

УДК 593.3 (075.8)

Article info

Received 16.03.2017 р.

РЕОЛОГІЧНА МОДЕЛЬ ОБМЕЖЕНОЇ ПОВЗУЧОСТІ ДЕРЕВИНИ

Наведено результати дослідження реологічної поведінки деревини з урахуванням структурної анізотропії в умовах обмеженої повзучості. Отримано реологічну модель високоеластичної деформації з напруженнями. Побудовано алгоритми визначення характеристик реологічної поведінки деревини сосни та ялини на основі апроксимації експериментальних даних. Встановлено функції повзучості та отримано залежності часу релаксації деревини. Визначено співвідношення між миттєвим і тривалим модулями пружності для деревини сосни та ялини у тангентальному напрямі деформування. Досліджено закономірності деформування повзучості деревини. Для апроксимації експериментальних кривих повзучості використано метод інтерполяції функції у вигляді суми експонент. Для встановлення аналітичної форми ядра повзучості, потрібного для розрахунку деформаційно-релаксаційних властивостей деревини, використано експериментальні дані деформацій повзучості матеріалу. Отже, вибір ядра повзучості зумовлений особливостями реологічної поведінки деревини. Наведено порівняння теоретичних досліджень з апроксимованими експериментальними кривими високоеластичної деформації деревини сосни та ялини у випадку визначення реологічних характеристик матеріалу в умовах пружної післядії.

Ключові слова: деформація; повзучість; реологічні властивості; деревина.

Вступ. Реологічні властивості деревини та особливості деформування залежно від різних умов температурно-вологісних та механічного навантаження використовують для вдосконалення наявних та розроблення нових технологій гідротермічного та механічного оброблення і мають включати опис всіх можливих видів деформацій, які виникають при зміні різноманітних факторів, таких як навантаження, вологість і температура. Вирішення цієї задачі ускладнюється тим, що деревина належить до класу фізично нелінійних, природних гетерогенних полімерів, характеризується високою гідрофільністю і значною мінливістю фізико-механічних характеристик. Складність будови деревини, характер деформаційних перетворень, які відбуваються у ній, особливо при одночасній або послідовній зміні кількох факторів, труднощі експериментальної перевірки моделей – все це коло проблем, властиве процесу дослідження деформування деревини. Тому дослідження та прогнозування реологічної поведінки деревини залежно від зміни температури і вологості для напрямів анізотропії, визначення характеристик функцій повзучості або релаксації за експериментальними даними є важливою та актуальною задачею.

Аналіз останніх досліджень. Під час використання реологічних моделей для досліджень деформування деревини їх, як правило, спрощують, і параметри моделі вибирають, виходячи з конкретних умов деформування. Кожна запропонована модель має доволі обмежене практичне застосування, зумовлене мінливістю механічних характеристик матеріалу та складною структурою деревини як природного полімеру. Ідеалізована структура деревини в роботах зображується як волокнистий скелет, що характеризується пружними і в'язкопружними властивостями з аморфним заповнювачем, залежними від гідротермічного стану деревини (Sokolovskyy & Storoshuk, 2014). Миттєва деформація відбувається за рахунок деформацій целюлозного скелету. Еластична деформація розвивається у часі і пов'язана із в'язким опором аморфного наповнювача переміщенню целюлозного скелету. Залишкові або пластичні дефор-

мації є незворотними деформаціями, які пов'язані з місцевим руйнуванням скелету. Ці місцеві руйнування, об'єднуючись, створюють зону пластичної деформації, в якій спостерігається загальне руйнування. Співвідношення між усіма видами деформацій істотно залежить від вологості (Bodic & Jayne, 1982; Ugolev, 2002; Beljankin & Yacenko, 1957). Деревина є анізотропним матеріалом, тому пружні та в'язкопружні властивості змінюються по-різному, залежно від структурного напрямку. Особливості анізотропії пружних властивостей наведено у працях (Bodic & Jayne, 1982; Ugolev, 2002; Ashkenazi, 1978). Важливими є дослідження впливу температурно-вологісних полів деревини різних порід на пружні характеристики у напрямках анізотропії, проведені на основі використання акустичних методів (Sokolovskyy & Storoshuk, 2014). Істотний вплив температури і вологості нелінійно спостерігається від сухого стану до точки насичення. У працях (Bodic & Jayne, 1982; Ugolev, 2002; Sokolovskyy & Andrashek, 1999; Beljankin & Yacenko, 1957) наведено методику реологічних досліджень деревини як в'язкопружного тіла з урахуванням механізму переродження деформацій. За результатами експериментального дослідження показано, що жодна з найпростіших реологічних моделей не підходить для коректного опису розвитку загальних деформацій. Однак, з урахуванням умови лінійності, пропонують використовувати різні комбінації реологічних моделей (Savin, 1970). Для опису загальних деформацій використано експоненціальні функції для апроксимації реологічних залежностей (Sokolovskyy & Andrashek, 1999; Sokolovskyy & Poberejko, 1997). Крім пружних і еластичних деформацій, практично всі моделі містять і механіко-сорбційну компоненту. Вважають, що механіко-сорбційні деформації виникають при циклічних змінах вологості навантаженої деревини. Складність адекватного математичного опису цього феномену полягає в тому, що згідно з (Bodic & Jayne, 1982; Niemi & Caduff, 2008), у випадку змінної вологості швидкість деформацій повзучості навантаженої деревини значно збільшується і загальні деформації не є результатом просто-

