНІЙНИМ ОТВОРОМ ЗА ДІЇ ЗОСЕРЕДЖЕНИХ СИЛ**

**О.І. Думанський<sup>1</sup>, Б.О. Бекас<sup>2</sup>, Ю.С. Процик<sup>3</sup>**

Досліджено пружно-рівноважний стан пластинчастого елемента конструкції, послабленого криволінійним отвором, який перебуває під дією зосереджених силових факторів. Для розв'язання поставленої задачі використано апарат аналітичних функцій та побудовано аналітичну функцію, згідно з якою здійснюється конформне відображення зовнішності криволінійного отвору на зовнішність кругового отвору. Такий підхід у дослідженні зумовив можливість отримання замкненого, аналітичного розв'язку задачі. Отримано формули комплексних потенціалів, за якими визначено розподіл концентрації напружень залежно від геометричних характеристик криволінійного отвору та інтенсивності напружень залежно від розкриття тріщини.

**Ключові слова:** пружний стан, гранично-рівноважний стан, пластинчастий елемент конструкції, конформне відображення, розподіл концентрації та інтенсивності напружень, рівномірний тиск, зосереджені сили.

**Актуальність досліджень.** Міцність твердих тіл визначається не тільки їх фізично-хімічною природою, але й істотно залежить від дефектності структури. У структурі реальних твердих тіл завжди є різного типу дефекти-концентратори напружень, такі як, наприклад, мікро- і макротріщини, порожнини і включення, границі зерен і блоків структур, скупчення дислокацій, вакансій тощо.

У певних випадках, з практичних потреб, потрібно порушувати суцільність пластинчастих елементів тонкостінних конструкцій вирізами, надрізами, щілинами, включеннями. Наприклад, з метою полегшення конструкції, утворення проходів для інших деталей, кабелів тощо. У процесі деформації твердого тіла в околі таких дефектів відбувається висока концентрація напружень, що призводить до зародкових і росту вже наявних у пластинчастому елементі тріщин, тобто, до локального або повного його руйнування.

**Аналіз відомих досліджень і публікацій, яким присвячена означена стаття.** У фундаментальних наукових роботах і монографіях М.І. Мухелішвілі, Г.М. Савіна, В.В. Панасюка, О.С. Космодам'янського, А.А. Камінського, М.П. Саврука, В.М. Максимовича та ін. представлено широкий спектр досліджень пружного та гранично-рівноважного стану пластинчастих та оболонкових елементів, піддаються дії різноманітних силових або температурних факторів, тобто, потреба та доцільність цього напрямку досліджень у механіці суцільного деформованого середовища не викликає сумніву. У більшості із цих задач розглядають пружно-деформований стан пластинчастих або оболонкових елементів конструкцій з простою геометричною конфігурацією криволінійних отворів, тріщин, надрізів та ін. Але часто в проектуванні конструкцій потрібні отвори складнішої конфігурації, а також утворюються тріщини із різними напрямками розгалужень. У наукових роботах [1-4] досліджено гранично-рівно-

<sup>1</sup> доц. О.І. Думанський, канд. фіз.-мат. наук – НЛТУ України, м. Львів;

<sup>2</sup> ст. викл. Б.О. Бекас – НЛТУ України, м. Львів;

<sup>3</sup> доц. Ю.С. Процик, канд. фіз.-мат. наук – НЛТУ України, м. Львів

важний стан пластинчастих елементів, послаблених тріщинами у вигляді математичних розрізів (із відсутньою відстанню між берегами тріщини). Широкий клас задач та методику їх розв'язання наведено у монографії [5], стосовно пружної та граничної рівноваги анізотропних пластинок з отворами та тріщинами.

У цій роботі проведено дослідження пружного та гранично-рівноважного стану пластинчатого елемента конструкції, послабленого криволінійним отвором із заокругленими (досліджено концентрацію напружень) або гострокінцевими вершинами – розкрита тріщина (розглянуто інтенсивність розподілу напружень), за дії зосереджених силових факторів, оскільки особливо істотними є дослідження концентрації та тріщиностійкості пластинчастих елементів конструкцій, що піддаються такій дії. Дослідження мають більш загальний характер, оскільки розглянуто концентрацію розподілу напружень вздовж гладкого криволінійного контуру та знайдено інтенсивність напружень у вершині гострокінцевого отвору – розкритої тріщини.

