



УДК 664.053;536.7

## ТЕРМОДИНАМІЧНИЙ І ТЕПЛОВИЙ ПІДХІД ДО СТІЙКОСТІ ФАЗ ПІД ЧАС КИПІННЯ РІДИН

**Ломейко О.П., к.т.н.,**

*Таврійський державний агротехнологічний університет*

**Кулінченко В. Р., д.т.н.**

*Національний університет харчових технологій*

Тел. (0619) 42-10-04

**Анотація** – розглянуто бульбашкове кипіння на дротиках, стрижнях, пластинах і одиничних ребрах. Виявлена аналогія стійкості стабільних і метастабільних станів за хімічним потенціалом у термодинаміці і режимів кипіння, де використовується синенергетичне поняття фази, за допомогою функціоналів Ляпунова. Визначена межа метастабільності і стабільності режимів кипіння, на якій швидкість автохвиль дорівнює нулю, і отримані діаграми стабільності. Показано, що швидкість автохвиль нульова, якщо функціонал Ляпунова, де варіаційна похідна дорівнює нулю на постійних температурних полях системи нагрівач – кипляча рідина, приймає рівні значення на фазах.

**Ключові слова:** кипіння, фази, автохвилі, термодинаміка теплообмін, хімічний потенціал.

*Постановка проблеми.* Бістабільність (мультистабільність) системи означає, що за однакової дії зовнішнього середовища (на вході) система може знаходитися в одному з двох (і більше) стійких до малих подразнень стаціонарних станах. Ці стани називаються фазами у синенергетичному змісті за аналогією з термодинамічними фазовими переходами першого роду в рівноважних системах. У цьому разі стійкість можна розуміти як стійкість у першому наближенні за Ляпуновим. Часто одна з фаз не бажана чи небезпечна. А подразнення – як від зовнішнього середовища, так і внутрішні властиві системі, – можуть призводити до зміни стану. Виникає проблема стійкості, тобто визначення цих небезпечних подразнень.

*Аналіз останніх досліджень.* Система нагрівач – кипляча рідина є типовою бістабільною системою, тому що вона має два стійких стаціонарних стана, що відповідають бульбашковому і плівковому ки-



пінню. Бістабільним системам притаманні такі явища самоорганізації, як авто хвильові переходи між фазами, які руйнують метастабільний стан критичними зародками стабільної фази.

За певних умов фази можуть знаходитися у рівновазі та існувати разом, без зовнішньої допомоги досить тривалий час. Для кипіння на стрижні чи дротику у великому об'ємі поняття рівноважного теплового потоку  $q_{cq}$  було введено і використано ще 1962–1964 рр. [1, 2]. Аналогічні поняття пізніше виникли під час вивчення проблеми руйнування надпровідності зовнішнім подразненням. Просліджуються математичні аналогії з теорією горіння і вибухом, фізикою газового розряду, де подібні явища інтенсивно досліджуються. Складається думка, що  $q_{cq}$  є біфуркаційною граничною точкою, яка розмежує області метастабільності і стабільності режимів кипіння. Такі фазові переходи у мультістабільних середовищах зараз вивчаються з позиції загального синергетичного підходу, опрацьовується теоретичний апарат на базі теорії автохвильових процесів, узагальнення прямого методу Ляпунова на розподілені системи і математичної теорії катастроф, що включають результати теорії особливостей гладких відображень Уїтні і теорії біфуркацій динамічних систем Пуанкаре–Андрона.

*Формулювання цілей статті.* Цей напрямок безумовно перспективний, але при цьому неможна забувати деякі особливості, властиві тільки процесу кипіння. Специфіка кипіння проявляється в тому, що стійкість режиму неможна розглядати окремо від способу нагріву. Для кожного способу нагріву повинні бути визначені межі областей стабільного і метастабільного кипіння. Стійкість режиму кипіння також пов'язана з геометрією поверхні нагріву, орієнтацією нагрівача в полі сил тяжіння, орієнтація руху рідини (кипіння у великому об'ємі чи трубі).

*Основна частина.* У даній роботі показана аналогічність оцінки стійкості метастабільних і стабільних станів за хімічними потенціалами в термодинаміці і режимів кипіння за функціоналом Ляпунова, чия варіаційна похідна дорівнює нулю на стаціонарних температурних полях системи нагрівач – кипляча рідина. Для основних способів нагріву показано, що границі областей метастабільності, на яких швидкість автохвиль дорівнює нулю, визначається з умови рівності значень функціоналу Ляпунова на синергетичних фазах.

*Стійкість фаз у термодинаміці.* Якщо нагрівати чисту, практично без розчинених газів в посудині з гладкими стінками, то можна перегріти рідину значно вище температури кипіння за заданого тиску. Але якщо піддати цю систему будь-якому подразненню, то рідина в посудині миттєво закипає і перетворюється в перегріту пару. Існують і інші типи метастабільних станів речовини [3].

Розглянемо ван-дер-ваальсівський газ, рівняння стану якого запишемо в наступному вигляді [3]:

$$\left(p + \frac{3}{v^2}\right)(3v - 1) = 8t, \quad (1)$$

де  $v = V/V_{кр}$ ,  $p = P/P_{кр}$ ,  $t = T/T_{кр}$ ,  $V$ ,  $P$ ,  $T$ ,  $V_{кр}$ ,  $P_{кр}$ ,  $T_{кр}$  – приведені і питомі об'єм, тиск, абсолютна температура і критичні їх значення. Наприклад, для води  $P_{кр} = 22,129$  МПа,  $T_{кр} = 374,15$  °С.

