



*Л. Ф. Дзюба<sup>1</sup>, О. Ю. Чмир<sup>1</sup>, О. В. Меньшикова<sup>1</sup>, Х. І. Ліщинська<sup>2</sup>*

<sup>1</sup> Львівський державний університет безпеки життєдіяльності, м. Львів, Україна

<sup>2</sup> Національна академія сухопутних військ ім. гетьмана Петра Сагайдачного, м. Львів, Україна

## МОДЕЛЮВАННЯ ПОПЕРЕЧНИХ КОЛИВАНЬ МЕХАНІЗМУ РІЗАННЯ КРУГЛОПИЛКОВОГО ВЕРСТАТА

Запропоновано динамічну модель поперечних коливань механізму різання круглопилкового верстата. Динамічну модель механізму різання подано за допомогою розрахункової схеми та описано диференціальним рівнянням четвертого порядку в частинних похідних. Розрахункову схему прийнято у вигляді стержня на двох опорах з консольною ділянкою. Довжину стержня розділено на дві ділянки. Довжина першої ділянки стержня відповідає відстані між опорами пилкового вала, довжина другої консольної ділянки дорівнює відстані від опори вала до місця розміщення круглої пилки. На вільному кінці консольної ділянки розміщено круглу пилку з певною масою та моментом інерції. Відповідно до розрахункової схеми для розв'язування диференціального рівняння вільних поперечних коливань механізму різання записано вісім крайових умов. Для першої ділянки між опорами пилкового вала крайові умови відповідають шарнірному обпиранню кінців ділянки. Для другої консольної ділянки пилкового вала в крайових умовах ураховано розміщення круглої пилки через її масу та момент інерції маси. Розв'язування диференціального рівняння поперечних коливань стержня з урахуванням крайових умов виконано методом розділення змінних з використанням математичного середовища Maple. Отримано трансцендентне рівняння частот поперечних коливань механізму різання та визначено величини перших двох частотних коефіцієнтів. Величини частотних коефіцієнтів відшукано з рівності нулю визначника системи. Досліджено вплив довжин обох ділянок пилкового вала на величину першого та другого частотних коефіцієнтів. Встановлено, що на їхню величину має істотний вплив довжина консольної ділянки пилкового вала, тобто відстань від опори вала до місця розміщення круглої пилки. Значення перших двох частотних коефіцієнтів зведено в таблицю з урахуванням довжин обох ділянок пилкового вала. Також досліджено вплив на першу частоту власних поперечних коливань механізму різання круглопилкового верстата маси та моменту інерції круглої пилки. Ці масові характеристики круглої пилки обчислені через її діаметр та товщину пилкового диска. Досліджено поперечні коливання механізму різання з розміщеною круглою пилкою, діаметр якої дорівнював 500, 650 та 800 мм за товщини пилкового диска 3,2 мм.

**Ключові слова:** пилковий вал; рівняння частот; частота власних коливань; частотні коефіцієнти; кругла пилка.

### Вступ / Introduction

Зважаючи на надійність роботи круглопилкових верстатів та їх різноманіття, вони достатньо поширені у деревообробному виробництві. Механізмом різання круглопилкового верстата є пилковий вал з розміщеною на ньому круглою пилкою.

Круглопилкові верстати працюють зі швидкостями різання від 30 до 90 м/с. Швидкість подавання, залежно від конструкції механізму подавання, може досягати 150 м/хв. За таких швидкостей різання та подавання

пилковий вал з розміщеною на ньому круглою пилкою великого діаметра та маси, буде зазнавати зовнішнього збурення навіть від незначного ексцентриситету в підшипникових опорах, від динамічної неврівноваженості круглої пилки тощо. Дія зовнішніх чинників на пилковий вал спричиняє його поперечні коливання, які знижують довговічність його опор і точність різання деревини, збільшуючи ширину пропилу. Тому дослідження поперечних коливань механізму різання круглопилкового верстата є актуальним завданням.

### Інформація про авторів:

**Дзюба Лідія Федорівна**, д-р техн. наук, доцент, кафедра прикладної математики і механіки. Email: lidadz111@gmail.com;

<https://orcid.org/0000-0002-4261-6490>

**Чмир Оксана Юрївна**, канд. фіз.-мат. наук, доцент, кафедра прикладної математики і механіки. Email: o\_chmyr@yahoo.com;

<https://orcid.org/0000-0002-6340-9888>

**Меньшикова Ольга Володимирівна**, канд. фіз.-мат. наук, доцент, заступник директора Навчально-наукового інституту

цивільного захисту. Email: helga.menshikowa@gmail.com; <https://orcid.org/0000-0001-6912-3066>

**Ліщинська Христина Іванівна**, канд. техн. наук, доцент, кафедра інженерної механіки (озброєння та техніки інженерних військ).