Цитування за ДСТУ: Криштапович В. І. Реологічна модель обмеженої повзучості деревини / В. І. Криштапович, Я. І. Соколовський // Науковий вісник НЛТУ України. – 2017. – Вип. 27(3). – С. 182–186

Citation APA: Kryshchypovych, V. I., & Sokolovskyy, Ya. I. (2017). The Rheological Model of Limited Creep of Wood. *Scientific Bulletin of UNFU*, 27(3), 182–186. Retrieved from: <http://nv.nltu.edu.ua/index.php/journal/article/view/378>

го складання вологісних деформацій і деформацій повзучості.

Мета дослідження та постановка задачі. Метою роботи є дослідження закономірностей реологічної поведінки деревини в умовах обмеженості повзучості та встановлення залежностей для прогнозування високоеластичних деформацій.

Вклад матеріалу дослідження. Реологічна модель деревини в умовах обмеженої повзучості. У разі короткочасних навантажень, що не перевищують певних значень, деревина, з одного боку, характеризується пружними властивостями, зокрема модулями пружності, коефіцієнтами поперечної деформації і модулями зсуву. Однак подальші дослідження показали, що в деревині під дією постійного навантаження, окрім власне пружної деформації, що з'являється миттєво після навантаження, розвиваються ще й еластичні та залишкові деформації. Еластичні та пружні деформації складають обернену частину загальних деформацій, які зникають після зняття навантаження. Залишкові деформації залишаються у деревині і після зняття довготривалого навантаження навіть для сталих значень температури і вологості середовища (Vinton'iv, Sopushins'kiy & Tayshin'ger, 2007). Математичні моделі, які описують єдиною формулою весь процес деформування деревини, починаючи від найменших і закінчуючи найбільшими періодами часу деформування, представляються лінійними інтегральними співвідношеннями між напруженнями і деформаціями (Savin, 1970; Malmajster, Tamusch, Temers, 1980). Фізичний зміст інтегральних рівнянь полягає у введенні функції впливу попередніх навантажень на деформації в даний момент часу (спадкової функції), специфічної для кожного матеріалу.

На теперішній час використовуються різні реологічні моделі для математичного опису в'язкопружної поведінки деревини (Bodic & Jayne, 1982; Ugolev, 2002; Malmajster, Tamusch, Temers, 1980). Зокрема, в області фізично лінійного деформування використовують модель лінійної в'язкопружності у вигляді рівнянь Больцмана-Вольтери (Savin, 1970)

$$\varepsilon(t) = \frac{\sigma(t)}{E} + \int_0^t K(t, \tau) \frac{\sigma(\tau)}{E} d\tau; \sigma(t) = E\varepsilon(t) - \int_0^t R(t, \tau) E\varepsilon(\tau) d\tau, \quad (1)$$

де: $\varepsilon(t)$ – деформація, $\sigma(t)$ – напруження; $K(t, \tau)$, $R(t, \tau)$ – відповідно ядра повзучості та релаксації, які залежать від температури і релаксації; t – час.

Для математичного моделювання деформування деревини у разі відсутності пропорційності між напруженнями і деформаціями приймали лінійне співвідношення між напруженнями і деформаціями

$$\tau_P \frac{d\sigma}{d\tau} + \sigma = \tau_P E_M \frac{d\varepsilon}{d\tau} + E_T \varepsilon, \quad (2)$$

де: E_M – модуль миттєвої пружності; E_B – модуль високоеластичної деформації; $E_T = \frac{E_M E_B}{E_M + E_B}$ – модуль тривалої пружності; τ_P – тривалість процесу релаксації; $\tau_P = \eta / (E_B + E_M)$, η – коефіцієнт в'язкості.