Ізотерми ван-дер-ваальсівського газу в  $p$ - $v$  діаграмі наведені на рис. 1. На до критичній ізотермі 3 наведений фазовий перехід  $A$ - $C$ - $E$  рідина-пара, тобто двофазна суміш. За правилом Максвелла заштриховані на рис. 1 площі повинні бути рівні. Ділянки  $A$ - $B$  і  $D$ - $E$  відповідають метастабільному стану рідини і пари. Точки  $A$  і  $E$  належать бінодалі,  $B$  і  $D$  – спінодалі. В точках  $B$  і  $D$  речовина з ймовірністю 100% переходить до стабільного стану.

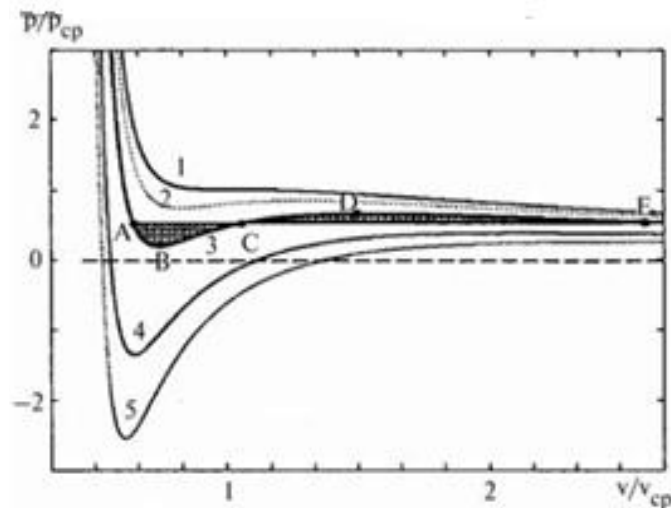


Рис.1. Ізотерми ван-дер-ваальсівського газу на  $p$ - $v$  діаграмі (у приведенному вигляді): 1 –  $T/T_{кр} = 1$ ; 2 –  $T/T_{кр} = 0,95$ ; 3 –  $T/T_{кр} = 0,87$ ; 4 –  $T/T_{кр} = 0,7$ ; 5 –  $T/T_{кр} = 0,6$ ;  $A$ - $B$  – метастабільний стан рідини;  $B$ - $C$ - $D$  – фізично реалізувати неможливо;  $D$ - $E$  – метастабільний стан пари;  $A$ - $C$ - $E$  – фазовий перехід рідина-пара (заштриховані площадки рівні між собою).

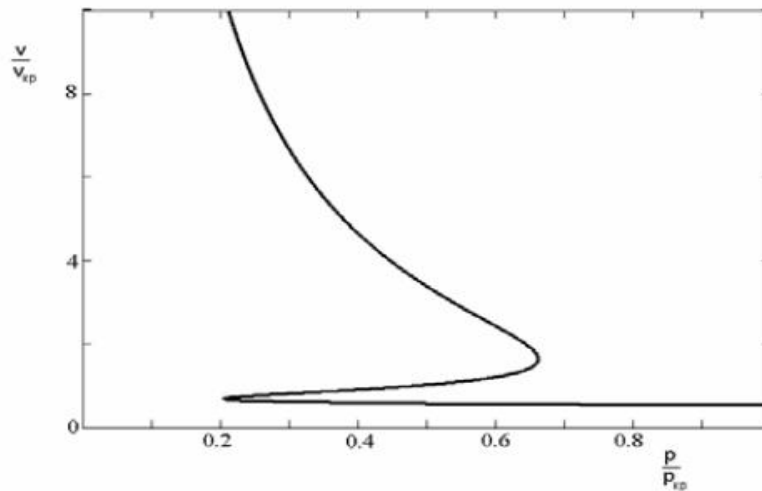


Рис. 2. Три кореня рівняння Ван-дер-Ваальса для приведенного питомого об'єму при  $T/T_{кр}=0,87$

Рівняння (1) відносно  $v$  має третю ступінь, тому має три кореня, рис. 2. Графік на цьому рисунку показує часткову похідну хімічного потенціалу  $\phi(p,t)$  за  $p$  при сталій  $t$ . Як відомо, хімічний потенціал (питомий масовий ізобарно-ізотермічний потенціал  $\phi$ ) володіє наступними властивостями: якщо дві фази знаходяться у рівновазі, то рівні між собою не тільки  $p$  і  $t$ , але і  $\phi$ ; в ізобарно-ізотермічному процесі  $\phi$  завжди зменшується, прямуючи до мінімуму в точках рівноваги термодинамічної системи.