Email: k\_lichch@meta.ua; <https://orcid.org/0000-0002-0084-6351>

**Цитування за ДСТУ:** Дзюба Л. Ф., Чмир О. Ю., Меньшикова О. В., Ліщинська Х. І. Моделювання поперечних коливань механізму різання круглопилкового верстата. Науковий вісник НЛТУ України. 2022, т. 32, № 4. С. 55–59.

**Citation APA:** Dzyuba, L. F., Chmyr, O. Yu., Menshykova, O. V., & Lishchynska, Kh. I. (2022). Simulation of transverse oscillations of the cutting mechanism of the circular saw machine. *Scientific Bulletin of UNFU*, 32(4), 55–59. <https://doi.org/10.36930/40320409>

*Об'єкт дослідження* – поперечні коливання механізму різання круглопилкового верстата.

*Предмет дослідження* – закономірності впливу конструкційних чинників на частоту поперечних коливань механізму різання.

*Мета роботи* – розроблення динамічної моделі поперечних коливань механізму різання та дослідження впливу конструкційних чинників на його частоту власних поперечних коливань.

Для досягнення зазначеної мети визначено такі основні завдання дослідження:

1. Розробити динамічну модель поперечних коливань механізму різання як системи з розподіленими параметрами – стержня на двох опорах з консольним розміщенням круглої пилки, якій притаманна певна маса та момент інерції маси.
2. Практично реалізувати розроблену динамічну модель як трансцендентне рівняння частот для стержня з двома ділянками та граничними умовами, що відповідають консольному розміщенню круглої пилки на двоопорному валу, для дослідження впливу конструкційних чинників на частоту поперечних коливань механізму різання.
3. Установити вплив довжин ділянок пилкового вала та величин діаметрів пилок на частоту вільних поперечних коливань механізму різання.

*Аналіз останніх досліджень та публікацій.* Механізмом різання круглопилкового верстата є пилковий вал, на якому розташовують круглу пилку. Пилковий вал закріплюють на станині (рамі) стаціонарно або на рухомому супорті. У деяких конструкціях верстатів передбачено два пилкових вали [4, 6]. Зазвичай пилкові вали мають одноступеневу пасову передачу від двигуна або вал ротора електродвигуна є водночас і пилковим валом [11].

Пилковий вал обертається у двох кулькових підшипниках, встановлених у нерухомо з'єднаних зі станиною корпусах [6]. Залежно від конструкції механізму різання круглої пилки розміщують посередині між опорами вала або на його консольному кінці за другою опорою. Диск круглої пилки після встановлення на валу затиснутий спеціальними фланцями (шайбами). Діаметр фланців приблизно дорівнює  $1/4 \dots 1/6$  від діаметра круглої пилки. Зовнішні діаметри круглих пилок можуть досягати 1400 мм [3].

Для підвищення точності пиляння розробники дереворізального інструмента йдуть шляхом вдосконалення конструкції круглої пилки [8] та виконують дослідження механічних характеристик круглих пилок різних конструкцій [9, 10]. Однак, як зазначено в роботі [4], конструкція механізму різання круглопилкового верстата з розміщенням пилки безпосередньо на валу двигуна зазнає значних вібрацій, що спричиняє швидке зношення підшипників на валу двигуна та зниження точності пиляння. Отже, покращання конструкції пилкового диску без належного врахування коливних процесів у механізмі різання може не дати очікуваного результату з підвищення точності пиляння.

Оскільки швидкості різання круглими пилками високі, то частоти обертання пилкових валів теж значні. Відомо [1], що критична частота обертання вала дорівнює власній частоті його поперечних коливань. Для визначення нижчих власних частот поперечних коливань валів фрезерних вузлів у роботі [7] застосовано метод сил, розрахунковою схемою при цьому є стержень з точковими масами. У роботі [5] зазначено, що поперечні коливання пилкового вала спричиняють коливання та биття диска круглої пилки, що призводить до збільшення ширини та зниження якості пропилу.