**Основний матеріал дослідження з обґрунтуванням отриманих наукових результатів.** Розглядаємо пружний ізотропний пластинчатий елемент конструкції, який послаблений криволінійним отвором, контур якого описується такими параметричними рівняннями:

$$\begin{cases} x(\theta) = A \cos \theta \left( 1 + \frac{m(1-t)}{1-2t \cos 2\theta + t^2} \right); \\ y(\theta) = A \sin \theta \left( 1 - \frac{m(1+t)}{1-2t \cos 2\theta + t^2} \right), \end{cases} \quad (1)$$

де:  $0 \leq \theta \leq 2\pi$ ,  $\varepsilon = \frac{b}{a}$  і набуває значення  $0 \leq \varepsilon \leq 1$ ,  $A = \frac{a}{2} [1-t + (1+t)\varepsilon]$ ;

$m = \frac{(1-\varepsilon)(1-t^2)}{(1-t) + (1+t)\varepsilon}$ ;  $a = x(0)$  – відстань від центру отвору до найбільш віддаленої точки отвору;  $b$  – радіус вписаного в отвір кола;  $t$  – параметр, який обчислюється згідно з формулою  $t = \frac{r_0/a(1-2\varepsilon) + \varepsilon(2-\varepsilon) - 2\sqrt{r_0/a(1-r_0/a)(1-\varepsilon^2)}}{(2-\varepsilon)^2 - r_0/a(5+4\varepsilon)}$  і набуває значення ( $|t| \leq 1$ );  $r_0$  – радіус заокруглення вершин отвору.

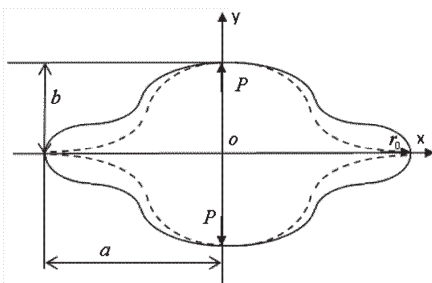


Рис. 1

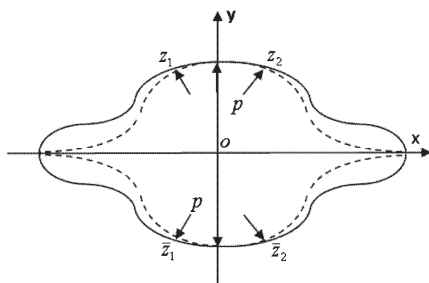


Рис. 1 а

За  $\varepsilon=0,5$  і  $r_0/a=0,2$ , параметричні рівняння опишуть криволінійний отвір із заокругленими вершинами (рис. 1 – суцільна лінія), а при  $r_0=0$  і  $0 \leq \varepsilon \leq 1$  маємо криволінійний отвір (тріщиноподібний) з двома гострокінцевими вершинами із певною відстанню  $d$  між берегами отвору, тобто, розкрити тріщину (див. рис. 1 – штрихова лінія).

Зокрема, при  $r_0=0$ , отримаємо такі значення параметрів  $A, m, t$ :

$$A = \frac{a}{2-\varepsilon}, \quad m = \frac{2(1-\varepsilon)^2}{2-\varepsilon}, \quad t = \frac{\varepsilon}{2-\varepsilon}, \quad (2)$$

які геометрично інтерпретують початкове розкриття тріщини. Зауважимо, що при  $t=0$  – рівняння (1) опишуть контур еліптичного отвору, а при  $m=0$  – кругового отвору.

Віднесемо цей елемент до прямокутної системи декартових координат  $xOy$  так, щоб початок координат збігався з центром отвору, площина  $xOy$  – із серединною поверхнею пластини, а вісь  $Ox$  проходила через його вершини. Пластинчастий елемент піддається дії зосереджених силових факторів  $P$ , прикладених до контуру отвору у двох симетричних його точках  $M$  і  $N$ . Потрібно визначити концентрацію напружень, що виникає навколо отвору, якщо його границя є гладкою лінією, або дослідити розподіл інтенсивності напружень в околі гострокінцевої вершини отвору.