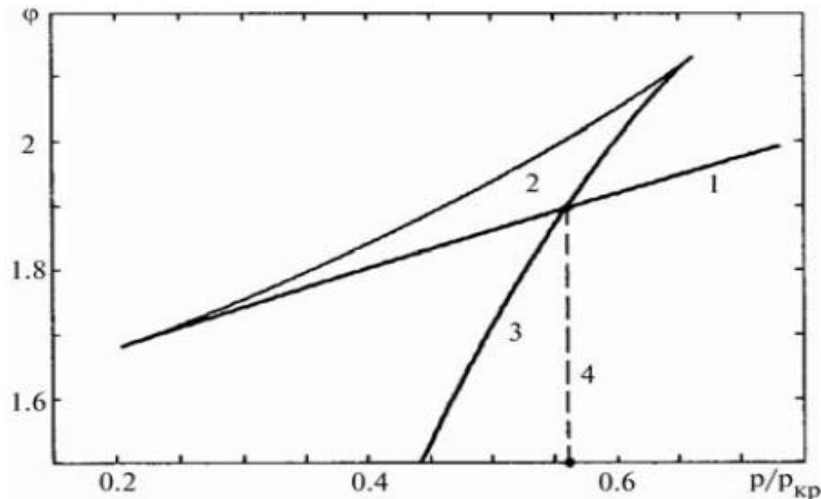


Рис. 3. Залежність хімічного потенціалу від приведенного тиску при  $T/T_{кр}=0,87$ : 1 – рідина; 2 – не реалізований стан; 3 – пара; 4 – точка фізичної рівноваги (рівноважний тиск  $p_{cq}$ ).

Інтегруючи залежність  $v$  (рис. 2) за  $p$  при  $t=\text{const}$ , отримаємо хімічний потенціал  $\phi$ , рис.3. Точка 4 показує величину  $p_{cq}$  тиску фазової рівноваги. При  $p_{cq}<p_{cq}$  процес йде в бік переходу речовини з рідкої фази в пару, тобто рідина метастабільна. При  $p_{cq}>p_{cq}$  процес йде в бік пе-



реходу речовини в рідку фазу, тобто пара метастабільна. З двох фаз стабільна та, у якої  $\phi$  менше.

Як показано нижче, всі відмічені властивості  $\phi$  належні функціоналу Ляпунова  $J$ , чия варіаційна похідна [4] дорівнює нулю на стаціонарних температурних полях систем нагрівач – кипляча рідина.

*Кипіння за сталих: об'ємному виділенні тепла в стрижні, силі струму електронагрівача і температурі нагрівання тонкої стінки рідини.* Приймаємо, що, по-перше, стінка нагрівача має достатню теплоємність, щоб не реагувати на флуктуації, пов'язані зі статичною природою процесу кипіння, і акумулювати достатньо теплоти для зміни режиму кипіння.

Таким чином, режим кипіння однозначно пов'язаний з температурою поверхні нагріву. По-друге, механізм перенесення теплоти до киплячої рідини і гідродинамічна структура пристінного шару не розглядаються, але рідині надаються властивості відведення теплоти від гріючої стінки за повністю визначеному, знайденому з експериментів, закону (кривій кипіння)  $q(\theta)$ , де  $\theta$  – температурний напір стінки. За таких умов математичною основою є аналіз рівняння теплопровідності для поверхні нагріву за умови, що стікання теплоти, обумовлена кипінням, є заданою функцією температури.

У [5] розглянуті випадки: 1) достатньо довгого горизонтального стрижня з постійним внутрішнім тепловиділенням ( $q_s = \text{const}$ ), зануреного у великий об'єм рідини і виконаного з матеріалу з хорошою теплопровідністю,  $Bi \ll 1$ ; 2) постійної сили струму ( $I = \text{const}$ ) і залежності електричного опору матеріалу нагрівача від температури; 3) кипіння у великому об'ємі на верхній поверхні достатньо довго] вздовж  $x$  тонкої горизонтальної пластини, нижня поверхня якої гріється рідиною з температурою  $\theta_p = \text{const}$ . Наведений функціонал Ляпунова  $J_1[\theta]$ , показує, що авто хвиля нерухома і додержується байдужа рівновага режимів, якщо виконується умова  $J_1[\theta_1] = J_1[\theta_3]$ , тобто рівновага  $J_1$  на фазах – температура  $\theta_1$  бульбашкового кипіння і  $\theta_3$  плівкового. Стійкість режимів кипіння оцінюється за допомогою діаграми стабільності.

Таким чином, режими  $\theta_1$  і  $\theta_3$  у даному випадку є аналогами фаз у термодинаміці, функціонал  $J_1$  є аналогом хімічного потенціалу  $\phi$ , роль параметра стану  $p$  відіграє величина  $q_s$ ,  $I$  і  $\theta_p$ , при цьому  $p_{cq}$  (A-C-E на рис.1 і точка 4 на рис. 3) відповідає рівноважному тепловому потоку  $q_{cq}$ , силі струму  $I_{cq}$ , температурі рідини, що віддає тепло  $\theta_p^{cq}$ .

*Робристі поверхні.* У [5] розглянуто кипіння на поверхні плоского ребра висотою  $h$  і товщиною  $H$ , достатньої довжини вздовж  $x$ . Наведений функціонал Ляпунова  $J_2$  для двох видів граничних умов в основі ребра: температурі  $\theta_0 = \text{const}$  і тепловому потоці  $q_0 = \text{const}$ . Одному значенню  $\theta_0$  можуть відповідати три значення  $q_0$  (і навпаки): у режимі  $\theta_{пл}(y)$  вся поверхня ребра зайнята плівковим кипінням, у режимі  $\theta_{бул}(y)$  – значна частина поверхні зайнята бульбашковим кипінням, в



режимі  $\theta_{\text{пер}}(y)$  – за висотою ребра перехідне і плівкове кипіння. Показано, що авто хвиля нерухома і підтримується байдужна рівновага режимів якщо виконується рівність  $J_2$  на фазах:  $J_2[\theta_{\text{бул}}(y)] = J_2[\theta_{\text{пл}}(y)]$ , тобто або умова  $\theta_0 = \theta_{cq}$ , або  $q_0 = q_{cq}$ .