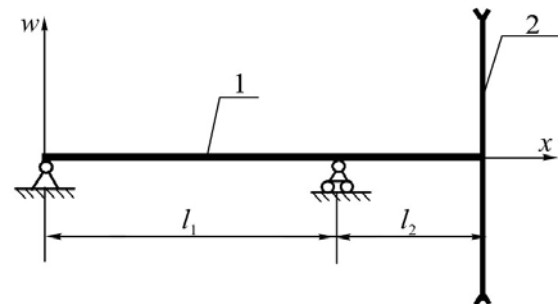
Отже, для уникнення пошкоджень опор вала, забезпечення довговічності конструкції та точності пиляння потрібно дослідити поперечні коливання механізму різання круглопилкового верстата. Великі діаметри круглих пилок і фланців доцільно врахувати у розрахунковій схемі механізму різання через маси та моменти інерції фланців і круглої пилки.

*Матеріали та методи дослідження.* Матеріалом пилкового вала є сталь з модулем пружності першого роду  $E = 2,1 \cdot 10^{11}$  Па та густиною  $\rho = 7850$  кг/м<sup>3</sup>.

Для отримання трансцендентного рівняння частот поперечних коливань механізму різання як круглого стержня на двох опорах з розміщеною на консольному кінці круглою пилкою використано технічну теорію стержнів. Для розв'язування диференціального рівняння вільних поперечних коливань стержня з двома ділянками застосовано метод розділення змінних і метод нормальних форм коливань.

## Результати дослідження та їх обговорення / Research results and their discussion

Для побудови динамічної моделі механізму різання використано його кінематичну схему [5]. Відповідно до кінематичної схеми розрахункову схему механізму різання подано у вигляді двоопорного стержня 1 з діаметром  $d$  та осьовим моментом інерції  $I_z$ , на консольному кінці якого розміщено круглу пилку 2 з масою  $M$  та осьовим моментом інерції  $I$  (рис. 1). Довжину першої ділянки пилкового вала між його шарнірними опорами позначено  $l_1$ , довжину другої ділянки від опори до місця розміщення пилки позначено  $l_2$ .



**Рис. 1.** Розрахункова схема механізму різання круглопилкового верстата / Calculation scheme of the cutting mechanism of the circular saw machine

Диференціальне рівняння поперечних коливань стержня з двома опорами відповідно до розрахункової схеми має такий вигляд [2]:

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \left( EI_z \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial x^2} \right) + \rho A \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial t^2} = 0, \quad (1)$$

де:  $w = w(x,t)$  – поперечні переміщення точок осі стержня;  $E$  – модуль пружності першого роду матеріалу стержня;  $I_z$  – осьовий момент інерції перерізу стержня ( $I_z = \pi d^4 / 32$  для стержня круглого поперечного перерізу з діаметром  $d$ );  $\rho$  – густина матеріалу стержня;  $A$  – площа поперечного перерізу стержня.

Зважаючи на дві ділянки стержня, розв'язок диференціального рівняння (1) відповідно до методу розділення змінних подамо у вигляді [2]:

$$w_k(x,t) = \sum_{i=1}^n W_{k,i}(x) \cos \omega_i t, \quad k = 1, 2, \quad (2)$$

де  $W_{k,i}(x)$  – амплітудні функції (функції форм власних коливань), які характеризують відхилення точок першої ( $k = 1$ ) та другої ( $k = 2$ ) ділянок стержня від положення рівноваги на  $i$ -ій резонансній частоті  $\omega_i$ .

З урахуванням (2) відповідно до [2] диференціальне рівняння (1) запишемо так:

$$EI_z \frac{\partial^4 W_{k,i}(x)}{\partial x^4} - \rho A \omega_i^2 W_{k,i}(x) = 0, \quad k = 1, 2. \quad (3)$$

Увівши в (3) позначення частотного коефіцієнта

$$\beta_i^4 = \omega_i^2 \frac{\rho A}{EI_z}, \quad i = \overline{1, n}, \quad (4)$$

отримаємо рівняння

$$\frac{\partial^4 W_{k,i}(x)}{\partial x^4} - \beta_i^4 W_{k,i}(x) = 0, \quad k = 1, 2. \quad (5)$$

Розв'язками рівняння (5) є функції форми коливань

$W_{k,i}(x) = C_{k,1} \sin(\beta_i x) + C_{k,2} \cos(\beta_i x) + C_{k,3} \operatorname{sh}(\beta_i x) + C_{k,4} \operatorname{ch}(\beta_i x)$ , (6)  
де  $C_{k,j}$ ,  $k = \overline{1, 2}$ ,  $j = \overline{1, 4}$  – постійні інтегрування.

