

## 4. ІНФОРМАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ



Науковий вісник НЛТУ України  
Scientific Bulletin of UNFU

<http://nv.nltu.edu.ua>

<https://doi.org/10.15421/40280526>

Article received 11.05.2018 p.

Article accepted 41.05.2018 p.

УДК 621.7.043



ISSN 1994-7836 (print)  
ISSN 2519-2477 (online)

@ ✉ Correspondence author

Ya. V. Ivanchuk

[ivanchuck@ukr.net](mailto:ivanchuck@ukr.net)

*Р. Д. Іскович-Лотоцький, Я. В. Іванчук, Я. П. Веселовський*

*Вінницький національний технічний університет, м. Вінниця, Україна*

### МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСУ ОБРОБЛЕННЯ ДРІБНОДИСПЕРСНИХ ДЕРЕВИННИХ МАТЕРІАЛІВ ПІД ДІЄЮ ВІБРАЦІЙНОГО І ВІБРОУДАРНОГО НАВАНТАЖЕННЯ

Встановлено, що прикладання до об'єктів оброблення корисних вібрацій або ударних імпульсів дає змогу значно інтенсифікувати перебіг багатьох технологічних процесів, забезпечити оптимальність параметрів навантаження й отримати технологічний виріб на основі дрібнодисперсних деревинних матеріалів з високими якісними параметрами. На основі теорії хвильових процесів розроблено математичну модель, яка дає змогу теоретично досліджувати поведінку дисперсного середовища як форми подання дрібнодисперсних деревинних матеріалів, під дією вібраційного і віброударного навантаження, для визначення якісних робочих характеристик технологічного оброблення цих матеріалів. Виявлено, що під час віброоброблення масивних середовищ у вигляді дрібнодисперсних деревинних матеріалів, великий вплив на процес здійснюють не тільки параметри джерела вібрації, але й особливості взаємодії складових їх моношарів і частинок один з одним. Відзначено, що власні частоти коливальних дисперсної системи абсолютно не залежать від її дисипативних властивостей. Визначено амплітуди віброприскорень, які дали змогу математично формалізувати умову виникнення псевдозрідженого стану у дисперсному середовищі з подальшою умовою переходу у стан віброкипіння. З'ясовано, що найефективнішим видом технологічного оброблення дисперсного матеріалу із газоподібною дисперсною фазою є вібраційний, що характеризується моно- або бігармонійною збуджувальною силою. Для дисперсних середовищ, у яких дисперсна фаза представлена у рідкому або твердому станах, найефективнішим є використання імпульсної сили у вигляді віброударного навантаження.

**Ключові слова:** дисперсне середовище; хвиля; імпульс; ущільнення; віброкипіння; розрідження.

**Вступ.** Під час накладання вібраційного і віброударного навантаження на дрібнодисперсних деревинні матеріали (щепа, ґрунти тощо) у них відбуваються перетворення, особливості яких зумовлені інтенсивністю навантажень. У міру збільшення інтенсивності дисперсне середовище (форма представлення дрібнодисперсних деревинних матеріалів) починає набувати рухомості, псевдотекучості (стан псевдозрідження) (Iskovych-Lototskyi & Ivanchuk, 2012; Iskovych-Lototskyi et al., 2018). У цьому стані зчеплення між дисперсними частинками ослаблюється, вони ближче підходять один до одного, зменшується кількість пор (досягається щільніше укладання частинок), середовище ущільнюється. З подальшим збільшенням інтенсивності коливальних частинки дисперсного середовища починають втрачати контакт із віброуючим робочим органом, зв'язки між частинками зменшуються і періодично порушуються – середовище переходить як би у стан кипіння. Цей стан, що назива-

ють віброкипінням, характеризується розрихленням середовища і посиленою циркуляцією складових її частинок. У праці (Hou et al., 2017) на базі експериментальних досліджень визначено, що найбільше ущільнення зазвичай досягається за значень амплітудних віброприскорень, близьких до прискорень сил тяжіння. Під дією сил тяжіння, інерційних сил та осьових сил статичного навантаження частинки дисперсного матеріалу прагнуть до переорієнтації і щільнішого укладання між собою в заданому об'ємі, що супроводжується заняттям стійкіших положень рівноваги. При цьому руйнуються початкові структурні утворення типу "арок" і "місточків" з подальшим рівномірним укладанням утворюючих їх частинок, що мають підвищену рухомість у напрямку статичного зусилля навантаження внаслідок зниження практично до нуля ефективних коефіцієнтів внутрішнього і бічного тертя. У праці (Artjunin & Eliseev, 2014) побудовано модель коливання частинки диспер-

#### Інформація про авторів:

**Іскович-Лотоцький Ростислав Дмитрович**, д-р техн. наук, професор, завідувач кафедри галузевого машинобудування.

Email: [ivanchuck@ukr.net](mailto:ivanchuck@ukr.net); <https://orcid.org/0000-0003-3920-3019>

**Іванчук Ярослав Володимирович**, канд. техн. наук, доцент, доцент кафедри галузевого машинобудування.

Email: [ivanchuck@ukr.net](mailto:ivanchuck@ukr.net); <https://orcid.org/0000-0002-4775-6505>

**Веселовський Ярослав Петрович**, аспірант, кафедра галузевого машинобудування. Email: [ivanchuck@ukr.net](mailto:ivanchuck@ukr.net);

<https://orcid.org/0000-0002-4175-8286>

**Цитування за ДСТУ:** Іскович-Лотоцький Р. Д., Іванчук Я. В., Веселовський Я. П. Моделювання процесу оброблення

дрібнодисперсних деревинних матеріалів під дією вібраційного і віброударного навантаження. Науковий вісник НЛТУ України. 2018, т. 28, № 5. С. 124–129.