Оскільки безпосереднє розв'язування поставленої задачі за наявності зосереджених сил, які діють на контур отвору, спряжені із його громіздкістю та певною складністю, то скористаємось таким шляхом. Задамо в околі точок  $M$  і  $N$ , тобто, на частинах контуру отвору  $z_1Mz_2$  та  $\bar{z}_1N\bar{z}_2$  нормальний рівномірно розподілений тиск інтенсивності  $p$ , прикладений до його берегів (рис. 1 а). Дослідити пружний та гранично-рівноважний стан у цьому трактуванні є більш простішим. Далі, стягуючи відрізки контуру, які піддаються дії нормального тиску, в точки, отримаємо розв'язок задачі за дії двох зосереджених сил на контурі отвору.

Для розв'язку поставленої задачі скористаємось методом М.І. Мусхелішвілі [6] з використанням конформно перетворюючої функції

$$z = \omega(\zeta) = A \left( \zeta + \frac{m\zeta}{\zeta^2 - t} \right), \quad (3)$$

яка перетворює область пластинчастого елемента з криволінійним контуром, описаним рівнянням (1), на зовнішність кругового отвору  $|\zeta| \geq 1$ , тобто, розв'язок задачі зводиться до знаходження двох регулярних у площині  $|\zeta| \geq 1$  функцій  $\phi(\zeta)$  і  $\psi(\zeta)$ , які знаходимо із такої контурної умови [6]:

$$\phi(\sigma) + \frac{\omega(\sigma)}{\omega'(\sigma)} \overline{\phi(\sigma) + \psi(\sigma)} = f(\sigma), \quad \sigma \in \gamma. \quad (4)$$

Залежно від заданого типу навантаження надаємо функціям  $\phi(\zeta)$  і  $\psi(\zeta)$  такого вигляду:

$$\phi(\zeta) = -\frac{X+iY}{2\pi(1+\chi)} \ln[\omega(\zeta) - \omega(\zeta_0)] + \phi_0(\zeta), \quad \psi(\zeta) = \frac{\chi(X-iY)}{2\pi(1+\chi)} \ln[\omega(\zeta) - \omega(\zeta_0)] + \psi_0(\zeta),$$

$$\text{причому } f(\sigma) = \begin{cases} -pA \left( \sigma + \frac{m\sigma}{\sigma^2-t} \right) \text{ на ділянці } z_1 M z_2; \\ -pz_2 \text{ на ділянці } \bar{z}_1 N \bar{z}_2. \end{cases} \quad (5)$$

де  $X, Y$  – компоненти головного вектора всіх зовнішніх зусиль, прикладених до границі контуру, причому  $X = -p \cos(n, x), Y = -p \cos(n, y)$ , відповідно

$$(X+iY)ds = -p(dy-idx) = ipdz \text{ або } f(\sigma) = i \int_L (X+iY)ds = -pz = -p\omega(\sigma),$$

де:  $p$  – інтенсивність рівномірно розподіленого навантаження на контурі отвору;  $\phi_0(\zeta)$  і  $\psi_0(\zeta)$  – регулярні в області  $\zeta$  функції, включаючи нескінченно віддалену точку. З контурної умови (4) визначаємо комплексні потенціали залежно від дії поданого силового фактора.

Оскільки розподіл напружень вздовж границі отвору виражається згідно з формулою [7]

$$\sigma_\theta = 4 \operatorname{Re} \left[ \frac{\phi'(\sigma)}{\omega'(\sigma)} \right], \quad (6)$$

тобто, комплексного потенціалу  $\phi(\zeta)$ , то обмежимося тільки записом його виразу