Отже, форма поперечних коливань стержня з двома ділянками залежить від постійних інтегрування  $C_{k,j}$ ,  $k = \overline{1, 2}$ ,  $j = \overline{1, 4}$  та частотного коефіцієнта  $\beta_i$ . Для визначення постійних інтегрування в (6) використано крайові умови. Відповідно до прийнятої розрахункової схеми

$$\left\{ \begin{aligned} & C_{1,1} \sin \beta_1 l_1 + C_{1,3} \sinh \beta_1 l_1 = 0; \\ & \beta (C_{1,1} \cos \beta_1 l_1 + C_{1,3} \cosh \beta_1 l_1 - C_{2,1} \cos \beta_1 l_1 + C_{2,2} \sin \beta_1 l_1 - C_{2,3} \cosh \beta_1 l_1 - C_{2,4} \sinh \beta_1 l_1) = 0; \\ & EI_z \beta^2 (-C_{1,1} \sin \beta_1 l_1 + C_{1,3} \sinh \beta_1 l_1 + C_{2,1} \sin \beta_1 l_1 + C_{2,2} \cos \beta_1 l_1 - C_{2,3} \sinh \beta_1 l_1 - C_{2,4} \cosh \beta_1 l_1) = 0; \\ & EI_z \beta^3 (-C_{1,1} \cos \beta_1 l_1 + C_{1,3} \cosh \beta_1 l_1 + C_{2,1} \cos \beta_1 l_1 - C_{2,2} \sin \beta_1 l_1 - C_{2,3} \cosh \beta_1 l_1 - C_{2,4} \sinh \beta_1 l_1) + \frac{Mg(l_1 + l_2)}{l_1} = 0; \\ & EI_z \beta^2 \left( \left( -\sin \beta(l_1 + l_2) - \frac{I \beta^3 \cos \beta(l_1 + l_2)}{A \rho} \right) C_{2,1} + \left( -\cos \beta(l_1 + l_2) + \frac{I \beta^3 \sin \beta(l_1 + l_2)}{A \rho} \right) C_{2,2} + \right. \\ & \left. + \left( \sinh \beta(l_1 + l_2) - \frac{I \beta^3 \cosh \beta(l_1 + l_2)}{A \rho} \right) C_{2,3} + \left( \cosh \beta(l_1 + l_2) - \frac{I \beta^3 \sinh \beta(l_1 + l_2)}{A \rho} \right) C_{2,4} \right) = 0; \\ & EI_z \beta^3 \left( \left( -\cos \beta(l_1 + l_2) - \frac{M \beta \sin \beta(l_1 + l_2)}{A \rho} \right) C_{2,1} + \left( \sin \beta(l_1 + l_2) - \frac{M \beta \cos \beta(l_1 + l_2)}{A \rho} \right) C_{2,2} + \right. \\ & \left. + \left( \cosh \beta(l_1 + l_2) - \frac{M \beta \sinh \beta(l_1 + l_2)}{A \rho} \right) C_{2,3} + \left( \sinh \beta(l_1 + l_2) - \frac{M \beta \cosh \beta(l_1 + l_2)}{A \rho} \right) C_{2,4} \right) = 0. \end{aligned} \right. \quad (10)$$

З рівності нулю визначника системи (10) маємо рівняння частот

$$|A_{ij}| = 0, \quad (11)$$

де елементи цього визначника дорівнюють відповідно величинам біля невідомих  $C_{1,1}$ ,  $C_{1,3}$ ,  $C_{2,1}$ ,  $C_{2,2}$ ,  $C_{2,3}$ ,  $C_{2,4}$  в системі (10).

Після розкриття визначника  $|A_{ij}|$  та зведення подібних доданків біля відповідних степенів частотного коефіцієнта  $\beta$  рівняння частот (11) набуде вигляду

$$D_1(\beta) \beta^4 + D_2(\beta) \beta^3 + D_3(\beta) \beta + D_4(\beta) = 0, \quad (12)$$

де  $D_i(\beta)$ ,  $i = \overline{1, 4}$  – вирази, що залежать від  $\beta$ .