**Citation APA:** Iskovych-Lototskyi, R. D., Ivanchuk, Ya. V., & Veselovskyi, Ya. P. (2018). Modeling treatment of forestry engineering materials under vibration and vibro-impact load. *Scientific Bulletin of UNFU*, 28(5), 124–129. <https://doi.org/10.15421/40280526>

сного середовища при дії вібраційного навантаження, де було проаналізовано явище "віброкипіння", коли частинка втрачає контакт із віброуючим робочим органом, а зв'язки між частинками зменшуються і періодично порушуються. Цей стан характеризується розривленням середовища і посиленою циркуляцією складових її частинок. Цей стан характеризується розривленням оброблюваного середовища і підсиленою циркуляцією складових її частинок. Недоліком цих наукових праць є відсутність математично обґрунтованої поведінки дисперсних матеріалів під дією вібраційного і віброударного навантаження. Тому побудова математичної моделі, яка дасть змогу описувати поведінку дисперсного середовища за вібраційного і віброударного навантаження для визначення основних робочих характеристик технологічного оброблення будівельних матеріалів, є актуальною задачею.

**Метою роботи** є побудова математичної моделі навантаження дисперсного середовища для визначення ефективних робочих характеристик технологічного обладнання під час вібраційного і віброударного оброблення дрібнодисперсних деревинних матеріалів.

**Матеріали та методи дослідження.** Розглянемо особливості фізичних процесів, пов'язаних із вібраційним і віброударним обробленням дисперсного середовища, у вигляді якого представлені дрібнодисперсних деревинні матеріали (щепа, ґрунт тощо). Встановлено (Iskovuch-Lototskyi & Ivanchuk, 2007), що під час віброоброблення масивних середовищ великий вплив на процес здійснюють не тільки параметри джерела вібрації, але й особливості взаємодії складових їх моношарів і частинок один з одним. Під час вібраційного і віброударного оброблення дисперсних середовищ виконавчим органом вібромашини (рис. 1) є моношар, що входить у контакт із джерелом вібрації, отримує від нього силові імпульси (сили взаємодії), яку позначимо  $F(x, t)$ . Ці сили деформують за час  $dt$  ділянки моношарів завтовшки  $dl$ . За час  $dt$  його деформована ділянка скоротиться на величину  $du = \varepsilon dl$ , де  $\varepsilon$  – відносна деформація. Абсолютні переміщення довільних моношарів будемо описувати функціями  $u(x, t)$ .

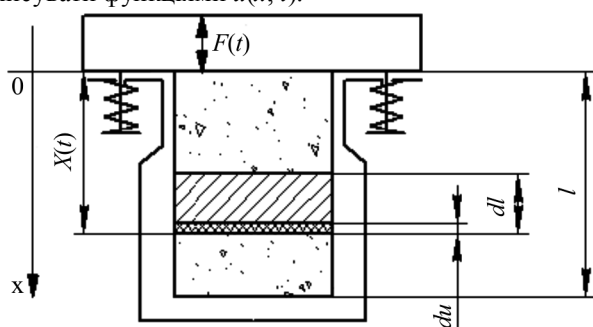


Рис. 1. Розрахункова схема вібраційно-навантаженого дисперсного середовища

Згідно з законом Гука, враховуючи дисипативні сили опору

$$F(x, t) = ES\varepsilon + \eta S \frac{d\varepsilon}{dt} = ES \frac{\partial u(x, t)}{\partial x} + \eta S \frac{\partial u^2(x, t)}{\partial x \partial t}, \quad (1)$$

де:  $\eta$  – коефіцієнт в'язкості частинок дисперсної системи;  $E$  – модуль пружності дисперсного середовища.

Зміна повздовжньої сили взаємодії на ділянці  $dx$ :

$$F(x + dx, t) - F(x, t) = ES \frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial x^2} dx + \eta S \frac{\partial u^3(x, t)}{\partial x^2 \partial t} dx. \quad (2)$$

Перепад сил надає масі ділянки моношару, що дорівнює  $\rho S dx$ , прискорення  $\partial^2 u(x, t) / \partial t^2$ . На основі другого закону Ньютона

$$\rho S dx \frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial t^2} = ES \frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial x^2} dx + \eta S \frac{\partial u^3(x, t)}{\partial x^2 \partial t} dx. \quad (3)$$

Спростивши рівняння (3), отримуємо

$$\frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial x^2} + \frac{\eta}{\rho} \frac{\partial u^3(x, t)}{\partial x^2 \partial t}, \quad (4)$$

де  $c^2 = E / \rho$  – швидкість розповсюдження збурень, який приблизно дорівнює квадрату швидкості звуку в даному дисперсному середовищі (Blehman, 1994).

Використовуючи метод Фур'є, шукаємо частинний розв'язок рівняння (4) у такому вигляді:

$$u(x, t) = X(x)T(t), \quad (5)$$

де:  $X(x)$  – функція тільки координати  $x$ ;  $T(t)$  – функція тільки часу  $t$ .