Для описання та уточнення експериментально отриманих кривих повзучості у випадку одновісного навантаження час релаксації може описуватися залежністю

$$\tau_P = \tau_0 \left(1 - \sum_{i=1}^N \alpha_i \exp(-\beta_i \tau) \right), \quad (3)$$

де параметри τ_0 , $\{\alpha_i, \beta_i, i = \overline{1, N}\}$ визначають за допомогою апроксимації експериментальних даних кривих повзучості.

Однак, для одновісного навантаження, згідно з (Zakhariyev, Khadisikov & Marinov, 1973), фізичний зв'язок між напруженнями і деформаціями можна отримати на основі узагальненої реологічної моделі Максвела-Гуревича (Rabinovich, 1970). Тоді можна записати

$$E_M \frac{d\varepsilon}{d\tau} = \frac{d\sigma}{d\tau} + E_M \frac{\sigma - E_B \varepsilon_B}{\eta_0} \exp\left(\frac{\sigma}{3} \gamma + m^{-1}(\sigma - E_B \varepsilon_B)\right), \quad (4)$$

де: η_0 – коефіцієнт початкової в'язкості; ε_B – високоеластична деформація; γ – об'ємний коефіцієнт.

Порівнюючи реологічні моделі (2) і (4), можна подати коефіцієнт в'язкості у рівнянні (2) у такому вигляді:

$$\eta = \eta_0 \exp\left(m^{-1}\left(E_B \varepsilon_B - \sigma - \frac{\sigma}{3} \gamma\right)\right) = \eta_0 \exp\left(m^{-1}(E_B \varepsilon_B - \sigma l)\right), \quad (5)$$

де $l = 1 + \gamma/3$.

Невідомі сталі, які входять у рівняння (3), для випадку $N = 1$ можна отримати таким чином. З початкових умов $\tau = 0$, $\varepsilon_B = 0$ визначаємо

$$\tau_0 = \eta_0 \exp(-\gamma\sigma/3m), \quad \alpha_1 = 1 - \exp(-\sigma/m). \quad (6)$$

Для знаходження β_1 скористаємось залежністю для визначення ε_B . Деформація ε_B , згідно з (Savin, 1970), описується звичайним диференціальним рівнянням

$$\sigma - E_B \varepsilon_B = \eta \frac{d\varepsilon_B}{d\tau}. \quad (7)$$

Враховуючи початкові умови щодо відсутності високоеластичної деформації ε_B на початку процесу деформування ($\tau = 0$), з рівняння (7) знаходимо

$$\varepsilon_B = \frac{\sigma}{E_B (\exp(\beta_1 \tau) - \alpha_1)^K} (\exp(\beta_1 \tau) - \alpha_1 - (1 - \alpha_1)^K), \quad (8)$$

де $K = E_B / \tau_0$.

Продиференціюємо вираз (8), отримаємо

$$\frac{d\varepsilon_B}{d\tau} = \frac{\sigma K}{E_B \exp(K\tau) (1 - \alpha_1 \exp(-\beta_1 \tau))^{K_1 + \alpha}}, \quad (9)$$

де $K_1 = K / \beta_1$.

Для подальшого визначення β_1 прирівняємо отриманий вираз для $\frac{d\varepsilon_B}{d\tau}$ з значенням похідної високоеластичної деформації, яка входить у модель (9). Враховуючи (6), отримаємо

$$\beta_1 = \frac{\sigma E_B}{m \eta_0} \exp\left(\frac{\gamma\sigma}{3m}\right) / (1 - \exp(-\sigma/m)). \quad (10)$$

Для визначення коефіцієнта в'язкості з врахуванням (6) і (10), отримаємо

$$\eta = \eta_0 \exp\left(-\frac{\gamma\sigma}{3m}\right) \left(1 - A^* \exp\left(-\frac{\sigma E_B}{m \eta_0 A^*} \exp\left(-\frac{\gamma\sigma}{3m}\right)\right)\right) \tau, \quad (11)$$

де $A^* = 1 - \exp(-\sigma/m)$.

Тепер зможемо записати вираз для знаходження ε_B . Отримаємо

$$\varepsilon_B = \frac{\sigma}{E_B} \frac{\exp(-A^*)}{\left(\exp\left(\frac{\sigma E_B}{A^* m \gamma_0} \exp\left(\frac{\gamma \sigma}{3m} \right) \tau \right) - 1 + A^* \right) m A^* \sigma} \quad (12)$$

З метою апробації отриманих залежностей наведено зіставлення з експериментально отриманими кривими високоеластичної деформації деревини поперек волокон. Отже, отримано в явному вигляді фізичний зв'язок між високоеластичними деформаціями у деревині з механічними характеристиками матеріалу.