$$\begin{aligned} \phi(\zeta) = & \frac{p}{2\pi} \left\{ \frac{Am}{2} \left[ \frac{1}{\sqrt{t-\zeta}} \ln \frac{\sigma_2 - \sqrt{t}}{\sigma_1 - \sqrt{t}} - \frac{1}{\sqrt{t+\zeta}} \ln \frac{\sigma_2 + \sqrt{t}}{\sigma_1 + \sqrt{t}} \right] + \left[ A \left( \zeta + \frac{m\zeta}{\zeta^2-t} \right) - z_2 \right] \ln(\sigma_2 - \zeta) - \right. \\ & - \left[ A \left( \zeta + \frac{m\zeta}{\zeta^2-t} \right) - z_1 \right] \ln(\sigma_1 - \zeta) - \frac{\chi}{\chi+1} (z_1 - z_2) \ln \zeta + \frac{\bar{z}_1 - \bar{z}_2}{\chi+1} \cdot \frac{tm(1-t^2)}{(\zeta^2-t)[(1-t^2)^2 - mt(1+t^2)]} \left. \right\} + \\ & + \left\{ \frac{Am}{2} \left[ \frac{1}{\sqrt{t-\zeta}} \ln \frac{\bar{\sigma}_2 - \sqrt{t}}{\bar{\sigma}_1 - \sqrt{t}} - \frac{1}{\sqrt{t+\zeta}} \ln \frac{\bar{\sigma}_2 + \sqrt{t}}{\bar{\sigma}_1 + \sqrt{t}} \right] + \left[ A \left( \zeta + \frac{m\zeta}{\zeta^2-t} \right) - \bar{z}_2 \right] \ln(\bar{\sigma}_2 - \zeta) - \right. \\ & - \left[ A \left( \zeta + \frac{m\zeta}{\zeta^2-t} \right) - \bar{z}_1 \right] \ln(\bar{\sigma}_1 - \zeta) - \frac{\chi}{\chi+1} (\bar{z}_1 - \bar{z}_2) \ln \zeta + \frac{z_1 - z_2}{\chi+1} \cdot \frac{tm(1-t^2)}{(\zeta^2-t)[(1-t^2)^2 - mt(1+t^2)]} \left. \right\} \end{aligned} \quad (7)$$

де:  $z_1 = A \left( \sigma_1 + \frac{m\sigma_1}{\sigma_1^2-t} \right); z_2 = A \left( \sigma_2 + \frac{m\sigma_2}{\sigma_2^2-t} \right); \sigma_1 = e^{i\theta_1}; \sigma_2 = e^{i\theta_2}$ ; під виразом  $\ln \frac{\sigma_2}{\sigma_1}$  розуміємо величину  $i\theta$ , де  $\theta$  – кутова відстань між точками  $\sigma_1$  і  $\sigma_2$  контуру отвору (відлік проводиться від точки  $\sigma_1$  проти стрілки годинника).

Зокрема, якщо покласти у формулі (7)  $t=0$ , то отримаємо розв'язок аналогічної задачі, коли концентратором є еліптичний отвір [1].

Згідно з побудованим розв'язком для нормально розподіленого тиску на ділянку отвору, перейдемо до побудови розв'язку за дії зосередженої сили  $P$ , прикладеної до симетричних точок контуру.

Цього можемо досягти, якщо безмежно зменшувати дугу контуру  $z_1 M z_2$  і поряд з тим збільшувати інтенсивність тиску так, щоб границя

$$\lim_{z_1 \rightarrow z_2} p|z_1 - z_2| = P \quad (8)$$

була скінченою величиною. Цю умову можна подати ще у такому вигляді:

$$\lim_{\theta_2 \rightarrow \theta_1} \{ ds \cdot p \} = P, \quad (9)$$

$$\text{де } ds = \sqrt{(dx)^2 + (dy)^2}.$$

Згідно з формулою (1) знаходимо, що  $ds = A_0 d\theta$ , де  $d\theta = \theta_2 - \theta_1$  при  $\theta_2 \rightarrow \theta_1$ ,

$$A_0 = \frac{A}{h^2} \sqrt{(h^2 - 2mth + m^2 + t^2) \cdot h^2 + 2h^2(mt+h)\cos 2\theta_1 + 16mth[2(h-2mt) + mt] \sin^2 2\theta_1};$$

$$h = 1 - 2t \cos 2\theta_1 + t^2.$$

Здійснивши граничний перехід у співвідношенні, згідно з яким подано комплексний потенціал  $\phi(\zeta)$ , отримаємо його вираз для зосередженої сили  $P$