Таким чином, режими утворювані комплексами  $\theta_{\text{бул}}(y)$  і  $\theta_{\text{пл}}(y)$ , у даному випадку є аналогами фаз у термодинаміці, функціонал  $J_2$  є аналогом хімічного потенціалу  $\phi$ , роль параметру стану  $p$  відіграють задані на нижній поверхні ребра чи температурі  $\theta_0$ , чи тепловому потоку  $q_0$ , при цьому  $p_{cq}$  відповідає чи  $\theta_{cq}$ , чи  $q_{cq}$ .

*Стрижень з мало теплопровідним покриттям і з мало теплопровідним осердям в оболонці.* Паливні елементи реакторів, що охолоджуються водою під тиском, мають циліндричну форму і складаються з осердя (довжиною  $L \rightarrow \infty$ , діаметром  $d$ ) з оболонкою товщиною  $h$  ( $d \gg h$ ) і коефіцієнтом теплопровідності  $\lambda_t$ . Це випадок, коли теплопровідність оболонки (покриття) значно більша теплопровідності осердя (основи):  $\lambda_t \gg \lambda$ .

При певних припущеннях наближені рівняння, що описують температурне поле  $\theta$  осердя з оболонкою з температурою  $t$ , мають вид:

$$c_p \frac{d}{4} \frac{\partial \theta}{\partial \tau} = \lambda \frac{d}{4} \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + [q_s - k_2(\theta - t)]; \quad (2)$$

$$c_t \rho_t h \frac{\partial t}{\partial \tau} = h \lambda_t \frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + [k_2(\theta - t) - q(t)], \quad (3)$$

де  $c_t$ ,  $\rho_t$  – питома теплоємність і густина оболонки,  $(d/6\lambda + h/\lambda_t + \delta_{\text{газ}}/\lambda_{\text{Na}})^{-1}$ ,  $\delta_{\text{газ}}$ ,  $\lambda_{\text{Na}}$  – товщина і теплопровідність газового зазору.

Точки  $t_1$ ,  $t_2$ ,  $t_3$  перетину N-подібної кривої кипіння  $q(t)$  і лінії теплового навантаження  $q_s$  є ізотермічними стаціонарними розв'язками і відповідають стійкому бульбашковому режиму, нестійкому перехідному і стійкому плівковому кипінню на поверхні оболонки ТВЕЛУ. При цьому, як видно з (2) і (3), осердя має відповідні температури  $\theta_i = t_i + q_s/k_2$ ,  $i=1,2,3$  (рис. 4).

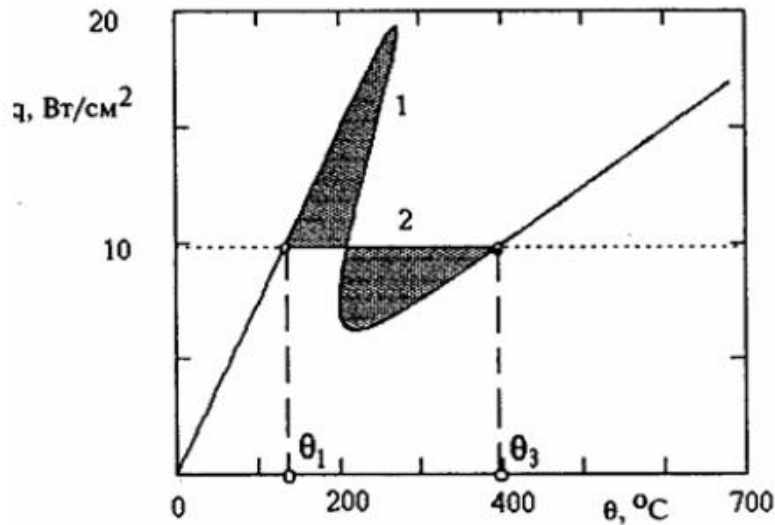


Рис. 4. Крива кипіння фреону R113 на сталевому X18H10T стрижні з  $d=3$  мм покритому клеєм BC-10T,  $h=0,3$  мм, 1 – в залежності від температури основи, 2 – рівноважні навантаження  $q_{сq}$  (заштриховані площадки рівні між собою)

Аналогічна ситуація має місце у випадку, коли поверхня нагріву окислена, забруднена чи покрита захисною плівкою з плохого теплопровідністю (основа – стрижень довжиною  $L \rightarrow \infty$ , діаметром  $d$  має зовнішній шар товщиною  $h$  з теплопровідності  $\lambda_r$ ). Цей випадок достатньо вивчений стосовно композитних надпровідників. У цьому випадку теплопровідність основи  $\lambda \gg \lambda_r$ . За певних умов рівняння, які описують температурне поле  $\theta$  стрижня з ізотропним покриттям з температурою  $t$ , співпадають з (2, 3), де  $c_t$ ,  $\rho_t$  – питомі теплоємність і густина покриття,  $k_2 = \lambda_r/h$ .