Розв'язування рівняння частот (12) виконано за допомогою розробленої в математичному середовищі Maple програми. Розрахунок виконано за таких геометричних і фізико-механічних параметрів: діаметр пилкового вала –  $d = 70$  мм; діаметр пилкового диска  $D = 500$  мм, товщина пилкового диска  $h = 3,2$  мм, маса

(див. рис. 1), де відстань між опорами дорівнює  $l_1$ , у крайових умовах ураховано розміщення на консольному кінці стержня ( $x = l_1 + l_2$ ) круглої пилки з масою  $M$  та моментом інерції  $I$  маси пилки відносно осі, що проходить через її центр та є перпендикулярною до площини диску пилки:

$$w_1(x,t)|_{x=0} = 0; \quad EI_z \frac{\partial^2 w_1(x,t)}{\partial x^2} \Big|_{x=0} = 0; \quad (7)$$

$$w_1(x,t)|_{x=l_1} = 0; \quad \frac{\partial w_1(x,t)}{\partial x} \Big|_{x=l_1} = \frac{\partial w_2(x,t)}{\partial x} \Big|_{x=l_1};$$

$$EI_z \frac{\partial^2 w_1(x,t)}{\partial x^2} \Big|_{x=l_1} = EI_z \frac{\partial^2 w_2(x,t)}{\partial x^2} \Big|_{x=l_1}; \quad (8)$$

$$EI_z \frac{\partial^3 w_1(x,t)}{\partial x^3} \Big|_{x=l_1} = EI_z \frac{\partial^3 w_2(x,t)}{\partial x^3} \Big|_{x=l_1} - \frac{Mg(l_1 + l_2)}{l_1};$$

$$EI_z \frac{\partial^2 w_2(x,t)}{\partial x^2} \Big|_{x=l_1+l_2} = -I \frac{\partial^3 w_2(x,t)}{\partial x \partial t^2} \Big|_{x=l_1+l_2}; \quad (9)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( EI_z \frac{\partial^2 w_2(x,t)}{\partial x^2} \right) \Big|_{x=l_1+l_2} = -M \frac{\partial^2 w_2(x,t)}{\partial t^2} \Big|_{x=l_1+l_2}.$$

З урахуванням крайових умов (7) – (9) у (6) отримуємо, що  $C_{1,2} = C_{1,4} = 0$  та систему лінійних рівнянь відносно невідомих  $C_{1,1}$ ,  $C_{1,3}$ ,  $C_{2,1}$ ,  $C_{2,2}$ ,  $C_{2,3}$ ,  $C_{2,4}$ :

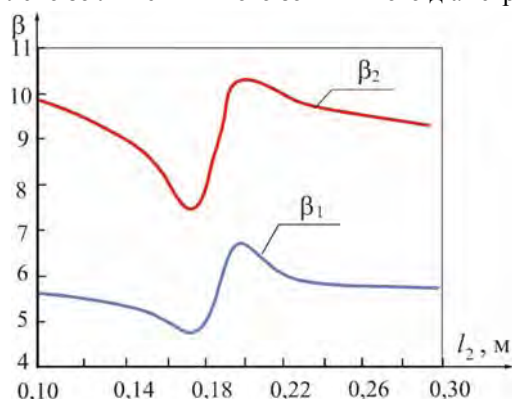
та момент інерції пилкового диска з фланцями –  $M = 4,8$  кг,  $I = 0,151$  кг·м<sup>2</sup>. Перші два частотні коефіцієнти  $\beta_1$ ,  $\beta_2$  за різних довжин  $l_1$  та  $l_2$  ділянок цього пилкового вала наведено в табл. 1.

**Табл. 1.** Значення частотних коефіцієнтів за різних довжин ділянок пилкового вала / Values of frequency coefficients for different lengths of saw shaft sections

$l_1$ , м	$l_2$ , м	$\beta_1$	$\beta_2$	$l_1$ , м	$l_2$ , м	$\beta_1$	$\beta_2$
0,34	0,10	5,66	9,84	0,36	0,10	5,55	9,44
	0,12	5,56	9,51		0,12	5,45	9,16
	0,14	5,43	9,09		0,14	5,30	8,82
	0,16	5,21	8,45		0,16	5,06	8,31
	0,18	4,66	7,51		0,18	4,42	7,53
	0,20	6,59	10,27		0,20	6,68	9,77
	0,22	6,14	9,93		0,22	6,20	9,43
	0,24	5,95	9,70		0,24	5,98	9,20
	0,26	5,85	9,51		0,26	5,87	9,03
	0,28	5,79	9,35		0,28	5,80	8,88
	0,30	5,75	9,21		0,30	5,75	8,74

Графіки залежності першого  $\beta_1$  та другого  $\beta_2$  частотних коефіцієнтів від довжини другої ділянки пилкового вала діаметром 70 мм за довжини ділянки між опорами вала  $l_1 = 340$  мм показано на рис. 2.

