Чоп В.Ю., Дякур Д.И., Паснак И.В., Придатко А.В. **Повышение эффективности функционирования пеносмесителя стационарно установленного насосного оборудования**

На основании анализа современного состояния вопроса выделена проблема дозирования пенообразующих веществ стационарно установленным оборудованием пожарных насосов. Показано, что существующие технические решения в пеносмесителе ПС-5 делают невозможным рациональное расходование пенообразователя в случае формирования 3 % раствора пенообразователя для генерирования воздушно-механической пены. Предложена конструкция сменного крана-дозатора для пеносмесителя ПС-5 и обоснованны его рациональные параметры. Путем разработки 3D модели созданы предпосылки для изготовления опытного образца ПО-5 со сменными кранами-дозаторами и проведения его экспериментальных испытаний.

Ключевые слова: пеносмеситель, раствор пенообразователя, воздушно-механическая пена, дозировка пенообразователя, рациональные параметры пеносмесителя.

Chop V.Yu., Dyakur D.I., Pasnak I.V., Prydatko O.V. **Improving the Efficiency of Functioning Foam Mixer of Permanently Installed Pumping Equipment**

Based on analysis of the current state of the issue we have allocated blowing agents dosing problem of permanently installed equipment of fire pumps. It is shown that the existing technical solutions in PS-5 foam mixer make a rational consumption of foaming agent impossible in the case of formation of a 3 % solution of a foaming agent for generating the mechanical foam. The design of removable metering foam mixer taps for PS-5 and its reasonably rational parameters is proposed. We have created the preconditions for the production of PS-5 prototype interchangeable injection valve and of its experimental tests by developing a 3D model.

Keywords: foam mixer, a foaming agent solution, air-mechanical foam frothier dosage, rational parameters of foam mixer.

УДК 674:621.928.93

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ТУРБУЛЕНТНОГО РУХУ ЗАПИЛЕНОГО ПОТОКУ ПОВІТРЯ У ЦИКЛОНІ

Ю.Р. Дадак[1], Л.О. Тисовський[2], А.В. Ляшеник[3]

Побудовано математичну модель турбулентного руху потоку запиленого повітря у циклоні, яка складається з усереднених рівнянь Нав'є-Стокса, усередненого рівняння нестискуваності та стандартної $k-\varepsilon$ моделі турбулентності, що ґрунтується на підході Рейнольдса. Отримані співвідношення замикають систему диференціальних рівнянь у частинних похідних і становлять повну систему рівнянь для дослідження турбулентного руху в'язкої нестисливої рідини (газу). Отримані результати можуть бути використаними під час проектування нових конструкцій циклонів з покращеними показниками ефективності та енергоощадності.

Ключові слова: циклон, ламінарний рух, турбулентний рух, рівняння Нав'є-Стокса, усереднення, $k-\varepsilon$ модель турбулентності.

Вступ. На сучасному етапі технічного розвитку суспільства дедалі жорсткіші вимоги ставлять до питань екологізації. Зокрема, важливого значення набуло питання очищення повітря внаслідок діяльності виробничих потужностей різних галузей промисловості, зокрема й деревообробної. Для сепарації запиленого повітря широкого використання набули циклони, проте, незважаючи на відносну простоту конструкції цих апаратів, аеродинамічні процеси, що відбуваються у них, є складними та потребують використання потужного математичного апарату для створення математичних моделей процесів сепарації. Враховуючи геометричні особливості будови циклонів та режими їх роботи, рух запиленого повітря всередині них може бути як ламінарним, так і турбулентним.

[1] доц. Ю.Р. Дадак, канд. техн. наук – НЛТУ України, м. Львів;
[2] доц. Л.О. Тисовський, канд. фіз.-мат. наук – НЛТУ України, м. Львів;
[3] доц. А.В. Ляшеник, канд. техн. наук – Коломийський політехнічний коледж

Математична модель ламінарних аеродинамічних процесів, що існують у циклонах, наведено в роботі [1], проте зі збільшенням швидкості набігаючого потоку повітря в деяких областях всередині сепараторів, що характеризуються зміною геометричних розмірів, з'являються вихори, тобто після нетривалого перехідного періоду пилогазовий потік стає турбулентним або хаотичним.