При цьому кожний член ряду повинен задовольняти граничні умови задачі, а загальна сума – початкові умови. Підставимо вираз (5) в рівняння (4) і, вимагаючи, щоб рівність задовольняла для будь-якого номера  $r$ , отримуємо такий вираз

$$c^2 X''(x)T(t) + \frac{k}{\rho} X''(x)\dot{T}(t) = X(x)\ddot{T}(t), \quad (6)$$

$$\text{де: } X''(x) = \frac{dX'(x)}{dx} = \frac{d^2 X(x)}{dx^2}; \quad \ddot{T}(t) = \frac{dT(t)}{dt} = \frac{d^2 T(t)}{dt^2}.$$

Розділимо рівняння (6) на добуток  $X(x)\left(T(t) + \frac{k}{E}\dot{T}(t)\right)$

і приходимо до такої залежності, де ліва частина залежить від координати  $x$ , а права частина – тільки від часу  $t$

$$c^2 \frac{X''(x)}{X(x)} = \frac{\ddot{T}(t)}{X(x)\left(T(t) + \frac{k}{E}\dot{T}(t)\right)}. \quad (7)$$

Для тотожного виконання рівності (7) необхідно, щоб обидві частини були рівні одній і тій же сталій, яку позначимо через  $-\omega_0^2$ .

Із виразу (7) отримуємо такі рівняння:

$$X''(x) + X(x)\frac{\omega_0^2}{c^2} = 0; \quad (8)$$

$$\ddot{T}(t) + \frac{k}{E}\omega_0^2\dot{T}(t) + \omega_0^2 T(t) = 0. \quad (9)$$

Диференціальне рівняння (8) буде мати такий розв'язок:

$$X(x) = C \sin \frac{\omega_0}{c} x + D \cos \frac{\omega_0}{c} x, \quad (10)$$

де:  $C, D$  – невідомі сталі;  $p$  – власні частоти коливань дисперсної системи.

Диференціальне рівняння (9) буде мати такий розв'язок:

$$T(t) = e^{-nt} \left( A \sin \left( \sqrt{\omega_0^2 - n^2} \right) t + B \cos \left( \sqrt{\omega_0^2 - n^2} \right) t \right),$$

де:  $A, B$  – невідомі сталі;  $n^2 = \frac{\eta \omega_0^2}{2E}$  – коефіцієнт, що характеризує дисипацію дисперсної системи.

Отже, із умови (5) рівняння переміщення хвилі в оброблювальній дисперсній системі

$$u(x, t) = \sum_r X_r(x) T_r(t) = \sum_r e^{-n_r t} \left( C \sin \frac{\omega_{0r}}{c} x + D \cos \frac{\omega_{0r}}{c} x \right) \left( A t \sin(g_r) + B t \cos(g_r) \right), \quad (11)$$

$$g_r = \sqrt{\omega_{0r}^2 - n_r^2}$$

де  $r$  – порядковий номер власної частоти коливання дисперсної системи.

Важливо зазначити, що власні частоти коливань дисперсної системи абсолютно не залежать від її дисипативних властивостей, тобто форми вільних затухаючих коливань збігаються із формами вільних незатухаючих коливань. Тому надалі будемо розглядати коливальні процеси, що зумовлені суто пружними властивостями дисперсної системи. Тоді частоти вільних коливань для цієї дисперсної системи визначають за такою залежністю (Iskovych-Lototskyi et al., 2012):

$$\omega_{0r} = \frac{(2n-1)\pi c}{l}, \quad n = 1, 2, \dots \quad (12)$$

Розглянемо вібраційне оброблення твердого дисперсного матеріалу із газоподібною дисперсною фазою (див. рис. 1). Встановлено, що найефективнішим видом технологічного оброблення цього типу матеріалу є вібраційний, що характеризується збуджувальною силою

$$F(t) = F_0 \sin(\omega t). \quad (13)$$

Безпосередньо підставкою легко переконатися, що рівняння (4) має такий загальний розв'язок:

$$u(x, t) = \varphi(ct - x) + \psi(ct + x), \quad (14)$$

де  $\varphi$  і  $\psi$  – довільні двічі диференційовані функції. Ці функції відображають форму хвиль деформації, що рухаються вгору і вниз по оброблюваному дисперсному середовищі зі швидкістю  $c$ .

Одразу після силової взаємодії хвиля стиску рухається вгору від нижньої основи виконавчого органу гідроімпульсного привода (див. рис. 1). Хвиля, що розповсюджується по дисперсному середовищу, має вигляд  $\varphi(ct-x)$ , і залучає послідовні ділянки моношарів оброблюваного середовища в рух

$$u(x, t) = \varphi(ct - x). \quad (15)$$

Зв'язок між формою генерованої хвилі  $\varphi(ct-x)$  і силою взаємодії  $F(x, t)$  знайдемо із рівняння (1) без урахування дисипативної складової  $\eta S \frac{\partial u^2(x, t)}{\partial x \partial t}$  в нульовому моношарі оброблюваного середовища

$$-F(x, t) = ES \left. \frac{\partial u(x, t)}{\partial x} \right|_{x=0}. \quad (16)$$

Знак мінус вказує на стискальну властивість дії сили. Підставляючи (15) в (16), отримуємо

$$\frac{d(\varphi(\alpha))}{d\alpha} = \frac{F(t)}{ES}, \quad (17)$$

де  $\alpha = ct - x$ .