У табл. 2 наведено значення першого частотного коефіцієнта для механізму різання з пилковим валом діаметром  $d = 70$  мм та довжиною першої ділянки  $l_1 = 0,3$  м (формулою з розміром) для трьох випадків розміщення на ньому круглої пилки з товщиною пилкового диска 3,2 мм. Перший випадок – діаметр пилкового диска  $D = 500$  мм, маса  $M = 4,8$  кг, момент інерції  $I = 0,151$  кг·м<sup>2</sup>; другий випадок –  $D = 650$  мм,  $M = 8,23$  кг,  $I = 0,435$  кг·м<sup>2</sup>; третій випадок –  $D = 800$  мм,  $M = 12,52$  кг,  $I = 1,002$  кг·м<sup>2</sup>. Зі збільшенням маси в 2,6 раза та моменту інерції пилкового диска в 6,6 раза частотні коефіцієнти зменшуються на 43%. Збільшення маси та моменту інерції пилкового диска зумовлено збільшенням його зовнішнього діаметра  $D$ .



**Рис. 2.** Залежність перших двох частотних коефіцієнтів поперечних коливань механізму різання круглопилкового верстата від довжини ділянки між опорою та місцем розміщення круглої пилки / Dependence of the first two frequencies of transverse oscillations of the cutting mechanism of the circular saw machine on the length of the section between the support and the location of the circular saw

**Табл. 2.** Величина першого частотного коефіцієнта за різних масових характеристик пилкового диска / The value of the first frequency coefficient for different mass characteristics of the saw blade

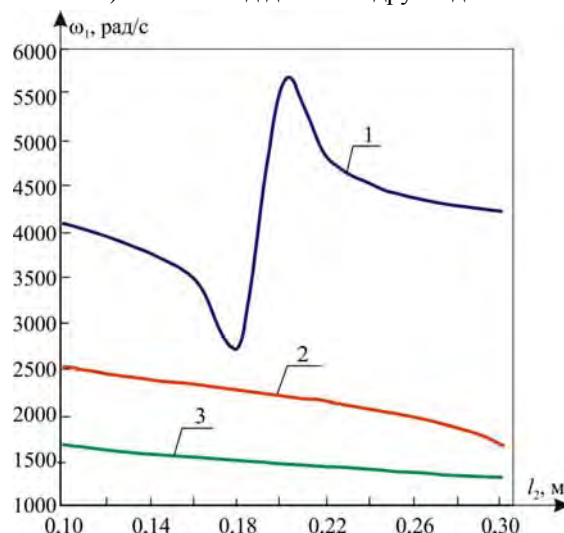
$l_1, \text{ м}$	$l_2, \text{ м}$	$D = 500 \text{ мм}$ $M = 4,8 \text{ кг}$ $I = 0,151 \text{ кг}\cdot\text{м}^2$	$D = 650 \text{ мм}$ $M = 8,23 \text{ кг}$ $I = 0,435 \text{ кг}\cdot\text{м}^2$	$D = 800 \text{ мм}$ $M = 12,52 \text{ кг}$ $I = 1,002 \text{ кг}\cdot\text{м}^2$
		$\beta_1$	$\beta_1$	$\beta_1$
0,34	0,10	5,66	4,44	3,62
	0,12	5,56	4,38	3,57
	0,14	5,43	4,32	3,52
	0,16	5,21	4,27	3,48
	0,18	4,66	4,21	3,43
	0,20	6,59	4,16	3,40
	0,22	6,14	4,09	3,36
	0,24	5,95	4,02	3,32
	0,26	5,85	3,93	3,28
	0,28	5,79	3,80	3,25
0,30	5,75	3,62	3,21	

Ураховуючи в (4) геометричні характеристики перерізу пилкового вала:  $I_z = \pi d^4 / 32$ ,  $A = \pi d^2 / 4$ , маємо залежність для власної частоти поперечних коливань механізму різання

$$\omega_i = \beta_i^2 \cdot d \sqrt{\frac{E}{8 \cdot \rho}}, \quad (13)$$

де в значеннях частотних коефіцієнтів  $\beta_i$  враховано масу та момент інерції круглої пилки, розміщеної на пилковому валу.

Оскільки перша власна частота є найнижчою і найнебезпечнішою з огляду на резонанс, то на рис. 3 показано лише змінювання першої частоти  $\omega_1$  поперечних коливань механізму різання круглопилкового верстата з урахуванням розташування на валу пилки з діаметрами дисків  $D = 500$  мм,  $D = 650$  мм,  $D = 800$  мм та, відповідно, з різними масами та моментами інерції маси (див. табл. 2) залежно від довжини другої ділянки вала.