$$\begin{aligned} \phi(\zeta) = & \frac{PA}{2\pi A_0} \left\{ \frac{2m(t+\sigma_1\zeta)}{(t-\zeta)^2(\sigma_1-t\bar{\sigma}_1)} + \left( \zeta + \frac{m\zeta}{\zeta^2-t} \right) \left( \frac{\sigma_1}{\sigma_1-\zeta} + \frac{\bar{\sigma}_1}{\sigma_1-\bar{\zeta}} \right) - \right. \\ & - \left( \sigma_1 - m \frac{\sigma_1+t\bar{\sigma}_1}{(\sigma_1-t\bar{\sigma}_1)^2} \right) \ln(\sigma_1-\zeta) - \left( \sigma_1 + \frac{m}{\sigma_1-t\sigma_1} \right) \frac{\sigma_1}{\sigma_1-\zeta} - \left( \bar{\sigma}_1 + \frac{m}{\sigma_1-t\bar{\sigma}_1} \right) \frac{\bar{\sigma}_1}{\sigma_1-\bar{\zeta}} \\ & - \frac{\chi}{\chi+1} \left( m \left( \frac{\sigma_1+t\bar{\sigma}_1}{(\sigma_1-t\bar{\sigma}_1)^2} + \frac{\bar{\sigma}_1+t\sigma_1}{(\bar{\sigma}_1-t\sigma_1)^2} - \operatorname{Re} \sigma_1 \right) \ln \zeta + \right. \\ & \left. \left. + \frac{1}{\chi+1} \left( \operatorname{Re} \sigma_1 - m \left( \frac{\bar{\sigma}_1+t\sigma_1}{(\bar{\sigma}_1-t\sigma_1)^2} + \frac{\sigma_1+t\bar{\sigma}_1}{(\sigma_1-t\bar{\sigma}_1)^2} \right) \right) \times \frac{tm(1-t^2)}{(\zeta^2-t)[(1-t^2)^2 - mt(1+t^2)]} \right\}. \end{aligned} \quad (10)$$

Зокрема, поклавши у формулі (10)  $t=0, m=1$ , отримаємо, як частковий випадок, вираз для комплексного потенціалу за дії зосереджених сил, прикладених до границі прямолінійної тріщини [5].

Дослідимо напружено-деформівний стан пластинчастого елемента за дії зосереджених сил  $P$ , тобто, концентрацію напружень вздовж контуру отвору, яку можемо встановити згідно з формулою (6). Але оскільки вершини отвору характеризуються максимальним градієнтом напружень, то обмежимося встановленням концентрації напружень у його вершинах, тобто, при  $\zeta = \pm 1$  і  $\theta_1 = \pi/2$ , а зосереджені сили прикладені до контуру концентратора по осі  $Oy$  у протилежних напрямках. Тоді значення коефіцієнта концентрації напружень виразимо згідно з такою формулою:

$$k = \frac{1}{\pi A_0} \cdot \frac{(1-t)^2}{(1-t)^2 - m(1+t)} \times$$

$$\times \left\{ \frac{2m - (2-t)(1+t)^2}{(1-t)^3} + \frac{(1+t)(2(1+t)-m)}{(1-t)^2} - m \frac{2(t-1)+t^2(2+t)}{2(1+t)^4} \right\}, \quad (11)$$

$$\text{де: } A_0 = a \frac{1 - (\varepsilon - 1)^3}{2 - \varepsilon}, \quad t = \frac{r_0(1 - 2\varepsilon) + \varepsilon(2 - \varepsilon) - 2\sqrt{\frac{r_0}{a}\left(1 - \frac{r_0}{a}\right)}(1 - \varepsilon^2)}{(2 - \varepsilon)^2 - \frac{r_0}{a}(5 - 4\varepsilon)}; \quad r_0 - \text{радіус кри-}$$

вини вершини отвору.

На рис. 2 наведено графік зміни коефіцієнта концентрації напружень у вершині контуру отвору залежно від  $\varepsilon = b/a$  при фіксованих значеннях радіуса заокруглення вершини  $r_0/a$ .