Апроксимація експериментального дослідження деревини поперек волокон. Дослідження релаксації напружень у деревині з урахуванням тепломасообмінних процесів базується на реологічному рівнянні у диференціальній формі (2) або в інтегральній формі (1) та зумовлює проведення відповідних експериментального дослідження щодо визначення коефіцієнтів рівняння (10)-(12) у будь-який фіксований момент.

Вибір оптимального плану для експериментального дослідження методами планування математичного експерименту є проблематичним через відсутність на сьогодні алгоритму, який дав би змогу будувати регресійні залежності будь-якого виду, зокрема нелінійного. Тому актуальним є питання вибору аналітичної форми для апроксимації експериментальних даних. Традиційне застосування формул інтерполяції Лагранжа (Mozcharovskyy & Kochalovskaya, 1981) для отримання відповідної аналітичної залежності не забезпечує точності, оскільки покладені в основу методу раціональні функції є чутливими до похибок, які зумовлені дисперсією вихідних даних. Оскільки коефіцієнти реологічного рівняння (2), (4) для деревини містять змінну складову тільки для обмеженого інтервалу часу (0,τ), що є вислідом особливостей структурної будови деревини (τ – час закінчення перехідних процесів у матеріалі за усіма змінними), то для апроксимації експериментальних кривих повзучості використовують метод інтерполяції функцій у вигляді суми експонент

$$\Psi = \Psi_0 + \sum_{k=0}^N a_k \exp(-a_k \tau) \quad (13)$$

Можна показати, що у першому наближенні:

$$\alpha_1 = \left(\left(\Psi(0, W, t) \Big|_{\tau=\tau_1} / \Psi(\infty, W, t) \Big|_{\tau=\tau_1} \right) - 1 \right) \alpha_1; \quad \alpha_1 = \tau_1^{-1} \Big|_{\tau=\tau_1} \quad (14)$$

Наведемо алгоритм визначення параметрів залежності (13). Задачу сформулюємо так. За наявними N експериментально знайденими значеннями $\Psi(\tau_1)$, $\Psi(\tau_2)$, $\Psi(\tau_N)$ потрібно визначити величини Ψ_0 , a_k , α_k таким чином, щоб значення функції реологічної поведінки деревини поперек волокон (14) найкраще апроксимували експериментальні дані. За критерій найкращого збігу приймемо умову мінімуму квадратичного відхилення

$$r = \sum_{j=1}^N (\Psi_j - \Psi_{j_{\text{пор}}})^2 = \sum_{j=1}^N \left[\Psi_j - \Psi_0 \left(1 - \sum_{k=0}^L a_k \exp(-a_k \tau_j) \right) \right]^2 \quad (15)$$

де: $\Psi_{j_{\text{пор}}}$ – розрахункові значення функції реологічної поведінки деревини; Ψ_j – експериментальні значення. Умова мінімуму $r = r_{\text{min}}$ є еквівалентною умові рівності нулевій частинних похідних (15) за параметрами Ψ_0 , a_k , α_k . Для визначення останніх отримаємо такі системи рішень:

$$\begin{aligned} N\Psi_0 - \sum_{j=1}^N \Psi_j + \Psi_0 \sum_{j=1}^N A_{kj}^2 + \sum_{j=1}^N (2\Psi_0 - \Psi_j) A_{kj} &= 0; \\ \Psi_0 \sum_{j=1}^N \exp(-a_k \tau_j) A_{kj} - \sum_{j=1}^N (\Psi_j - \Psi_0) B_{kj} &= 0; \\ \sum_{j=1}^N \tau_j (\Psi_j - \Psi_0 (1 + a_k \exp(-\alpha_k \tau_j))) A_{kj} &= 0, \end{aligned} \quad (16)$$

$$\text{де } A_{kj} = \sum_{k=0}^L a_k \exp(-\alpha_k \tau_j); \quad B_{kj} = \sum_{k=0}^L \exp(-\alpha_k \tau_j) \quad (17)$$

Розв'язок системи рівнянь (16), (17) отримано у середовищі Matcad. Найменшу кількість членів експоненціального ряду вибирали з умови $L \geq 0,7 \ln(\tau_N/\tau_1)$.