**Рис. 3.** Графіки зміни першої частоти поперечних коливань механізму різання круглопилкового верстата: крива 1 – діаметр пилкового диска  $D = 500$  мм; крива 2 – діаметр пилкового диска  $D = 650$  мм; крива 3 – діаметр пилкового диска  $D = 800$  мм / Graphs of change of the first frequency of transverse oscillations of the cutting mechanism of the circular saw machine: curve 1 – diameter of the saw blade  $D = 500$  mm; curve 2 – diameter of the saw blade  $D = 650$  mm; curve 3 – diameter of the saw blade  $D = 800$  mm

У разі розміщення на пилковому валу діаметром 70 мм круглої пилки з діаметром 500 мм відбувається різке зменшення власної частоти поперечних коливань механізму різання за збільшення відстані від опори до місця розташування пилки (крива 1, див. рис. 3) з подальшим зростанням цієї частоти. За двох інших діаметрів круглих пилки частота зі збільшення довжини другої ділянки зменшується плавно (криві 2, 3, див. рис. 3). Це свідчить про істотний вплив конструкційних параметрів механізму різання на власну частоту поперечних коливань.

**Обговорення результатів дослідження.** У роботі [5] для визначення критичних частот обертання пилкового вала використано систему однорідних лінійних рівнянь для статичних прогинів вала та кутів повороту його перерізів під час згинання. Для різних схем закріплення пилкового вала з диском круглої пилки наведено формули для визначення критичних частот обертання вала, отримані на підставі рівнянь статички. Однак, рівняння частот, яке враховувало б конструкційні параметри механізму різання (діаметра та маси круглої пилки, довжин ділянок вала), не отримано.

Розроблена динамічна модель механізму різання дає змогу врахувати його конструкційні параметри: довжини ділянок пилкового вала, діаметри вала та диска круглої пилки на власні частоти поперечних коливань.



Отже, за результатами виконаної роботи можна сформулювати такі наукову новизну та практичну значущість результатів дослідження.

*Наукова новизна отриманих результатів дослідження* – уперше розроблено динамічну модель поперечних коливань механізму різання круглопилкового верстата з урахуванням розміщення пилкового вала на двох опорах і круглої пилки на консольному кінці вала; визначено значення частотних коефіцієнтів з урахуванням довжин ділянок вала та маси й моменту інерції круглої пилки; показано залежність частот вільних поперечних коливань механізму різання від довжин ділянок пилкового вала.

*Практична значущість результатів дослідження* – встановлені залежності частот поперечних коливань механізму різання від довжин ділянок вала дадуть змогу під час проектування раціонально вибирати відстані між опорами вала та місцем розташування круглої пилки, що зменшить навантаження на опори та підвищить точність різання деревини.

## Висновки / Conclusions

1. Розроблена динамічна модель дала змогу змоделювати поперечні коливання механізму різання круглопилкового верстата та визначити величини перших двох частотних коефіцієнтів за різних довжин ділянок між опорами вала.
2. Перший та другий частотні коефіцієнти для механізму різання з круглою пилкою діаметром 500 мм, істотно залежать від довжин обох ділянок вала. За незмінної довжини першої ділянки між опорами вала зі збільшенням довжини ділянки від опори до місця розташування пилки частотні коефіцієнти спочатку спадають, а далі зростають в межах 14 %.
3. Встановлено, що зі збільшенням довжини ділянки між опорами пилкового вала, частотні коефіцієнти плавно зменшуються за значних мас та моментів інерції круглих пилкок.
4. Для пилкового вала діаметром 70 мм зі збільшенням діаметра пилки від 650 до 800 мм перший частотний коефіцієнт зменшується на 18 %, оскільки збільшується маса пилки на 34 %.