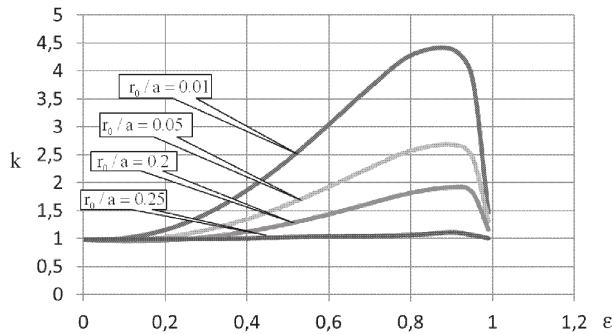


Рис. 2. Графіки зміни коефіцієнта концентрації напружень у вершинах отвору

Аналізуючи графічне подання зміни концентрації напружень у вершинах отвору (див. рис. 2), можна констатувати, що істотний вплив має радіус заокруглення вершини на величину концентрації напружень до величини 0,25, а вже з подальшим його збільшенням ( $r_0/a > 0,25$ ), вплив його практично відсутній.

Дослідимо гранично-рівноважений стан пластинчастого елемента, за наявності тріщиноподібного дефекту, тобто, криволінійного отвору з гострокінцевими вершинами ( $r_0/a=0$ ). Згідно з визначеними комплексними потенціалами, можемо знайти інтенсивність розподілу напружень в околі гострокінцевих вершин дефекту, які виражаються через коефіцієнти інтенсивності напружень [2]. Коефіцієнти інтенсивності напружень  $k_1$  і  $k_2$  визначаємо за формулою [2]

$$k_1 \sqrt{\frac{2}{r}} \cos \frac{\beta}{2} - k_2 \sqrt{\frac{2}{r}} \sin \frac{\beta}{2} + 0(1) = 4 \operatorname{Re} \frac{\phi'(1+\zeta)}{\omega'(1+\zeta)}. \quad (12)$$

Підставивши у формулу (12) вирази (3), (10) і співвідношення  $\zeta = \sqrt{\frac{1-\varepsilon}{1+\varepsilon}} \cdot \frac{r}{a} e^{i\beta}$ , та розвинувши праву частину цього виразу у ряд за степенями  $\zeta$ , і, пріврівнюючи коефіцієнти при однакових гармоніках, отримуємо шукані значення  $k_1$  і  $k_2$  (при  $\theta_1 = \frac{\pi}{2}$ ):

$$k_1 = \frac{P}{2\pi a \sqrt{2a}} \cdot \frac{(2-\varepsilon)^2}{1-(1-\varepsilon)^2} \sqrt{\frac{1-\varepsilon}{2-\varepsilon}} \cdot \left\{ \frac{\varepsilon^2}{2+(2-\varepsilon)(\varepsilon-1)} + \frac{(3-\varepsilon)(2-\varepsilon)-4(1-\varepsilon)^2}{(2-\varepsilon)^2} \right\}$$

$$k_2 = \frac{P\sqrt{2}}{\pi a \sqrt{a}} \cdot \frac{(2-\varepsilon)^2 \varepsilon^2}{\sqrt{1+\varepsilon}(1-(1-\varepsilon)^2)} \cdot \frac{\sqrt{1-\varepsilon}}{2+(2-\varepsilon)(\varepsilon-1)} \cdot \left\{ -2\varepsilon \cdot \frac{(1-\varepsilon)^2}{2+(2-\varepsilon)(\varepsilon-1)} \cdot \frac{\varepsilon^2-4(1-\varepsilon)}{(2-\varepsilon)^2} \right\}$$

На рис. 3 і 4 наведено графіки значень коефіцієнтів інтенсивності  $k_1$  і  $k_2$  залежно від зміни  $\varepsilon$ .

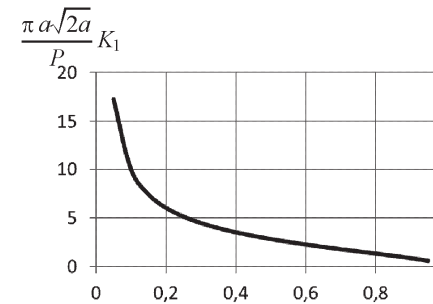


Рис. 3. Графік значень коефіцієнта інтенсивності напружень  $K_1$

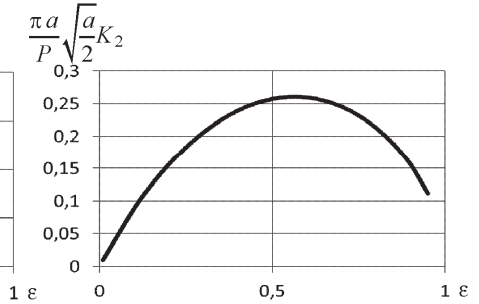


Рис. 4. Графік значень коефіцієнта інтенсивності напружень  $K_2$

**Висновки.** При зміні параметра  $\varepsilon$  і  $r_0/a$  можемо змінювати геометричну конфігурацію контуру криволінійного отвору, тобто, проводити розрахунки розподілу концентрації напружень у випадку заокруглених вершин отвору та інтенсивності напружень – при гострокінцевих вершинах для різноманітної системи отворів.