Результати експериментального дослідження повзучості деревини поперек волокон. За наведеною методикою проведено експериментальні дослідження реологічної поведінки деревини поперек волокон для різних температурно-вологісних умов (Sokolovskyy & Andrashek, 1999; Sokolovskyy & Poberejko, 1997). Встановлено стискальні та розтягувальні деформації повзучості $\varepsilon(t, W, \tau)$ у деревних зразках сосни, ялини в умовах зміни вологості від 10 до 35 % і температури від 20 до 80 °С. Результати вимірювань наведено у табл. 1 та табл. 2.

На основі порівняння експериментальних даних розтягувальних та стискальних деформацій повзучості $\varepsilon(t, W, \tau)$ виявлено, що реологічна поведінка деревини у тангентальному напрямку не істотно залежить від способу навантаження (розтяг, стиск). Отриманий результат узгоджується з результатами (Bodic & Jaune, 1982; Ugolev, 2002). Зазначимо, що вздовж волокон деформації повзучості істотно залежать від способу навантаження. Зокрема, згідно з табл. 1, у разі випробування деревини сосни вологістю $W = 35\%$ і температурою $t = 20\text{ }^\circ\text{C}$ на розтяг деформації досягають значення $1,4 \cdot 10^{-3}$ у момент часу $\tau = 5$ год, а тиск у момент $\tau = 15$ год.

Табл. 1. Експериментальні значення функції повзучості $\Psi(t, W, \tau)$ деревини сосни у тангенціальному напрямі деформування ($t = 20\text{ }^\circ\text{C}$)

Функція деформації повзучості $\Psi, 10^{-3}$ МПа	Час деформування $\tau \cdot 10^2$ с									
	0,05	12	24	36	48	60	78	90	120	120
W = 10 %										
$\Psi_{\text{розтяг}}$	1,07	1,21	1,33	1,43	1,50	1,54	1,58	1,63	1,67	1,68
$\Psi_{\text{стиск}}$	1,04	1,22	1,32	1,40	1,53	1,56	1,60	1,62	1,68	1,69
ϕ	419	478	517	561	599	612	619	639	659	662
W = 15 %										
$\Psi_{\text{розтяг}}$	0,92	1,09	1,21	1,34	1,40	1,44	1,47	1,50	1,52	1,52
$\Psi_{\text{стиск}}$	0,97	1,07	1,26	1,36	1,42	1,44	1,46	1,50	1,54	1,54
ϕ	346	378	432	483	503	510	520	533	545	545
W = 20 %										
$\Psi_{\text{розтяг}}$	0,86	1,05	1,18	1,27	1,36	1,37	1,40	1,42	1,43	1,43
$\Psi_{\text{стиск}}$	0,85	1,06	1,19	1,28	1,34	1,36	1,39	1,43	1,43	1,43
ϕ	266	333	372	401	420	426	435	448	448	448
W = W_г %										
$\Psi_{\text{розтяг}}$	0,64	0,82	0,93	0,99	1,03	1,06	1,06	1,07	1,07	1,07
$\Psi_{\text{стиск}}$	0,64	0,81	0,93	1,01	1,03	1,05	1,05	1,06	1,07	1,08
ϕ	167	212	242	259	268	272	273	275	279	280

З ростом часу деформування експериментальні значення $\varepsilon(t, W, \tau)$ асимптотично збільшуються до граничних значень $\varepsilon_T(W, t)$, які залежать від температури t і вологості W випробуваного зразку. Наприклад, для деревинного зразка вологістю $W = 35\%$ і температурою $t =$

20°C в інтервалі часу від 140 до 200 хв у тангентальному напрямі деформування $\varepsilon(t, W, \tau) = \text{const}$, тобто $\varepsilon(t, W, \tau) = \varepsilon_T(W, T) \approx 3,1 \cdot 10^{-3}$. Для $\tau = 0$, $\Psi = \Psi_0 = 1/E_M$, де E_M – миттєвий модуль пружності. Значенню $\tau = \infty$ відповідає $\Psi = \Psi_\infty = 1/E_T$, де E_T – тривалий модуль пружності. Через φ позначено можливу характеристику реологічних властивостей деревини, яка дає змогу оцінити ступінь повзучості матеріалу $\varphi = \psi E_M$. Отримані експериментальні дані дають змогу встановити співвідношення між значеннями функції повзучості для $\tau = 0$ і $\tau = \infty$. У тангенціальному напрямі деформування деревини залежність $\Psi(0, W, t)/\Psi(\infty, W, t)$ є майже сталою (див. табл. 2). На основі отриманих експериментальних даних графоаналітичним шляхом визначають час релаксації τ_p деформації повзучості деревини

$$\Psi(\tau_p) = 0,632\Psi(\infty, W, t) + 0,368\Psi(0, W, t). \quad (18)$$

Табл. 2. Значення відношення $\gamma(W, t) = \Psi(0, W, \tau)/\Psi(\infty, W, \tau)$, деформацій повзучості деревини, визначених для моментів часу $\tau = 0$ і $\tau = \infty$ у тангентальному напрямі деформування