## References

1. Birger, I. A., Shorr, B. F., & Yosilevich, G. B. (1979). *Calculation of the strength of machine parts: Handbook*. Moscow: Mashinostroyeniye. [In Russian].
2. Chelomey, V. N., Bolotin, V. V. (Eds.). (1978). *Vibrations in Engineering: Handbook*. (vols. 1-6), vol. 1. *Oscillations of linear systems*. Moscow: Mashinostroyeniye. [In Russian].
3. Kirik, M. D., & Taras, V. I. (2009). Analysis of constructions and parameters of round saws with hard alloy plates for longitudinal sawing of wood. *Scientific Bulletin of UNFU*, 19(2), 95–97. [In Ukrainian].
4. Pylypchuk, M. I., & Andrievskiy, P. V. (2009). Directions of improvement of designs of circular saw machines for longitudinal sawing of logs. *Scientific Bulletin of UNFU*, 19(9), 111–118. [In Ukrainian].
5. Sanev, V. I. (1980). *Wood processing with round saws*. Moscow: Lesnaya. promyshlennost. [In Russian].
6. Shostak, V. V. (Ed.), Savchuk, Y. I., Grigoriev, A. S., et al. (2007). *Woodworking machines of general purpose: Textbook for universities*. Kyiv: Znannya. [In Ukrainian].
7. Stukova, T. P. (1999). To the question of the study of the dynamics of woodworking machines. *Izvestiya vyssh. uchebn. zavedeniy "Lesnoy zhurnal"*, 2-3, 100–109.
8. Taras, V. I., Pylypchuk, M. I., Salovsky, S. A., & Lisak, A. V. (2018). Substantiation of design parameters of a circular saw with a combined toothed crown. *Scientific Bulletin of UNFU*, 28(10), 101–107. <https://doi.org/10.15421/40281021>
9. Wang, X., Yin, Z., & Li, Y. (2011). The Stress Analysis of Different Circular Saw Structures During Cutting. *International Academic Conference on Machinery, Materials Science and Engineering Applications*, 471–478.
10. Xinpei, X., Chengyong, W., Jiayan, C., et al. (2012). Effect of Roll Tensioning and Clamping Ratio on Natural Frequency of Circular Saw Blade for Wood Cutting Process. 13th International Conference on Tools (ICT–2012), 89–94.
11. Yakunin, N. K. (1977). *Round saws and their operation*. Moscow: Lesnaya. promyshlennost. [In Russian].

L. F. Dzyuba<sup>1</sup>, O. Yu. Chmyr<sup>1</sup>, O. V. Menshykova<sup>1</sup>, Kh. I. Lishchynska<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Lviv State University of Life Safety, Lviv, Ukraine

<sup>2</sup> Hetman Petro Sahaidachnyi National Army Academy, Lviv, Ukraine

## SIMULATION OF TRANSVERSE OSCILLATIONS OF THE CUTTING MECHANISM OF THE CIRCULAR SAW MACHINE

A dynamic model of transverse oscillations of the cutting mechanism of the circular saw machine is proposed. The dynamic model of the cutting mechanism is presented using a calculation scheme and described by a fourth-order differential equation in partial derivatives. The calculation scheme is supposed to be a rod on two supports with a cantilever section. The length of the rod is divided into two sections. The length of the first section of the rod corresponds to the distance between the supports of the saw shaft; the length of the second cantilever section is equal to the distance from the support of the shaft to the location of the circular saw. A round saw with a certain mass and moment of inertia is located on the free end of the cantilever section. Eight boundary conditions are written according to the calculation scheme for solving the differential equation of free transverse oscillations of the cutting mechanism. For the first section between the supports of the saw shaft, the boundary conditions correspond to the hinged support of the ends of the section. For the second cantilever section of the saw shaft in the boundary conditions, the placement of the circular saw is taken into account due to its mass and the moment of inertia of the mass. The solution of the differential equation of transverse oscillations of the rod was devised considering the boundary conditions by the method of separation of variables using the mathematical environment Maple. The transcendental equation of the frequency of transverse oscillations of the cutting mechanism was obtained, and the values of the first two frequency coefficients were determined as well. The values of the frequency coefficients are found from system determinant equal to zero. The influence of the lengths of both sections of the saw shaft on the value of the first and second frequency coefficients is investigated. Their value is found to be significantly influenced by the length of the cantilever section of the saw shaft, i.e. the distance from the shaft support to the location of the circular saw. The values of the first two frequency coefficients are summarized in the table considering the lengths of both sections of the saw shaft. The influence of the mass and the moment of inertia of the circular saw on the first frequency of the own transverse oscillations of the cutting mechanism of the circular saw machine was also investigated. These mass characteristics of the circular saw are calculated due to its diameter and the thickness of the saw blade. Transverse oscillations of the cutting mechanism with a placed circular saw with a diameter of 500 mm, 650 mm and 800 mm with a saw blade thickness of 3.2 mm were studied.

**Keywords:** saw shaft; frequency equation; own oscillation frequency; frequency coefficients; circular saw.