Інтегруючи рівняння (17) із врахуванням  $\varphi(0) = 0$ , оскільки при  $t=0$  моношар  $x=0$  був нерухомим, отримуємо

$$\varphi(\alpha) = \frac{1}{ES} \int_0^\alpha F\left(\frac{\alpha}{c}\right) d\alpha. \quad (18)$$

За періодичного збудження, внаслідок накладання прямих і відбитих хвиль, у системі можуть утворюватися стаціонарні хвильові поля (стоячі хвилі), інтенсивність яких істотно перевищує амплітуди генерованих хвиль.

Розглянемо вібраційне оброблення дисперсного матеріалу, яка характеризується збуджувальною силою  $F(t) = F_0 \sin(\omega t)$ , тоді із рівняння (18) отримуємо

$$\varphi(\alpha) = \frac{1}{ES} \int_0^\alpha F\left(\frac{\alpha}{c}\right) d\alpha = \frac{F_0}{ES} \int_0^\alpha \sin\left(\frac{\omega \alpha}{c}\right) d\alpha = -\frac{F_0 c}{\omega ES} \cos\left(\frac{\omega \alpha}{c}\right). \quad (19)$$

Отже, вздовж вібраційно оброблюваного дисперсного середовища генерується пряма хвиля

$$\varphi(ct - x) = -\frac{F_0 c}{\omega ES} \cos\left(\omega \left(t - \frac{x}{c}\right)\right) = -\frac{F_0 c}{\omega ES} \cos\left(\omega t - \frac{\omega x}{c}\right). \quad (20)$$

Визначимо амплітуду а стоячої хвилі, яка утворюється внаслідок багатократних відбивань генерованої хвилі від нижньої і верхньої основ виконавчого органу гідроімпульсного привода (див. рис. 1). Суперпозиція прямих і відображених хвиль із рівняння (20)

$$u(x, t) = a \cos\left(\omega t - \frac{\omega x}{c}\right) - a \cos\left(\omega t + \frac{\omega(x-2l)}{c}\right) = 2a \sin\left(\frac{\omega}{c}(l-x)\right) \sin\left(\omega \left(t - \frac{l}{c}\right)\right). \quad (21)$$

де  $l$  – висота заготовки оброблюваного дисперсного середовища (див. рис. 1).

У збуджувальну силу  $F(t)$  вводимо фазу  $\psi$ , отримуємо

$$F(t) = F_0 \sin(\omega t - \psi). \quad (22)$$

Функції (21) і (22) підставляємо у рівняння (1)

$$F(x, t) = F_0 \sin(\omega t - \psi) = ES \left. \frac{\partial u(x, t)}{\partial x} \right|_{x=0} = 2a \frac{\omega}{l} ES \cos\left(\frac{\omega l}{c}\right) \sin\left(\omega t - \frac{\omega l}{c}\right). \quad (23)$$

Прирівнюючи рівняння (20) і (23), отримуємо

$$a = \frac{F_0 c}{2\omega ES \cos\left(\frac{\omega l}{c}\right)}. \quad (24)$$

Внаслідок цього поблизу значень:  $\omega = \frac{\pi c}{2l}(2m-1)$ ,

( $m = 1, 2, \dots$ ), амплітуда стоячої хвилі безмежно зростає.

Із рівняння (21) знаходимо віброприскорення моношару

$$g(x, t) = A \omega^2 = \frac{F_0 c \omega \sin\left(\frac{\omega}{c}(l-x)\right)}{ES \cos\left(\frac{\omega l}{c}\right)}, \quad (25)$$

де  $A = 2a \sin\left(\frac{\omega}{c}(l-x)\right) = \frac{F_0 c \sin\left(\frac{\omega}{c}(l-x)\right)}{\omega ES \cos\left(\frac{\omega l}{c}\right)}$  – амплітуда коли-

вання моношару дисперсного середовища.

Розглянемо віброударне оброблення дисперсного матеріалу (див. рис. 1), яке характеризується періодичною імпульсною збуджувальною силою (рис. 2)

$$F(t) = F_0 \sum_k \delta(t - kT), \quad (k = 1, 2, \dots), \quad (26)$$

де:  $\delta(t - kT)$  – функція Дірака;  $F_0$  – амплітуда збуджувальної сили,  $T = 2\pi/\omega$  – період імпульсної збуджувальної сили,  $\omega$  – частота імпульсного навантаження.

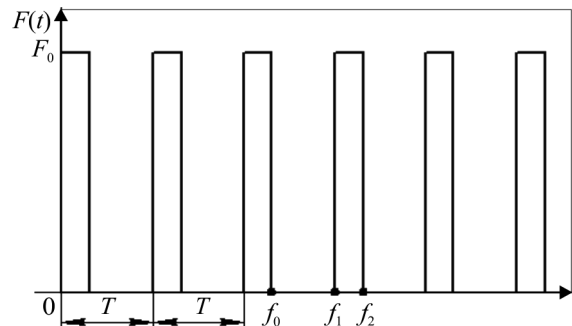


Рис. 2. Закон зміни періодичної імпульсної збуджувальної сили під час віброударного навантаження

Визначимо швидкість  $v$  переміщень моношарів, що беруть участь у хвильовому процесі. Імпульс сили, що передається заготовці оброблюваного дисперсного матеріалу масою  $M$ :

$$S = F_0 \tau = M \nu_0, \quad (27)$$

де  $\tau = t_2 - t_1$  – час ударної взаємодії,  $S = \int_{t_1}^{t_2} P(t) dt$ , – імпульс збуджувальної сили.