Відмітимо, що пряма  $k_2(\theta - t)$  і  $q(t)$  можуть мати три точки перетину, тобто крива кипіння  $q(\theta)$  в залежності від температури основи  $\theta$  може мати Z-подібний вигляд, рис. 4.

Розглянемо випадок усталеного виділення тепла в основі чи в осерді ( $q_s = \text{const}$ ). Нехай також ліва частина нагрівача зайнята бульбашковим кипінням, права – плівковим:

$$\frac{\partial t}{\partial x} \xrightarrow{x \rightarrow \pm\infty} 0, \quad \frac{\partial \theta}{\partial x} \xrightarrow{x \rightarrow \pm\infty} 0, \quad (4)$$

$$t \xrightarrow{x \rightarrow -\infty} t_1, \quad t \xrightarrow{x \rightarrow +\infty} t_3,$$

$$\theta \xrightarrow{x \rightarrow -\infty} t_1 + \frac{q_s}{k_2}, \quad \theta \xrightarrow{x \rightarrow +\infty} t_3 + \frac{q_s}{k_2}. \quad (5)$$

Функціоналом Ляпунова, чия варіаційна похідна дорівнює правим частинам (2) і (3), для (2)–(5) є:

$$J_3[\theta, t] = \frac{1}{L} \int_0^L \left\{ \frac{\lambda}{2} \frac{d}{dx} \left( \frac{\partial \theta}{\partial x} \right)^2 + \frac{\lambda_t h}{2} \left( \frac{\partial t}{\partial x} \right)^2 - \int_0^\theta [q_s - k_2 \theta] d\theta - \int_0^t [k_2(\theta - t) - q(t)] dt \right\} dx. \quad (6)$$

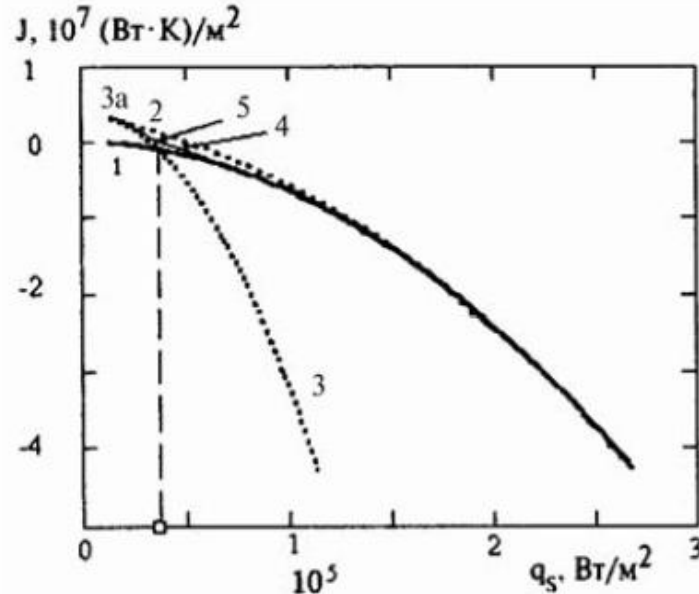


Рис. 5. Діаграма стабільності режимів кипіння для стрижня з покриттям:

1 і 1а – стабільне і метастабільне бульбашкове кипіння, 3 і 3а – плівкове, 2 – перехідне, 4 і 5 – доменні лінії, прямокутна точка – значення рівноважної  $q_{cq}$ .

Можна показати, що під час руху безперервно диференційованих  $\theta(x, \tau)$  і  $t(x, \tau)$  рівняння екстремалі Ейлера-Лагранжа для (6) є стаціонарні рівняння (2) і (3) за граничних умов (4) чи (5). Функціонал (6) має аналогічний  $J_1, J_2$  зміст теплового потенціалу температурних полів: величина  $J_2[\theta, t]$  екстремальна за стаціонарних вирішень  $\theta(x), t(x)$  і монотонно спадає на других розв'язках  $\theta(x, \tau), t(x, \tau)$  рівнянь (2) і (3), тому що  $dJ/d\tau \leq 0$ .

Якщо шукати розв'язок (2)–(5) у вигляді авто хвилі, що рухається зі швидкістю  $w_3$  вздовж нагрівача, то після заміни  $\theta(z) = \theta(x - w_3 \tau), t(z) = t(x - w_3 \tau)$  можна отримати вираз

$$w_3 = \frac{J_3[\theta_1, t_1] - J_3[\theta_3, t_3]}{\int_{-\infty}^{\infty} \left\{ c_p \frac{d}{dz} \left( \frac{\partial \theta}{\partial z} \right)^2 + c_t \rho_t h \left( \frac{\partial t}{\partial z} \right)^2 \right\} dz}. \quad (7)$$

Вираз (7) виходить із (2) і (3) у векторній формі запису після скалярного множення на вектор  $\{d\theta/dz, dt/dz\}$  і інтегрування по  $z$  від  $-\infty$  до  $+\infty$ , з використанням (4)–(6). Із (7) виходить, що авто хвиля нерухома і дотримується байдужа рівновага режимів, якщо виконується умова  $J_3[\theta_1, t_1] = J_3[\theta_3, t_3]$ , тобто рівність  $J$  на фазах. Зауважимо, що у





випадку  $\lambda = \text{const}$ ,  $q_s = \text{const}$  це буде еквівалентне рівності заштрихованих площадок як на вихідній кривій кипіння  $q(t)$ , так і при Z-подібній функції  $q(\theta)$  (рис. 4), оскільки інтеграл від параметрично заданої плоскої кривої  $\theta = t + q(t)/k_2$  і  $q = q(t)$  також дорівнює нулю.