Існують два підходи до дослідження турбулентних явищ: статистичний і метод усереднення. Статистичний напрямок перспективний у загальному плані для теорії турбулентності, але на сьогодні не привів до результатів, які можна було б використати в інженерній практиці. Упродовж останнього десятиліття значного розвитку набули різні напівемпіричні моделі феноменологічного типу, зв'язані з тим чи іншим способом замикання усереднених за Рейнольдсом рівнянь руху Нав'є-Стокса. Огляд теорій турбулентності розглянуто в роботах [2, 3].

Ламінарний рух. Припустимо, що пилоповітряний потік всередині циклона є гомогенним середовищем, поведінку якого можна описати моделлю в'язкого нестискуваного газу (рідини). За невеликих швидкостей потоку, тобто, коли число Рейнольдса *Re* буде меншим за деяке критичне значення $Re(Re < Re_{кр})$, рух середовища буде ламінарним. Зазначимо, що числове значення $Re_{кр}$ можна визначити лише експериментальним шляхом і на цю величину впливає багато різних факторів, зокрема, відхилення форми від циліндричної та чистота оброблення поверхні стінок.

Повна система рівнянь ізотермічного руху в'язкої нестискуваної рідини (газу) [4] складається з рівнянь Нав'є-Стокса і рівняння нестискуваності, які у векторному вигляді мають вигляд

$$\begin{cases} \dfrac{dV}{dt} = F - \dfrac{1}{\rho} gradp + \dfrac{\mu}{\rho}\Delta V \\ divV = 0 \end{cases}. \tag{1}$$

У проекціях на осі декартової системи координат (*x*, *y*, *z*) ці рівняння можна представити таким чином:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial u}{\partial t} + u\dfrac{\partial u}{\partial x} + \upsilon\dfrac{\partial u}{\partial y} + w\dfrac{\partial u}{\partial z} = F_x - \dfrac{1}{\rho}\dfrac{\partial p}{\partial x} + \nu\left(\dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \dfrac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \dfrac{\partial^2 u}{\partial z^2}\right) \\ \dfrac{\partial \upsilon}{\partial t} + u\dfrac{\partial \upsilon}{\partial x} + \upsilon\dfrac{\partial \upsilon}{\partial y} + w\dfrac{\partial \upsilon}{\partial z} = F_y - \dfrac{1}{\rho}\dfrac{\partial p}{\partial y} + \nu\left(\dfrac{\partial^2 \upsilon}{\partial x^2} + \dfrac{\partial^2 \upsilon}{\partial y^2} + \dfrac{\partial^2 \upsilon}{\partial z^2}\right) \\ \dfrac{\partial w}{\partial t} + u\dfrac{\partial w}{\partial x} + \upsilon\dfrac{\partial w}{\partial y} + w\dfrac{\partial w}{\partial z} = F_x - \dfrac{1}{\rho}\dfrac{\partial p}{\partial z} + \nu\left(\dfrac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \dfrac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \dfrac{\partial^2 w}{\partial z^2}\right) \\ \dfrac{\partial u}{\partial x} + \dfrac{\partial \upsilon}{\partial y} + \dfrac{\partial w}{\partial z} = 0 \end{cases}, \tag{2}$$

де: $V(u,\upsilon,w)$ – вектор швидкості точки суцільного середовища з координатами x, y, z в момент часу t (змінні Ейлера); $u = u(x,u,z,t)$, $\upsilon = \upsilon(x,y,z,t)$, $w = w(x,y,z,t)$ – проекції вектора швидкості на осі нерухомої декартової системи координат;

$$\frac{du}{dt} = \frac{\partial u}{\partial t} + u\frac{\partial u}{\partial x} + \upsilon\frac{\partial u}{\partial y} + w\frac{\partial u}{\partial z}$$
$$\frac{d\upsilon}{dt} = \frac{\partial \upsilon}{\partial t} + u\frac{\partial \upsilon}{\partial x} + \upsilon\frac{\partial \upsilon}{\partial y} + w\frac{\partial \upsilon}{\partial z}$$
$$\frac{dw}{dt} = \frac{\partial w}{\partial t} + u\frac{\partial w}{\partial x} + \upsilon\frac{\partial w}{\partial y} + w\frac{\partial w}{\partial z}$$

– проекції вектора прискорення на осі нерухомої декартової системи координат; $F = (F_X, F_Y, F_Z)$ – вектор густини об'ємної сили (сили ваги, інерційні, відцентрові, чи коріолісові сили), які є заданими функціями координат швидкості і часу; $divV = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial \upsilon}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z}$ – дивергенція вектора швидкості V; $gradp = \left(\frac{\partial p}{\partial x}; \frac{\partial p}{\partial y}; \frac{\partial p}{\partial z}\right)$ – градієнт скалярної функції тиску $p(x, y, z)$; μ – динамічний коефіцієнт в'язкості, який в ізометричних процесах є постійною величиною; $\nu = \frac{\mu}{\rho}$ – кінематичний коефіцієнт в'язкості.