Із рівняння (27) знаходимо початкову швидкість моношару дисперсного середовища:

$$\nu_0 = S / M = (F_0 \tau) / M. \quad (28)$$

Оскільки  $c = dl / dt$  – швидкість розповсюдження збурень у дисперсному середовищі і розглядаючи пружний характер хвильових процесів дисперсного середовища:

$$\nu_0 = \frac{du(x,t)}{dt} = \varepsilon \frac{dl}{dt} = \varepsilon c = \frac{\sigma c}{E}. \quad (29)$$

де  $\sigma = F(x,t) / S$  – напруження у збуреному моношарі дисперсного середовища.

Тоді із рівняння (29)

$$F(x,t) = \frac{ES \nu_0}{c}. \quad (30)$$

Підставляємо (30) в (15) і враховуємо, що  $\alpha = ct - x$

$$\varphi(\alpha) = \frac{1}{ES} \int_0^\alpha F\left(\frac{\alpha}{c}\right) d\alpha = \nu_0 \left(t - \frac{x}{c}\right). \quad (31)$$

Із функції (15), враховуючи (31), отримуємо

$$u(x,t) = \varphi(ct - x) = \nu_0 \left(t - \frac{x}{c}\right), \quad (0 \leq x < l). \quad (32)$$

Пружна складова сили взаємодії у дисперсному середовищі, враховуючи інерційну складову:

$$-F(x,t) = ES \left. \frac{\partial u(x,t)}{\partial x} \right|_{x=0} = -M \left. \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2} \right|_{x=0}$$

або ввівши позначення для маси заготовки дисперсного середовища  $M_0 = \rho S l$  і враховуючи, що  $c^2 = E / \rho$ , отримуємо

$$\left[ \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2} + \frac{c^2}{l} \frac{\partial u(x,t)}{\partial x} \right]_{x=0} = 0. \quad (33)$$

Підставляючи (15) в (33), приходимо до такого рівняння для визначення форми хвилі, що розповсюджується після ударної взаємодії:

$$\varphi''(\alpha) + \frac{c^2}{l} \varphi'(\alpha) = 0. \quad (34)$$

Інтегруємо рівняння (34):

$$\int d\alpha = \frac{l}{c^2} \int_0^{\varphi(\alpha)} \frac{d\varphi(\alpha)}{\varphi(\alpha)}, \Rightarrow \varphi(\alpha) = C_0 e^{-\frac{\alpha}{l}},$$

де  $C_0$  – довільна стала, значення якої визначаємо із початкових умов  $\partial u(0,t) / \partial t|_{t=0} = \nu_0$ , тоді  $\varphi'(0) = \nu_0 / c = C_0$ .

Отже:

$$\varphi(\alpha) = \frac{\nu_0}{c} e^{-\frac{\alpha}{l}}. \quad (35)$$

Інтегруємо рівняння (35):

$$\int_0^{\varphi(\alpha)} d\varphi(\alpha) = \frac{\nu_0}{c} \int_0^\alpha e^{-\frac{\alpha}{l}} d\alpha \Rightarrow \varphi(\alpha) = \frac{\nu_0 l}{c} \left[ 1 - e^{-\frac{\alpha}{l}} \right]. \quad (36)$$

При  $\alpha = ct - x$  остаточно отримуємо

$$u(x,t) = \varphi(\alpha) = \frac{\nu_0 l}{c} \left[ 1 - e^{-\frac{c}{l} \left(t - \frac{x}{c}\right)} \right], \quad (0 \leq x < l). \quad (37)$$

На стінці нижньої основи заготовки дисперсного середовища відбувається відбиття хвиль. Для нижньої стінки основи згідно з (15) маємо

$$u(x,t) = \varphi(ct - x) + \psi(ct + l) = 0, \Rightarrow \psi(ct + l) = -\varphi(ct - x). \quad (38)$$

Унаслідок відбиття від стінки нижньої основи заготовки дисперсного середовища еквівалентно появі додаткової хвилі, аналогічно падаючої і розповсюджуючої на зустріч з протилежною фазою. Із врахуванням (38) вираз (37) набуде такого вигляду:

$$u(x,t) = \varphi(ct - x) - \varphi(ct + x - 2l) = \frac{\nu_0 l}{c} \left[ 1 - e^{-\frac{c}{l} \left(t - \frac{x}{c}\right)} \right] - \frac{\nu_0 l}{c} \left[ 1 - e^{-\frac{c}{l} \left(t - \frac{x-2l}{c}\right)} \right] = 0,86 \frac{\nu_0 l}{c} e^{-\frac{c}{l} \left(t - \frac{x}{c}\right)}. \quad (39)$$