### Література

1. Саврук М.П. Двумерные задачи упругости для тел с трещинами / М.П. Саврук. – К. : Изд-во "Наук. думка", 1981. – 324 с.
2. Саврук М.П. Коэффициенты интенсивности напряжений в телах с трещинами / М.П. Саврук. – К. : Изд-во "Наук. думка", 1988. – 620 с.
3. Саврук М.П. Численный анализ в плоских задачах теории трещин / М.П. Саврук, П.Н. Осив, И.В. Прокопчук. – К. : Изд-во "Наук. думка", 1989. – 248 с.
4. Сташук Н.Г. Задачи механики упругих тел с трещиноподобными дефектами / Н.Г. Сташук. – К. : Изд-во "Наук. думка", 1993. – 359 с.
5. Божедарнік В.В. Пружина та гранична рівновага анізотропних пластинок з отворами і тріщинами / В.В. Божедарнік, О.В. Максимович. – Луцьк : Вид-во ЛДТУ, 2003. – 240 с.
6. Мусхелишвили Н.И. Некоторые основные задачи математической теории упругости / Н.И. Мусхелишвили. – М. : Изд-во "Наука", 1966. – 707 с.
7. Савин Г.Н. Распределение напряжений около отверстий / Г.Н. Савин. – К. : Изд-во "Наук. думка", 1968. – 887 с.
8. Панасюк В.В. Предельное равновесие хрупких тел с трещинами / В.В. Панасюк. – К. : Изд-во "Наук. думка", 1968. – 248 с.

Надіслано до редакції 23.02.2016 р.

*Думанский О.И., Бекас Б.А., Процык Ю.С. Упругое и предельно-равновесное состояние пластинчатого элемента конструкции с криволинейным отверстием при действии сосредоточенных сил*

Исследовано упруго-равновесное состояние пластинчатого элемента конструкции, ослабленного криволинейным отверстием, который находится под действием сосредоточенных силовых факторов. Для решения поставленной задачи использован аппарат аналитических функций и построена аналитическая функция, согласно которой осуществляется конформное отображение внешности криволинейного отверстия на внешность кругового. Такой подход в исследовании обусловил возможность получения замкнутого, аналитического решения задачи. Получены формулы комплексных потенциалов, по которым определено распределение концентрации напряжений в зависимости от геометрических характеристик криволинейного отверстия и интенсивности напряжений в зависимости от раскрытия трещины.

**Ключевые слова:** упругое состояние, предельно равновесное состояние, пластинчатый элемент конструкции, конформное отображение, распределение концентрации и интенсивности напряжений, равномерное давление, сосредоточенные силы.

**Dumanskyi O.I., Bekas B.O., Protsyk Yu.S. Elastic and Extremely Equilibrium Condition of Construction's Laminar Element with a Curved Hole under the Action of Concentrated Powers**

Elastic and extremely equilibrium condition of construction's laminar element, weakened by curved hole, which is located under the influence of concentrated power factors was analysed. To solve this problem, apparatus of analytical functions was applied and analytical function was built, according to which the conformal mapping of the curved hole exterior on the exterior of the circular hole. This approach led to the opportunity to get a closed, analytical solution of the problem. The research resulted in receiving formulas of complex potentials, which define the stress distribution depending on geometrical characteristics of curved hole and stress intensity depending on crack opening.

**Keywords:** elastic, extremely equilibrium condition, construction's laminar element, conformal mapping, stress distribution and stress intensity, uniform pressure, concentrated powers.