Таким чином, сукупність рівнянь (2) становить замкнену систему чотирьох рівнянь у частинних похідних для визначення чотирьох невідомих функцій u, υ, w, p.

Для отримання розв'язку в конкретній області при інтегруванні системи диференціальних рівнянь потрібно задати початкові та граничні умови. У разі в'язкої рідини має виконуватись умова "прилипання" частинки до твердої стінки, тобто мають дорівнювати нулю як нормальні, так і дотичні до границі компоненти відносної швидкості потоку. Крім того, експериментальним шляхом потрібно встановити розподіл швидкості запиленого потоку повітря на момент входу в циклон. Приклад задання початкових і граничних умов для циклона ЦН-15 наведено у роботі [5].

Турбулентний рух

Основні поняття. Якщо число Рейнольдса $Re > Re_{kp}$ то рух нестискуваної в'язкої рідини (газу) стає турбулентним. Турбулентний рух характеризується тим, що поле дійсних швидкостей частинок газу, який розглядають як суцільне середовище – континуум, має нерегулярний пульсівний характер і є неусталеним та нагадує хаотичне поле швидкостей окремих молекул, з яких складається середовище (броунівський рух). У цьому випадку представити дійсний рух частинок газу функцією простору і часу практично неможливо. Для опису руху в'язкої нестискуваної рідини (газу) успішно використовують макроскопічний підхід, який дає змогу у багатьох випадках турбулентні рухи газів розглядати в середньому. Під час дослідження руху в'язких нестискуваних рідин (газів), як правило, вводять середні значення компонент швидкостей u, υ, w і тиску p та

інших похідних характеристик. Для визначення цих середніх характеристик руху можна ставити і розв'язувати математичні задачі. У теорії турбулентності, на противагу іншим розділам гідроаеромеханіки, нема і, мабуть, не може бути єдиного підходу до дослідження всіх задач. Для конкретних класів явищ розроблено різні моделі турбулентності. Як зазначено вище, спроби створення чисто статистичних теорій турбулентних рухів не дали якихось істотних практичних результатів.

Суть і властивості методів усереднення. Таким чином, основним припущенням у теорії турбулентного руху запиленого потоку повітря в циклоні є те, що існують рівняння руху Нав'є-Стокса, а потім проводять усереднення цих рівнянь. Практика побудови моделей для визначення турбулентних рухів показує, що способи введення середніх характеристик руху є неістотними для складання повної системи рівнянь теорії турбулентності, але вони є визначальними у розробленні методів експериментальних вимірювань різних середніх величин, що є потрібними для порівняння результатів запропонованої теорії турбулентності з експериментальними даними.

Найчастіше на практиці використовують усереднення за часом, суть якого полягає в такому.

Нехай $\varphi(x, y, z, t)$ деяка дійсна характеристика турбулентного руху, тоді

$$\bar{\varphi}(x, y, z, t) = \frac{1}{T}\int_{t-\frac{T}{2}}^{t+\frac{T}{2}} \varphi(x, y, z, \tau)d\tau \qquad (3)$$

називають середнім значенням функції φ, за проміжок часу T, який називають періодом усереднення. Зазначимо при цьому, що проміжок часу T повинен бути достатньо великим відносно часу окремих пульсацій і малим відносно часу значної зміни середніх характеристик. Якщо внаслідок усереднення (3), проведеного в даній точці в різні моменти часу t отримаємо одні і ті ж самі значення $\bar{\varphi}$, то такий усереднений рух називають стаціонарним, а сам турбулентний рух – квазістаціонарним. В окремих випадках усереднений рух може бути і нестаціонарним.