Значення функціоналу (6) на стаціонарному профілі температури характеризують стійкість даного профілю. Оцінити стійкість різних режимів кипіння можна, якщо використати діаграму стабільності (рис. 5). Формули, за якими розраховувалися лінії 1, 2 і 3 на рис. 5, отримані з (6) у вигляді параметрично заданої кривої, де параметром є температура  $t$  покриття стрижня:

$$\begin{cases} J(t) = \int_0^{\theta(t)} [k_2 \theta - q_s(t)] d\theta + \int_0^t [q(\xi) - k_2 \cdot \theta(t) - \xi] d\xi, \\ q_s(t) = q(t), \\ \theta(t) = t + \frac{q_s(t)}{k_2}. \end{cases} \quad (8)$$

Якщо значення функціоналу (6) на фазах рівні, то це служить критерієм визначення границі метастабільності режимів кипіння.

Доменні лінії [5] (4 і 5 на рис. 5) є аналогом значень хімічного потенціалу  $\phi$  за критичного розміру бульбашки в системі рідина – пара бульбашка.

Таким чином, режими, утворені комплексами  $\theta_1, t_1$  і  $\theta_3, t_3$  у даному випадку є аналогами фаз у термодинаміці, функціонал  $J_3$  із (6) є аналогом хімічного потенціалу  $\phi$ , роль параметра стану  $p$  відіграє величина тепловиділення  $q_s$  в основі чи осерді, при цьому  $p_{cq}$  відповідає  $q_{sq}$ .

*Товста стінка, що нагрівається знизу і охолоджується кипінням.* Розглянемо стінку товщиною  $H$ , що має знизу поверхню нагріву. Якщо стінка має достатню довжину вздовж одної з осей  $x$  (ось  $y$  спрямована по товщині стінки, довжина  $L \rightarrow \infty$ ), то за  $Bi = \alpha_p H / \lambda \gg 1$ , де  $\alpha_p$  – коефіцієнт тепловіддачі, температурне поле  $\theta(x, y, \tau)$  описується дво-вимірним рівнянням теплопровідності:

$$c_p \frac{\partial \theta}{\partial \tau} = \lambda \left( \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} \right). \quad (9)$$

Граничні умови на верхній поверхні, що охолоджується кипінням:

$$-\lambda \left. \frac{\partial \theta}{\partial y} \right|_{y=h} = q(t), \quad (10)$$

де  $t$  температура верхньої частини пластини (при  $y=H$ ). На нижній поверхні, що нагрівається, якщо відома її температура  $\theta_0 = \text{const}$ :

$$\theta_{y=0} = \theta_0. \quad (11)$$

або якщо на нижній поверхні відомий тепловий потік:

$$-\lambda \frac{\partial \theta}{\partial y} \Big|_{y=0} = q_0 \quad (12)$$

або якщо нагрівання виконується гарячою рідиною з температурою  $\theta_p$ :

$$-\lambda \frac{\partial \theta}{\partial y} \Big|_{y=0} = \alpha_\delta (\theta_\delta - \theta_0), \quad (13)$$

де  $\theta_0$  – температура нижньої частини поверхні пластини (при  $y=0$ ).

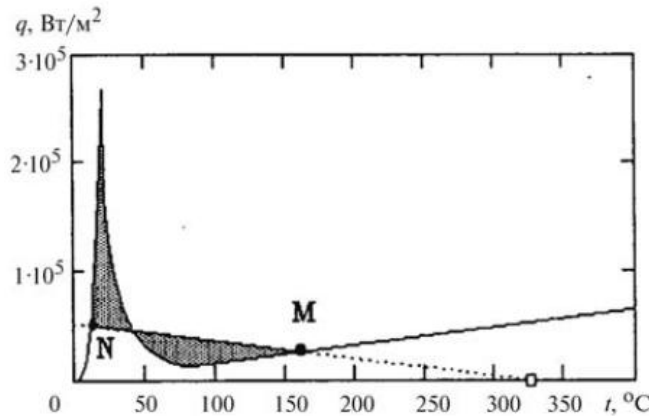


Рис. 6. Крива кипіння фреону R113, лінії NM:  $q = (1/\alpha_p + H/\lambda)^{-1} [\theta_p - 1]$  за  $\alpha_p = 2 \cdot 10^2$  Вт/(м<sup>2</sup>К), латунь,  $H = 7$  см. Прямокутна точка –  $\theta_p^{cq}$ . Заштриховані площадки рівні між собою, N –  $t_1$ , M –  $t_3$

Якщо пряма  $\lambda/h[\theta_0 - t]$  і N-подібна крива кипіння  $q(t)$  мають три точки перетину, то можливі локально стійкі режими  $\theta_{бул}(y)$  і  $\theta_{пл}(y)$  з температурами на поверхні охолодження:  $t_1$  – бульбашковий і  $t_3$  – плівковий. Із (9)–(11) виходить, що ці режими мають лінійний розподіл за  $y$ :

$$\theta(y) = \theta_0 + \frac{y}{H} (t - \theta_0). \quad (14)$$

Для (12) температура поверхні, що нагрівається, становить:

$$\theta_{01} = t_1 + \frac{H}{\lambda} q_0, \quad \theta_{03} = t_3 + \frac{H}{\lambda} q_0, \quad (15)$$