УДК 621.518

**АЛГОРИТМИ ТА ПАРАЛЕЛЬНІ СТРУКТУРИ СОРТУВАННЯ ДАНИХ МЕТОДОМ ВСТАВКИ**

*І.Г. Цмоць<sup>1</sup>, В.Я. Антонів<sup>2</sup>*

Сформовано вимоги і вибрано інтегрований підхід до розроблення НВІС-пристроїв сортування чисел, який охоплює розроблення паралельних алгоритмів сортування масивів чисел методом вставки та нових НВІС-структур пристроїв для їх реалізації. Удосконалено алгоритми сортування масивів чисел методом вставки, розроблено узгоджені потокові графи алгоритмів сортування масивів чисел методом вставки, особливістю яких є можливість змінювати інтенсивність сортування чисел вибором кількості каналів і розрядності надходження чисел. Синтезовано паралельні і паралельно-потоківі НВІС-структури сортування чисел методом вставки та визначено їх швидкодію.

**Ключові слова:** сортування чисел, метод вставки, НВІС-структури, потоковий граф, паралельні алгоритми.

**Постановка проблеми.** На сучасному етапі розвитку інформаційних технологій намітилась тенденція до нагромадження великого обсягу інформації в базах даних. Однією з основних операцій роботи з інформацією у таких базах даних є сортування, яке потребує приблизно 40 % від загального часу роботи з

базами даних. Основними шляхами підвищення швидкодії операції сортування є розпаралелювання процесу сортування як у просторі, так і часі та його апаратна реалізація з використанням сучасної елементної бази – надвеликих інтегральних схем (НВІС). Апаратна реалізація операції сортування потребує вдосконалення наявних методів, розроблення нових паралельних алгоритмів і структур сортування масивів даних, орієнтованих на НВІС-реалізацію. Для найповнішого використання переваг сучасної інтегральної технології під час розроблення таких алгоритмів і НВІС-структур потрібно, щоб вони відповідали таким вимогам:

- були добре структурованими з детермінованим переміщенням даних;
- реалізовувались на базі однотипних операцій з регулярними та локальними зв'язками;
- мали мінімізовану кількість виводів інтерфейсу;
- широко використовували конвеєризацію та просторовий паралелізм.

З огляду на це, особливої актуальності набуває проблема розроблення нових паралельних алгоритмів і структур, орієнтованих на НВІС-реалізацію.

**Аналіз публікацій.** За результатами аналізу літератури [1-11] з'ясовано, що для паралельної НВІС-реалізації найбільше підходять методи сортування чисел підрахунком, витісненням, злиттям і вставкою. У [5] показано, що одноріднішими та орієнтованими на апаратну реалізацію є алгоритми сортування чисел, які не потребують їх одночасного порівняння. До таких алгоритмів відносять алгоритми сортування чисел методом вставки, де процес попарного порівняння чисел об'єднаний з їх перестановкою. Особливістю алгоритмів сортування методом вставками є те, що в них визначають не "числа для місць", а "місця для чисел". Базовими операціями алгоритмів сортування методом вставки є попарне порівняння чисел та їх перестановка. Збільшення кількості одночасно виконуваних таких базових операцій зменшує час сортування масиву чисел. Зі сімейства цих алгоритмів для НВІС-реалізації найбільш підходить алгоритм прямих вставок, оскільки він є добре структурованим з детермінованим переміщенням даних. Для реалізації цього алгоритму, залежно від вимог конкретного застосування, можуть бути синтезовані різні НВІС-структури пристроїв сортування чисел, які відрізняються як організацією процесу сортування, так і за технічними параметрами [5].

З аналізу публікацій [1-11] впливає, що зменшення часу сортування масиву чисел вимагає розроблення нових алгоритмів сортування та методів просторово-часового перетворення їх у паралельні НВІС-структури.

**Формування мети дослідження.** Метою роботи є вдосконалення алгоритмів сортування масивів чисел методом вставки, розроблення їх узгоджених поточкових графів, синтез паралельних і паралельно-поточкових НВІС-структур сортування чисел методом вставки.

**Основна частина**

**Розроблення узгоджених поточкових графів алгоритмів сортування чисел методом вставки.** Розроблення високошвидкісних паралельних структур сортування масивів чисел методом вставки пропонуємо здійснювати з вико-

<sup>1</sup> проф. І.Г. Цмоць, д-р техн. наук – НУ "Львівська політехніка";

<sup>2</sup> аспір. В.Я. Антонів – НУ "Львівська політехніка"