Усереднені рівняння турбулентного руху запиленого повітря в циклоні. Усереднивши рівняння (1), отримаємо диференціальні рівняння турбулентного руху запиленого повітря у циклоні. Виходячи з того, що дійсний рух пилоповітряної суміші у сепараторі можна описати рівняннями Нав'є-Стокса і рівнянням нестискуваності газу (1). У разі відсутності об'ємних сил ці рівняння набувають вигляду:

$$\begin{aligned} &\rho\frac{dV}{dt} = Div(P - \rho VV); \\ &divV = 0, \end{aligned} \qquad (4)$$

де тензор напружень P зв'язаний з тензором швидкості деформацій $\dot{S}$ узагальненим законом Гука

$$P = 2\mu\dot{S} - pE,$$

а тензор-діада ρVV характеризує перенос кількості руху ρV потоком із швидкістю V;

$$S' = \begin{pmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} & \frac{1}{2}(\frac{\partial \upsilon}{\partial x}+\frac{\partial u}{\partial y}) & \frac{1}{2}(\frac{\partial w}{\partial x}+\frac{\partial u}{\partial z}) \\ \frac{1}{2}(\frac{\partial u}{\partial y}+\frac{\partial \upsilon}{\partial x}) & \frac{\partial \upsilon}{\partial y} & \frac{1}{2}(\frac{\partial w}{\partial y}+\frac{\partial \upsilon}{\partial z}) \\ \frac{1}{2}(\frac{\partial u}{\partial z}+\frac{\partial w}{\partial x}) & \frac{1}{2}(\frac{\partial \upsilon}{\partial z}+\frac{\partial w}{\partial y}) & \frac{\partial w}{\partial z} \end{pmatrix},$$

$$E = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \text{ – одиничний тензор.}$$

Згідно зі загальним підходом, запропонованим Рейнольдсом, представимо всі величини, що входять у рівняння (4) у вигляді суми середніх значень і пульсацій, які відповідно позначимо:

$$V(u,\upsilon,w) = \overline{V}(\overline{u},\overline{\upsilon},\overline{w}) + V'(u',\upsilon',w'),\ p = \overline{p} + p',\ P = \overline{P} + P',$$

$$\overline{P} = 2\mu\dot{\overline{S}} - \overline{p}E,\ P' = 2\mu\dot{S}' - p'E,\ \dot{S} = \dot{\overline{S}} + \dot{S}', \tag{5}$$

$$VV = \overline{V}\overline{V} + V'\overline{V} + \overline{V}V' + V'V'.$$

Врахувавши представлення (5) і провівши усереднення рівнянь, отримаємо такі основні рівняння Рейнольдса:

$$\rho\frac{d\overline{V}}{dt} = Div(\overline{P} - \rho\overline{V}\overline{V} - \rho\overline{V'V'}), \tag{6}$$

$$div\overline{V} = 0$$

або врахувавши, що для тензора

$$\hat{T} = \begin{pmatrix} T_{xx} & T_{xy} & T_{xz} \\ T_{yx} & T_{yy} & T_{yz} \\ T_{zx} & T_{zy} & T_{zz} \end{pmatrix}$$

дивергенція $Div\hat{T}$ визначається співвідношенням:

$$(Div\hat{T})_x = \frac{\partial T_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial T_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial T_{zx}}{\partial z},\ (Div\hat{T})_y = \frac{\partial T_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial T_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial T_{zy}}{\partial z},$$

$$(Div\hat{T})_z = \frac{\partial T_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial T_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial T_{zz}}{\partial z},$$

Систему рівнянь (6) у проекціях на осі декартової системи координат x, y, z представимо таким чином:

$$\rho\left(\frac{\partial\overline{u}}{\partial t} + \overline{u}\frac{\partial\overline{u}}{\partial x} + \upsilon\frac{\partial\overline{u}}{\partial y} + \frac{\partial\overline{w}}{\partial z}\right) = -\frac{\partial\overline{p}}{\partial x} + \mu\left(\frac{\partial^2\overline{u}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\overline{u}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\overline{u}}{\partial z^2}\right) - \rho\left(\frac{\partial\overline{u'}^2}{\partial x} + \frac{\partial\overline{u'\upsilon'}}{\partial y} + \frac{\partial\overline{u'w'}}{\partial z}\right),$$

$$\rho\left(\frac{\partial\overline{\upsilon}}{\partial t} + \overline{u}\frac{\partial\overline{\upsilon}}{\partial x} + \overline{\upsilon}\frac{\partial\upsilon}{\partial y} + \overline{w}\frac{\partial\overline{w}}{\partial z}\right) = -\frac{\partial\overline{p}}{\partial y} + \mu\left(\frac{\partial^2\overline{\upsilon}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\overline{\upsilon}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\overline{\upsilon}}{\partial z^2}\right) - \rho\left(\frac{\partial\overline{u'\upsilon'}}{\partial x} + \frac{\partial\overline{\upsilon'^2}}{\partial y} + \frac{\partial\overline{\upsilon'w'}}{\partial z}\right), \tag{6'}$$