Температура $t, ^\circ\text{C}$	Вологість $W, \%$	$\gamma(W, t)$	Температура $t, ^\circ\text{C}$	Вологість $W, \%$	$\gamma(W, t)$	Температура $t, ^\circ\text{C}$	Вологість $W, \%$	$\gamma(W, t)$
Сосна								
20	10	0,56	40	10	0,57	60	10	0,59
	15	0,58		15	0,58		15	0,59
	20	0,58		20	0,57		20	0,57
	35	0,57		35	0,58		35	0,58
Ялина								
20	10	0,60	40	10	0,59	60	10	0,58
	15	0,58		15	0,57		15	0,58
	20	0,58		20	0,59		20	0,57
	35	0,56		35	0,58		35	0,55

Аналіз експериментального дослідження деформацій повзучості $\varepsilon(t, W, \tau)$, визначених для однакових температурно-вологісних умов і механічних навантажень, свідчить про залежність повзучості деревини від породи. Зокрема, згідно з даними табл. 1, значення величини $\varepsilon(t, W, \tau)$ у довільний момент часу для деревини сосни є більшими, ніж для деревини ялини. Наприклад, для $W=15\%$, $t=20^\circ\text{C}$, $\tau = 120$ хв деформація соснових взірців дорівнює $2,23 \cdot 10^{-3}$, а деформація взірців з ялини відносно дорівнює $1,14 \cdot 10^{-3}$. Для визначення деформації повзучості залежно від в'язкопружних характеристик деревини, які є неоднаковими для різних порід, скористаємося співвідношеннями $\sigma = E(W, t) \varepsilon_M(W, t)$, $\sigma = E_T(W, t) \varepsilon_T(W, t)$, де $E(W, t)$, $E_T(W, t)$ – відносно миттєвий і тривалий модулі пружності, залежні від температури і вологості.

Знаходимо лінійне співвідношення між миттєвим і тривалим модулями пружності для деревини, сосни та ялини у тангентальному напрямі деформування $E_T(W, t) = 0,58E(W, t)$.

Значення $E_T(W, t)$ визначають на основі експериментальних даних деформацій повзучості $\varepsilon(0, W, \tau)$, $\varepsilon(\infty, W, \tau)$. Для дослідження закономірностей зміни миттєвих модулів пружності деревини у тангентальному напрямі та вздовж волокон експериментальні дані

апроксимували лінійною залежністю (Sokolovskyy & Andrashek, 1999)

$$E_K(W, t) = E_{0K}(W, t) + K_{WK}(25 - W) + K_{TK}(100 - t) + K_{WTK}(25 - W)(100 - t), \quad (19)$$

де: κ – індекс, який вказує напрям анізотропії (вздовж волокон $\kappa = 1$, у тангентальному напрямі $\kappa = 2$); E_{0K} – значення миттєвого модуля пружності деревини за температури $T = 100^\circ\text{C}$ і вологості $W = 25\%$. Значення коефіцієнтів регресії, визначені методом найменших квадратів (Sokolovskyy & Andrashek, 1999), відповідно дорівнюють: $K_{W1} = 0,5$; $K_{T1} = 0,47$; $K_{WT1} = 0,02$; $K_{W2} = 3,8$; $K_{T2} = 1,2$; $K_{WT2} = 0,05$ – для сосни; $K_{W1} = 0,34$; $K_{T1} = 0,5$; $K_{WT1} = 0,01$; $K_{W2} = 4$; $K_{T2} = 3,1$; $K_{WT2} = 0,04$ – для ялини.