Отже, первинна хвиля стиску, досягнувши нижньої стінки основи дисперсного середовища, відіб'ється у вигляді хвилі розширення, яка рухається вгору і розвантажує моношари дисперсного середовища від деформованого стану. Для подальшого визначення режимів виникнення станів псевдозрідження і віброкипіння для дисперсного середовища при імпульсному навантаженні (віброударне оброблення) розглянемо частинний розв'язок (25) рівняння переміщення хвилі в оброблюваній дисперсній системі із врахуванням дисипативних сил опору. Оскільки сили дисипативного опору здійснюють помітний вплив тільки в резонансній області, тоді це дає змогу у віддаленні від резонансу приймати амплітуду коливань, без урахування дисипативних сил ( $n \approx 0$  – коефіцієнт, що характеризує дисипацію дисперсної системи, як результат пружних коливань). Тоді із рівняння (25)

$$T(t) = x(t) = A \sin \omega_0 t + B \cos \omega_0 t = (\nu_0 / \omega_0) \sin \omega_0 t + l \cos \omega_0 t, \quad (40)$$

де із граничних умов, при  $t=0$ ,  $T(t) = U(l,t) = l$ , і  $dT(t)/dt = \partial U(l,t) / \partial t = \nu_0$  визначаємо сталі  $A = \nu_0 / \omega_0$ ,  $B = l$ .

До прикладення наступного імпульсу, коливання є вільними і відбуваються із власною частотою  $\omega_0$ , тобто описуються рівнянням (40), тоді

$$v(t) = \frac{dT(t)}{dt} = -\omega_0 l \sin \omega_0 t + \nu_0 \cos \omega_0 t. \quad (41)$$

У кінці цього інтервалу, безпосередньо перед наступним імпульсом (момент часу  $t_1$ ), отримуємо

$$x_1(T) = (\nu_0 / \omega_0) \sin \omega_0 T + l \cos \omega_0 T, \quad v_1(T) = -\omega_0 l \sin \omega_0 T + \nu_0 \cos \omega_0 T. \quad (42)$$

Внаслідок дії чергового імпульсу швидкість миттєво

змінюється на величину (35),  $\nu_0 = \frac{du(x,t)}{dt} = \frac{\nu_0}{c} e^{-\frac{c}{l} \left(t - \frac{x}{c}\right)}$ .

Тому безпосередньо після наступного імпульсу (момент часу  $t_2$ )

$$\begin{cases} x_2(T) = x_1(T) = (\nu_0 / \omega_0) \sin \omega_0 T + l \cos \omega_0 T; \\ v_2(T) = v_1(T) + \nu_0 = -\omega_0 l \sin \omega_0 T + \nu_0 \cos \omega_0 T + \nu_0. \end{cases} \quad (43)$$

Будемо вважати, що розглядуваному періоду передє безкінечно довга серія імпульсів. У такому разі періодичні імпульси спричиняють також періодичний рух з тим же періодом. Тому величини  $x_2(t)$  і  $v_2(t)$  повинні бути відповідно рівними  $x_0(t)$  і  $v_0(t)$ :

$$\begin{cases} x_0 = (\nu_0 / \omega_0) \sin \omega_0 T + l \cos \omega_0 T; \\ v_0 = -\omega_0 l \sin \omega_0 T + \nu_0 \cos \omega_0 T + \nu_0. \end{cases} \quad (44)$$

Із системи рівнянь (44) знаходимо невідомі величини:

$$x_0(T) = \left( \frac{\nu_0}{2\omega_0} \right) ctg \frac{\omega_0 T}{2}; \quad \nu_0 = \nu_0.$$

Після заміни  $T = 2\pi / \omega$  закон руху (40) набуде вигляду:

$$x(t) = \frac{\nu_0}{2\omega_0} \left( \sin \omega_0 t + \cos \omega_0 t \cdot ctg \frac{\pi \omega_0}{\omega} \right). \quad (45)$$

Отриманим результатом можна користуватися тільки в інтервалі часу  $0, T$ . В інших інтервалах закон руху повністю повторюється із відповідним зміщенням початку відліку. Амплітуду коливань визначають формулою

$$X_0 = \frac{v_0}{2\omega_0} \sqrt{1 + ctg^2 \frac{\pi\omega_0}{\omega}} = \frac{v_0}{2\omega_0} \left| \sin \frac{\pi\omega_0}{\omega} \right|^{-1}. \quad (46)$$

Дріб  $v_0/2\omega_0$  є максимальне відхилення, що зумовлено одним імпульсом, тому вираз  $\beta = 1 / (2|\sin(\pi\omega_0/\omega)|)$  може бути названим коефіцієнтом впливу повторності імпульсів. На рис. 3 показано графік зміни коефіцієнта  $\beta$  залежно від співвідношення частот  $\omega/\omega_0$ . Із формули для визначення коефіцієнта впливу повторності імпульсів  $\beta$  видно, що в разі збігу частот або їх кратності ( $\omega = n \cdot \omega_0$ ;  $n=1, 2, \dots$ ) виникає резонанс, а  $\beta_{min}=0,5$ .