$$\rho\left(\frac{\partial\overline{w}}{\partial t} + \overline{u}\frac{\partial\overline{w}}{\partial x} + \overline{\upsilon}\frac{\partial\overline{w}}{\partial y} + \overline{w}\frac{\partial\overline{w}}{\partial z}\right) = -\frac{\partial\overline{p}}{\partial z} + \mu\left(\frac{\partial^2\overline{w}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\overline{w}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\overline{w}}{\partial z^2}\right) - \rho\left(\frac{\partial\overline{u'w'}}{\partial x} + \frac{\partial\overline{\upsilon'w'}}{\partial y} + \frac{\partial\overline{w'^2}}{\partial z}\right).$$

Порівнявши рівняння турбулентного руху (6) або (6') з рівняннями ламінарного руху (4) або (2) робимо висновок, що вони відрізняються додатковим членом – симетричним тензором другого рангу

$$\Pi = -\rho\overline{V'V'} = \begin{pmatrix} \pi_{xx} & \pi_{xy} & \pi_{xz} \\ \pi_{yx} & \pi_{yy} & \pi_{yz} \\ \pi_{zx} & \pi_{zy} & \pi_{zz} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\overline{\rho_{u'^2}} & -\overline{\rho_{u'\upsilon'}} & -\overline{\rho_{u'w'}} \\ -\overline{\rho_{u'\upsilon'}} & -\overline{\rho_{\upsilon'^2}} & -\overline{\rho_{\upsilon'w'}} \\ -\overline{\rho_{u'w'}} & -\overline{\rho_{\upsilon'w'}} & -\overline{\rho_{w'^2}} \end{pmatrix},$$

який називають тензором турбулентних напружень Рейнольдса і зумовлений усередненою величиною переносу пульсаційної кількості руху $\rho V'$ пульсаційними швидкостями V'.

Система рівнянь (6) є незамкненою, оскільки містить шість "зайвих" невідомих компонент тензора турбулентних напружень. Отже, для вивчення усереднених турбулентних рухів самих рівнянь гідромеханіки недостатньо. Тому повне теоретичне дослідження турбулентного руху запиленого повітря у циклоні можливе лише із застосуванням деяких додаткових законів чи гіпотез, істинність яких можна встановити лише експериментальним шляхом.

Суть багатьох робіт з дослідження турбулентних рухів зводиться до встановлення різних простих і природних припущень про залежність турбулентних напружень від середніх швидкостей і їх градієнтів. Зокрема, Бусінеск визначає напруження Рейнольдса як добуток в'язкості вихору на складники тензора усереднених швидкостей деформації

$$-\overline{u_i'u_j'} = \nu_t\left(\frac{\partial\overline{u}_j}{\partial x_i} + \frac{\partial\overline{u}_i}{\partial x_j}\right) - \frac{2}{3}\delta_{ij}k, \tag{7}$$

де: $x_1 = x$, $x_2 = y$, $x_3 = z$, $\overline{u_1} = \overline{u}$, $\overline{u_2} = \overline{\upsilon}$, $\overline{u_3} = \overline{w}$; ν_t – в'язкість вихору; δ_{ij} – компоненти одиничного тензора; $k = \frac{\overline{u'^2}}{2} + \frac{\overline{\upsilon'^2}}{2} + \frac{\overline{w'^2}}{2}$ – кінетична енергія турбулентних пульсацій.

Само по собі рівняння (7) не є моделлю турбулентності, а тільки характеризує структуру моделі. При цьому основною задачею є встановлення вигляду функції ν_t. В'язкість вихору визначається станом турбулентності і не залежить від властивостей пилоповітряного потоку. Цей коефіцієнт може значно змінюватися залежно від типу потоку і його положення у просторі.

Концепція турбулентної в'язкості припускає, що перенос кількості турбулентного руху відбувається аналогічно переносу завдяки молекулярному руху. Незважаючи на значну критику, ця гіпотеза завдяки своїй простоті набуває широкого застосування в інженерній практиці.