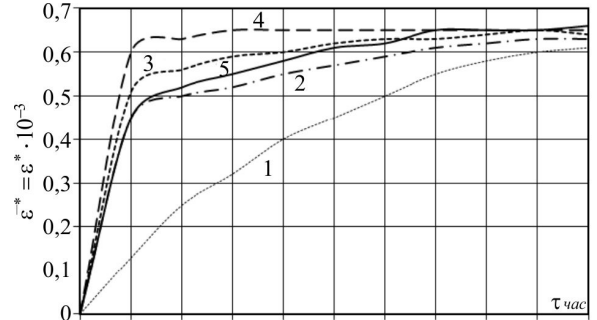


Рис. 1. Зміна кривих повзучості деревини сосни

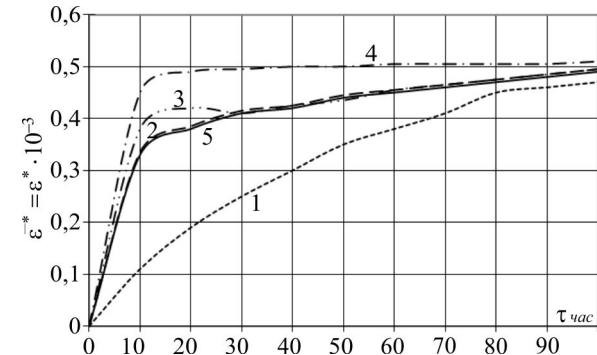


Рис. 2. Зміна кривих повзучості деревини ялини

На рис. 1 та 2 наведено графічні залежності апроксимованих експериментальних (5) кривих деревин сосни ($\rho_0 = 520 \text{ кг/м}^3$) та ялини ($\rho_0 = 420 \text{ кг/м}^3$) високоеластичної деформації у часі з використанням залежностей (12) – крива (2), (13) – крива (2) та отриманими залежностями для реологічних моделей (2), (12) – крива (1) характеризує деформацію повзучості з апроксимаційним ядром у лінійному наближенні (13) для $N=1$. Їх аналіз свідчить про те, що наведене уточнення реологічної моделі якісно описує поведінку високоеластичної деформації деревини порівняно з (1) і ядром повзучості у вигляді (13). Це зумовлено тим, що інтерполяція експериментальних кривих повзучості у вигляді суми експонент (13) не описує стрімке початкове зростання кривої повзучості. Розходження експериментальними кривими зумовлене зокрема тим, що для описання режиму повзучості використано реологічні константи деревини, отримані у режимі пружної післядії.

Висновки. Наведено реологічну модель визначення високоеластичної деформації у деревині в умовах обмеженої повзучості. Встановлено визначальні співвідношення зв'язку високоеластичної деформації з напружен-

нями. Досліджено закономірності деформацій повзучості деревини сосни та ялини і наведено їх порівняння з експериментальними даними, визначеними за реологічними характеристиками в умовах пружної післядії.

Перелік використаних джерел

Ashkenari, Ye. K. (1978). *Anizotropiya drevesiny i drevesinnykh materialov*. Moscow: Lesnaya promyshlennost', 224 p. [in Russian].
 Beljankin, F. P., & Yacenko, V. F. (1957). *Deformativnost' i soprotivljaemost*. Kiev: AN USSR, 199 p. [in Russian].
 Bodic, J., & Jayne, A. (1982). *Mechanics of Wood and Composites*. New York: Van Nostrand Reinhold, 712 p.
 Malmajster, A. K., Tamusch, V. P., Temers, G. A. (1980). *Soprotivleniye polimernykh i kompozitnykh materialov*. Riga: Zinatie, 572 p. [in Russian].
 Mozcharovskyy, N. S., & Kochalovskaya, N. E. (1981). *Metody i algoritmy reseniya krayevykh zadach*. Kiev: Vyscha shkola, 287 p. [in Russian].
 Niemz, P., & Caduff, D. (2008). Research into determination of the Poisson ratio of spruce wood. *Holz Roh Werkst*, 66(1), 1–4.
 Rabinovich, A. L. (1970). *Vvedeniye v mekhaniku armirovannykh polimerov*. Moscow: Nauka, 572 p. [in Russian].