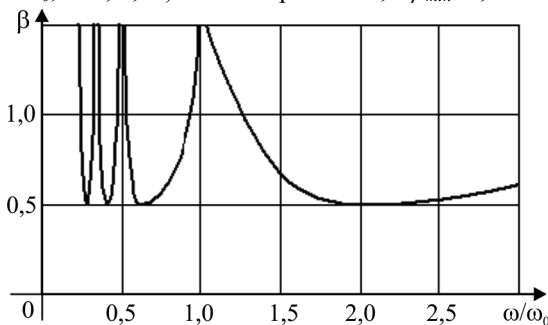


Рис. 3. Закон зміни коефіцієнта впливу повторності імпульсів від співвідношення частот коливання

Із рівняння (46) знаходимо віброприскорення моношару за дії імпульсного періодичного навантаження:

$$\mathcal{A}_t(x, t) = X_0 \omega^2 = \beta v_0 \omega^2 = \frac{v_0 \omega^2}{2\omega_0} \left| \sin \frac{\pi\omega_0}{\omega} \right|^{-1}. \quad (47)$$

**Результати дослідження і обговорення отриманих результатів.** Встановлено, що найефективнішим видом технологічного оброблення дисперсного матеріалу із газоподібною дисперсною фазою є вібраційний (Iskovych-Lototskyi et al., 2014), що характеризується моно- або бігармонійною збуджувальною силою.

Для псевдозрідження й утворення киплячого стану дисперсних середовищ, у яких дисперсна фаза представлена у рідкому або твердому стані, застосування вібраційного навантаження у вигляді гармонійної збуджувальної стає неефективним, тому в цьому випадку використовують імпульсне (віброударне) силове навантаження (Iskovych-Lototsky et al., 2017). Віброударне технологічне оброблення цього типу дисперсного середовища усуває застійні зони, агломерати твердої фази, збільшує турбулізацію потоку дисперсного середовища, знижує повздовжнє перемішування, зменшує зовнішньодифузійний опір у масообмінних процесах (Iskovych-Lototsky et al., 2016). Умовою виникнення псевдозрідженого стану у дисперсному середовищі – є  $\mathcal{A}(x, t) \ll g = 9,82 \text{ м/с}^2$ , а умовою переходу дисперсного середовища із псевдозрідженого стану у стан віброкипіння (skovych – Lototsky et al., 2017) –  $\mathcal{A}(x, t) \geq g = 9,82 \text{ м/с}^2$ .

### Висновки

1. Розглянуто вплив вібраційного і віброударного навантаження на дрібнодисперсних деревинні матеріали, які представлені у вигляді дисперсних матеріалів. Виявлено характерні процеси – "псевдотекучості" і "віброкипіння", що впливають на фізико-механічні параметри

оброблюваного матеріалу, які супроводжуються процесами ущільнення і рихлення.

2. На основі теорії хвильових процесів розроблено математичну модель поведінки дисперсних матеріалів під дією вібраційного і віброударного навантаження. Ця модель дала змогу визначити умови виникнення процесів псевдозрідженого стану із умовою переходу у стан віброкипіння.

3. Розроблена математична модель поведінки дисперсних матеріалів дає змогу теоретично досліджувати динаміку вібраційного та віброударного оброблення дрібнодисперсних деревинних матеріалів для визначення ефективних робочих параметрів технологічного оброблення.

### Перелік використаних джерел

- Artjunin, A. I., & Eliseev, S. V. (2014). Vozmozhnosti obobshheniya zadach dinamicheskikh vzaimodejstvij v neuravnovesennykh vrashhenijah tverdykh tel. [Possibilities of generalizing the problems of dynamic interactions in the unbalanced rotations of solids]. *Reshetnevskie chtenija. Mehanika special'nih sistem*, 269–271. SibGAU. [In Russian].
- Blehnman, I. I. (1994). *Vibracionnaja mehanika*. [Vibration mechanics]. Moscow: Fizmatlit. [In Russian].
- Hou, Y. J., Du, M. J., Fang, P., & Zhang, L. P. (2017). Synchronization and stability of an elastically coupled tri-rotor vibration system. *Journal of theoretical and applied mechanics*, 55(1), 227–240. <https://doi.org/10.15632/jtam-pl.55.1.227>
- Iskovich-Lotockij, R. D., Povstenjuk, V. I., Daniljuk, O. M., & Ivanchuk, Ya. V. (2007). Ustanovka dlja utilizacii othodov. [Waste Recycling Plant]. *Mir tehniki i tehnologij*, 12(73), 36–37. [In Russian].
- Iskovych-Lototsky, R. D., Ivanchuk, Ya. V., & Veselovskiy, Ya. P. (2016). Optimizatsiia konstruktyvnykh parametrov inertsiihnoho vibropres-molota. [Optimization of design data inertial vibro-hammer]. *Visnyk mashynobuduvannia ta transport*, 2, 43–50. [In Ukrainian].
- Iskovych-Lototsky, R. D., Zelinska, O. V., Ivanchuk, Ya. V., & Veselovska, N. R. (2017). Development of the evaluation model of technological parameters of shaping workpieces from powder materials. *Eastern European Journal of Enterprise Technologies. Engineering technological systems*, 1(85), 9–17. <https://doi.org/10.15587/1729-4061.2017.59418>
- Iskovych-Lototskyi, R. D., & Ivanchuk, Ya. V. (2007). Doslidzhennia dynamiky protsesu roboty universalnoho hidravlichnoho vibroudarnoho pryvodu dlja rozvantazhennia transportnykh zasobiv. [Investigation of the dynamics operation on universal hydraulic vibro-hydraulic drive for unloading vehicles]. *Naukovi notatky. Mizhzivivskiy zbirnyk (za napriamom "Inzhenerna mekhanika")*, 20, 184–187. [In Ukrainian].
- Iskovych-Lototskyi, R. D., & Ivanchuk, Ya. V. (2012). *Vibratsiini ta vibroudarni prystroi dlja rozvantazhennia transportnykh zasobiv*. [Vibrating and vibro-impact devices for unloading vehicles]. Vinnytsia. [In Ukrainian].
- Iskovych-Lototskyi, R. D., Ivanchuk, Ya. V., & Veselovskiy, Ya. P. (2014). Osnovy rezonansno-strukturoi teorii vibroudarnoho rozvantazhennia transportnykh zasobiv. [Fundamentals of the resonance-structural theory of vibration-free unloading of vehicles]. *Nauka ta prohres transportu. Visnyk Dnipropetrovskoho natsionalnoho universytetu zaliznychnoho transportu im. akademika V. Lazariana*, 5(53), 109–118. <https://doi.org/10.15802/stp2014/30458>
- Iskovych-Lototskyi, R. D., Zelinska, O. V., & Ivanchuk, Ya. V. (2018). *Tekhnolohiia modeliuвання otsinky parametrov formoutvorennya zahotovok z poroshkovykh materialiv na vibropresovomu obladnanni z hidroimpulsnym pryvodom*. [Technology for modeling the evaluation of the parameters of the shaping of blanks from powder materials on vibration press equipment with a hydroimpulse drive]. Vinnytsia. [In Ukrainian].