а для (13) відповідно:

$$\theta_{01} = \frac{\text{Bi}\theta_\delta + t_1}{1 - \text{Bi}}, \quad \theta_{03} = \frac{\text{Bi}\theta_\delta + t_3}{1 - \text{Bi}}. \quad (16)$$

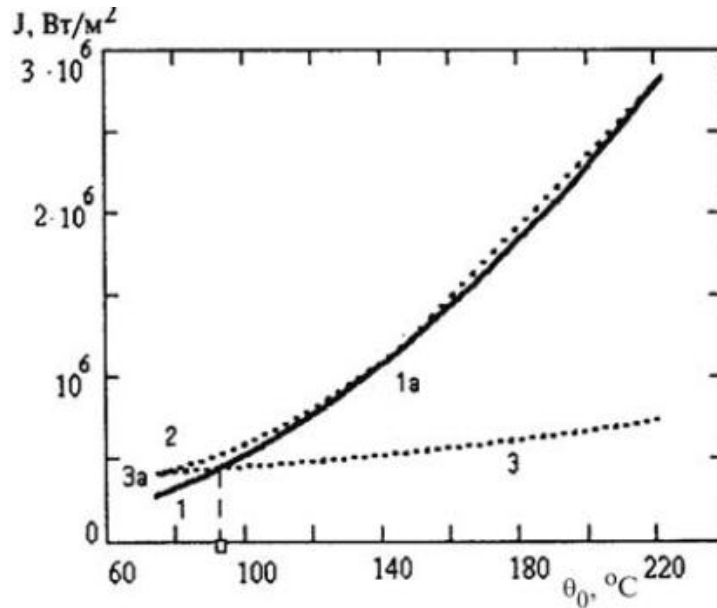


Рис. 7. Діаграма стабільності режимів кипіння для товстої пластини з постійною температурою нижньої поверхні: 1 і 1а – стабільне і метастабільне бульбашкове кипіння, 3 і 3а – плівкове, 2 – перехідне, прямокутна точка –  $\theta_{cq}$

Якщо ліва частина пластини – бульбашкове кипінням, а права – плівкове:

$$\frac{\partial \theta}{\partial x} \xrightarrow{x \rightarrow \pm \infty} 0, \quad (17)$$

$$\theta \xrightarrow{x \rightarrow -\infty} \theta_{\text{аоёё}}(y), \quad \theta \xrightarrow{x \rightarrow +\infty} \theta_{\text{іёё}}(y). \quad (18)$$

Функціонал Ляпунова для (9)–(13), (17) і (18):

$$J_4[\theta] = \frac{1}{L} \int_0^L \left\{ \int_0^h \left( \frac{\partial \theta}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial \theta}{\partial y} \right)^2 \right\} dy + \int_0^t q(t) dt - \int_0^{\theta} \alpha_{\delta} (\theta_{\delta} - \theta) d\theta - \int_0^{\theta_0} q_0 d\theta \Bigg\} dx. \quad (19)$$

Якщо шукати розв'язок (9)–(13), (17) і (18) у вигляді авто хвилі, що рухається зі швидкістю  $w_4$  вздовж пластини, то після заміни  $\theta(z, y) = \theta(x - w_4 \tau, y)$  можна отримати вираз:

$$w_4 = \frac{J_4[\theta_{\text{аоёё}}(y)] - J_4[\theta_{\text{іёё}}(y)]}{c_p \int_0^h \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} \left( \frac{\partial \theta}{\partial z} \right)^2 dz \right\} dy}, \quad (20)$$

де  $\theta_{\text{бул}}(y)$  і  $\theta_{\text{пл}}(y)$  визначаються з (14)–(16).

Вираз (20) виходить з (9)–(13) після множення на  $\partial \theta / \partial z$  і інтегрування спочатку за  $z$  від  $-\infty$  до  $+\infty$ , далі за  $y$  від 0 до  $h$  з використанням (17)–(19).



З (20) виходить, що авто хвиля нерухома і спостерігається байдушна рівновага режимів, якщо виконується рівність  $J$  на фазах:  $J_4[\theta_{бул}(y)] = J_4[\theta_{пл}(y)]$ , тобто чи умова  $\theta_0 = \theta_{cq}$  (рис. 7), або  $q_0 = q_{cq}$ , чи  $\theta_p = \theta_p^{cq}$  (рис. 6).

Значення функціоналу (19) на будь-якому стаціонарному профілі температури характеризує стійкість цього профілю (рис. 7). Формули, за якими розраховуються лінії 1, 2 і 3 на рис. 7 отримані із (19) у вигляді параметрично заданої кривої, де параметром є температура охолоджувальної поверхні пластини:

$$\begin{cases} J(t) = \int_0^t q(\xi) d\xi + \frac{H}{2\lambda} q^2(t), \\ \theta_0(t) = t + \frac{Hq(t)}{\lambda}. \end{cases} \quad (21)$$

Якщо значення функціоналу (19) на фазах рівні між собою, то це служить критерієм для визначення границі метастабільності режимів кипіння.