Savin, G. M. (1970). *Elementy mekhaniky spadkovykh seredovysch. Vyp. II: Reologichni tila z zagalnym zakonom liniynogo deformuvannya*. Kyiv, 132 p. [in Ukrainian].
 Sokolovskyy, Ya. I., & Poberejko, B. P. (1997). Vyznachennja v'язkopruznykh vlastyvostej u derevyni v procesi sushinnja. *Naukovyj visnyk UkrDLTU Ukrainy: zb. nauk.-texn. prac.* 9(13), 121–125. Lviv: UkrDLTU Ukrainy. [in Ukrainian].
 Sokolovskyy, Ya., & Andrashek, J. (1999). Metodyka ta rezultaty eksperymentalnykh doslidzen reologichnoi povedinky derevyny. *Naukovyj visnyk UkrDLTU Ukrainy: zb. nauk.-texn. prac.* 9(13), 15–26. Lviv: UkrDLTU Ukrainy. [in Ukrainian].
 Sokolovskyy, Ya., & Storoshuk, O. (2014). Demention of the Non-isotropic Elastic Features for Wood by an Ultrasonic Method. *Proceedings from 57th SWST Convention of Society of Wood Science and Technology*, 4(1), 178–187. Zvolen, Slovakia.
 Ugolev, B. N. (2002). *Drevesinovedenie s osnovami lesnogo tovarovedenia* [Wood Science with the Basics of Forest Goods Science] (3ed ed.). Moscow: MGUL, 340 p. [in Russian].
 Vintoniv, I. S., Sopushins'kiy, I. M., & Tayshinger, A. (2007). *Derevinoznavstvo*. Lviv: TzOV "Apriori", 312 p. [in Ukrainian].
 Zakhariyev, G., Khadisikov, L., & Marinov, L. (1973). O reologicheskoy modeli polimerov. *Mekhanika polimerov*, 6, 856–863. [in Russian].

В. И. Криштапович, Я. И. Соколовский

РЕОЛОГИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ОГРАНИЧЕННОЙ ПОЛЗУЧЕСТИ ДРЕВЕСИНЫ

Приведены исследования реологического поведения древесины с учетом структурной анизотропии в условиях ограниченной ползучести. Получена реологическая модель высокоэластической деформации с напряжениями. Выведены алгоритмы определения характеристик реологического поведения древесины сосны и ели на основе аппроксимации экспериментальных данных. Установлены функции ползучести и получены зависимости времени релаксации древесины. Определено соотношение между мгновенным и длительным модулями упругости для древесины сосны и ели в тангенциальном направлении деформирования. Исследованы закономерности деформирования ползучести древесины. Для аппроксимации экспериментальных кривых ползучести использован метод интерполяции функции в виде суммы экспонент. Для установления аналитической формы ядра ползучести, необходимого для расчета деформационно-релаксационных свойств древесины, использованы экспериментальные данные деформаций ползучести материала. Следовательно, выбор ядра ползучести обусловлен особенностями реологического поведения древесины. Приведены сравнения теоретических исследований с аппроксимированными экспериментальными кривыми высокоэластической деформации древесины сосны и ели в случае определения реологических характеристик материала в условиях упругого последействия.

Ключевые слова: деформация; ползучесть; реологические свойства; древесина.

V. I. Kryshchapovych, Ya. I. Sokolovskyy

THE RHEOLOGICAL MODEL OF LIMITED CREEP OF WOOD

Rheological properties of wood and deformation features depending on different conditions of temperature, humidity, and mechanical stress are used to improve existing and develop new technologies of hydrothermal and mechanical treatment. The solution of this task is complicated as wood belongs to the class of physically nonlinear, natural heterogeneous polymers, characterized by high hydrophilic and a wide range of physical and mechanical characteristics. Therefore, the research of rheological behaviour of wood depending on directions of anisotropy, determination of the characteristics of creep or relaxation functions is an actual task. In the course of study the authors have defined the function of creep and have also got dependences of time relaxation of wood. Firstly, studies of the rheological behaviour of wood concerning the structural anisotropy under conditions of limited creep are presented. Then the authors have obtained the rheological model of high-elastic deformation with stress. The built algorithms of determination of descriptions of rheological conduct of pine and fir wood are based on approximation of experimental information. Moreover, the ratio between instantaneous and protracted modulus of elasticity for pine and fir wood in tangential direction of the deformation was determined. Regularities of creep deformation of wood were investigated. For the approximation of experimental curves of creep we used the method of interpolation function as a sum of exponentials. To define the analytical form of the kernel of creep required to calculate the strain-relaxation properties of wood we used experimental data of creep deformation of the material. Thus, the choice of a creep kernel is determined by the features of rheological behaviour of wood. The authors have presented comparison of theoretical researches to the approximated experimental curves of high-elasticity deformation of pine and fir wood in the case of determination of rheological descriptions in the conditions of aftereffect.

Keywords: deformation; creep; rheological properties; wood.

Інформація про авторів:

Криштапович Володимир Іванович, ст. викладач, Національний лісотехнічний університет України, м. Львів, Україна.

Email: kvi20051@i.ua

Соколовський Ярослав Іванович, д-р техн. наук, професор, Національний лісотехнічний університет України, м. Львів, Україна.

Email: sokolovskyy@ukr.net