## **МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ОБРАБОТКИ МЕЛКОДИСПЕРСНЫХ ДРЕВЕСНЫХ МАТЕРИАЛОВ ПОД ДЕЙСТВИЕМ ВИБРАЦИОННОЙ И ВИБРОУДАРНОЙ НАГРУЗКИ**

Установлено, что приложение к объектам обработки полезных вибраций или ударных импульсов позволяет значительно интенсифицировать протекание ряда технологических процессов, обеспечить оптимальность параметров нагрузки и получить технологическое изделие на основе лесотехнических материалов с высокими качественными параметрами. На основе теории волновых процессов разработана математическая модель, которая позволяет теоретически исследовать поведение дисперсной среды как формы представления мелкодисперсных древесных материалов, при вибрационной и виброударной нагрузке, с целью определения качественных рабочих характеристик технологической обработки данных материалов. Обнаружено, что при виброобработке массовых сред в виде мелкодисперсных древесных материалов, большое влияние на процесс осуществляют не только параметры источника вибрации, но и особенности взаимодействия составляющих их монолоя и частиц друг с другом. Отмечено, что собственные частоты колебаний дисперсной системы совершенно не зависят от ее диссипативных свойств. Определены амплитуды виброускорений, которые позволили математически формализовать условие возникновения псевдооживленного состояния в дисперсной среде с последующем условием перехода в состояние виброкипения. Установлено, что наиболее эффективным видом технологической обработки дисперсного материала с газообразной дисперсной фазой является вибрационный, характеризующийся моно- или бигармонической возбуждающей силой. Для дисперсных сред, в которых дисперсная фаза представлена в жидком или твердом состоянии, наиболее эффективным является использование импульсной силы в виде виброударной нагрузки.

**Ключевые слова:** дисперсная среда; волна; импульс; уплотнение; виброкипение; разрежение.

*R. D. Iskovych-Lototsky, Ya. V. Ivanchuk, Ya. P. Veselovskyi*  
*Vinnitsia National Technical University, Vinnitsia, Ukraine*

## **MODELING TREATMENT OF FORESTRY ENGINEERING MATERIALS UNDER VIBRATION AND VIBRO-IMPACT LOAD**

The authors have defined that the application to objects of processing of useful vibrations or shock impulses allows to significantly intensify the progress of a number of technological processes, to ensure optimal load parameters and to obtain a technological product, based on forestry materials, with high qualitative parameters. On the basis of the differential equations of the theory of wave processes, a mathematical model is developed which allows theoretically to investigate the behavior of the dispersed medium as the form of presentation of forestry materials, with vibrational and vibro-impact loads. It was found that the influence of the process is not only on the parameters of the source of vibration but also on the interaction of the components of their monolayer and particles with each other when vibroprocessing of mass media in the form of forestry materials. It is noted that the eigenfrequencies of the oscillations of the disperse system are completely independent of its dissipative properties. That is, the forms of free damped oscillations coincide with the forms of free unfocused oscillations. The amplitudes of vibro accelerations have been determined, which allowed to mathematically formalize the condition of the occurrence of a fluidized state in a dispersed medium with the subsequent condition of transition to the state of vibration-boiling. Under the influence of the forces of inertial forces and the axial forces of the static load, particles of disperse material tend to reorient and denser stacking between themselves in a given volume, which is accompanied by the occupation of more stable equilibrium positions. It has been established that the most effective type of treatment of a disperse material with a gaseous disperse phase is a vibrational, characterized mono or biharmonic excitatory force. For dispersed media in which the disperse phase is presented in a liquid or solid state, the most effective is the use of impulse force in the form of a vibration shock load. The simulation results allow us to determine the conditions of occurrence of processes of a fluidized state of a dispersed medium, accompanied by a seal, with the condition of transition to the state of vibration, which in turn is accompanied by loosening of the working material.

**Keywords:** dispersed medium; wave; pulse; compaction; vibration; underpressure.