Найбільш поширеними моделями турбулентності на практиці є $k-\varepsilon$ моделі, що використовують поняття кінетичної енергії турбулентних пульсацій і швидкості дисипації енергії турбулентних пульсацій. Рівняння стандартної $k-\varepsilon$ моделі мають вигляд:

$$\frac{\partial k}{\partial t}+\overline{u}_j\frac{\partial k}{\partial x_j}=\frac{\partial}{\partial x_j}\left[\left(\nu+\frac{\nu_t}{\sigma_k}\right)\frac{\partial k}{\partial x_j}\right]+\tau_{ij}\overline{\frac{\partial u_i}{\partial x_j}}-\varepsilon,$$

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t}+u_j\frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j}=\frac{\partial}{\partial x_j}\left[\left(\nu+\frac{\nu_t}{\sigma_\varepsilon}\right)\frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j}\right]+\varepsilon_{\varepsilon_1}\frac{\varepsilon}{k}\tau_{ij}\frac{\partial u_i}{\partial x_j}-\varepsilon_{\varepsilon_2}\frac{\varepsilon^2}{k}, \tag{8}$$

$$\nu_t=c\mu\frac{k^2}{\varepsilon};\ c_\mu=0,09;\ \varepsilon_{\varepsilon_1}=1,44;\ \varepsilon_{\varepsilon_2}=1,92,\quad \varepsilon=\nu\overline{\frac{\partial u_i'}{\partial x_k}\frac{\partial u_j'}{\partial x_k}}.$$

Зазначимо, що в рівняннях (8) індекси, що повторюються, означають сумування від 1 до 3.

Таким чином, співвідношення (8) замикають систему диференціальних рівнянь у частинних похідних (6') і разом з нею складають повну систему рівнянь для дослідження турбулентного руху в'язкої нестисливої рідини (газу).

Висновки. Розроблено повну математичну модель турбулентного руху запиленого повітря у циклоні шляхом усереднення рівнянь Нав'є-Стокса і нерозривності руху та приєднання до них $k-\varepsilon$ моделі турбулентності. На основі створеної моделі надалі плануємо дослідити вплив турбулентності на експлуатаційні характеристики циклонів, що використовують у деревообробній промисловості.

Література

1. Лютий Є.М. Циклони в деревообробній промисловості: монографія/ Лютий Є.М., Тисовський Л.О., Дадак Ю.Р., Ляшеник А.В. – Львів: Редакція журналу "Український пасічник", 2009. – 148 с.
2. Хинце Н.О. Турбулентность. Ее механизм и теория/ Хинце Н.О. – М. : Физматгиз, 1963-680 с.
3. Белов И.А. Моделирование турбулентных течений: учебное пособие/ И.А. Белов, С.А. Исаев. – Балт. гос.техн. ун-т., СПб., 2001-108 с.
4. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа/ Л.Г. Лойцянский – М.: Наука, 1978. – 736 с.
5. Дорундяк Л.М. Математична постановка і числовий аналіз задачі про рух повітряного потоку в циклоні/ Л.М. Дорундяк, Є.М. Лютий, Л.О Тисовський, А.В. Ляшеник// Вісник НТУ "ХПІ". – Харків, 2013, № 5 (979). – С. 67-75.

Надійшло до редакції 17.12.2016 р.

Дадак Ю.Р., Тисовський Л.О., Ляшенык А.В. **Математическая модель турбулентного движения запыленного потока воздуха в циклоне**

Построена математическая модель турбулентного движения потока запыленного воздуха в циклоне, которая состоит из усредненных уравнений Навье-Стокса, усредненного уравнения несжимаемости и стандартной модели турбулентности, основанной на подходе Рейнольдса. Полученные соотношения замыкают систему дифференциальных уравнений в частных производных и составляют полную систему уравнений для

исследования турбулентного движения вязкой несжимаемой жидкости (газа). Полученные результаты могут быть использованы при проектировании новых конструкций циклонов с улучшенными показателями эффективности и энергосбережения.

Ключевые слова: циклон, ламинарное движение, турбулентное движение, уравнения Навье-Стокса, усреднения, $k-\varepsilon$ модель турбулентности.

Dadak Yu.R., Tysovskyi L.O., Lyashenyk A.V. **Mathematical Model of Turbulent Movement of the Dusted Air Flow in a Cyclone Dust Collector**

The paper suggests a mathematical model of turbulent movement of the dusted air flow in a cyclone dust collector, which comprises the averaged Navier-Stokes equations, the averaged incompressibility equation and the standard $k-\varepsilon$ turbulence model based on the Reynolds' approach. The resulting ratio closes the system of differential equations in partial derivatives and makes up a complete system of equations to research the turbulent motion of the incompressible viscous fluid (gas). Results can be used for making new cyclone designs with better performance and energy saving parameters.

Keywords: cyclone dust collector, laminar movement, turbulent movement, the Navier-Stokes equations, averaged, $k-\varepsilon$ turbulence model.