Таким чином, утворені комплексами  $\theta_{бул}(y)$  і  $\theta_{пл}(y)$  із (14)–(16), у цьому випадку є аналогами фаз в термодинаміці, функціонал  $J_4$  із (19) є аналогом хімічного потенціалу  $\phi$ , роль параметрів стану  $p$  відіграють задані на нижній поверхні, що обігривається, бо температура  $\theta_0$  чи тепловий потік  $q_0$ , або температура рідини нагріву  $\theta_p$ , при цьому  $p_{cq}$  відповідає або  $\theta_{cq}$ , чи  $\theta_p^{cq}$ .

Зауважимо, що всі розглянуті вище випадки можна об'єднати за допомогою варіаційної похідної функції  $J$ . Рівняння (2), (3), (9) і (10) і т. ін. можна записати так:

$$cp \frac{\partial \theta}{\partial \tau} = - \frac{\delta J}{\delta \theta}, \quad (22)$$

де праворуч стоїть варіаційна похідна функціоналу [4] (за властивостями подібна до звичайної похідної). Співвідношення для швидкості авто хвилі  $w$  отримують наступним чином. Після заміни  $\theta(z) = \theta(x - wt)$  із (22) виходить:

$$-cpw \frac{\partial \theta}{\partial z} = - \frac{\delta J}{\delta \theta}. \quad (23)$$

Помножимо (23) на  $d\theta/dz$  і інтегруючи за  $z$  від  $-\infty$  до  $+\infty$ , отримаємо:

$$-cpw \int_{-\infty}^{\infty} \left( \frac{\partial \theta}{\partial z} \right)^2 dz = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\delta J}{\delta \theta} \frac{\partial \theta}{\partial z} dz = - \int_{\theta_1}^{\theta_3} \frac{\delta J}{\delta \theta} d\theta = -J[\theta_3] + J[\theta_1], \quad (24)$$

де через  $\theta_1$  і  $\theta_3$  позначені фази,  $J$  – функціонал (6) або (19). Із (24) слідує (7), (20) та ін. для покриття, ребра, товстої пластини і т. ін.



*Висновки.* У залежності від способу обігріву і геометрії нагрівача (стрижень без покриття і з покриттям, тонка і товста стінки, орєбрєння) для розмежування областей метастабільності режимів можуть використовуватися поняття рівноважних: теплового потоку  $q_{cq}$ , сили струму  $I_{cq}$ , температури рідини, що нагріває,  $\theta^{cq}_p$ , граничної температури  $\theta_{cq}$ . Роль термодинамічного параметра стану (тиск)  $p$  відіграють величини  $q_s$ ,  $I$ ,  $\theta_p$ ,  $\theta_0$ , а термодинамічне поняття фази відповідає синергетичній фазі з цілого комплексу, обумовленого режимами кипіння охолоджувача, геометрією нагрівача, способом нагрівання тощо, і таким що створює стійкий до малих подразнень стаціонарний температурний режим. Функціонал Ляпунова  $J$ , чия варіаційна похідна дорівнює нулю на стаціонарних температурних полях систем нагрівач – кипляча рідина, є аналогом хімічного потенціалу  $\phi$ , а величини  $q_{cq}$ ,  $I_{cq}$ ,  $\theta^{cq}_p$ ,  $\theta_{cq}$  є аналогами тиску  $p_{cq}$  за фазової рівноваги.

Розглянута область метастабільних і стабільних режимів стану рівноваги фаз, де швидкість авто хвилі дорівнює нулю. Для визначення умов рівноваги можна використати єдину методику розрахунку, основу на функціоналах Ляпунова. Наглядно порівняти режими кипіння за рівнянням їх стійкості дозволяє діаграма стабільності. Різницю значень функціоналів на фазах характеризує величину і напрямок швидкості авто хвилі: швидкість тим більша чим більша ця різниця. Швидкість дорівнює нулю за умови рівності цих значень.

#### Література

1. Kovalev S.A. An investigation of minimum heat fluxes in pool boiling of water // Int. J. Heat Mass Transfer. 1966. V. 9. – p. 1219-1226.
2. Петухов Б.С. Теплообмен в ядерных энергетических установках / Петухов Б.С., Генин Л.Г., Ковалев С.А., Солоньев С.Л. – М.: МЭИ, 2003. – 548 с.
3. Кириллин В.А. Техническая термодинамика / Кириллин В.А., Сычев В.В., Шейндлин А.Е. – М.: Энергоатомиздат, 1983. – 416 с.
4. Гельфанд И.М., Фомин С.В. Вариационное исчисление. М.: Гос. изд. физ.-мат. лит., 1961. – 228 с.
5. Ковалев С.А. Усатиков С.В. Оценка устойчивости режимов кипения с помощью диаграмм стабильности // ТВТ, 2003. т. 41, № 1. – с. 77-88.



## ТЕРМОДИНАМИЧЕСКИЙ И ТЕПЛОВОЙ ПОДХОД К СТОЙКОСТИ ФАЗ ПРИ КИПЕНИИ ЖИДКОСТЕЙ

Ломейко А.П., Кулинченко В.Р.

*Аннотация* – рассмотрено пузырьковое кипение на проводочках, стержнях, пластинах и единичных ребрах. Обнаружена аналогия стойкости стабильных и метастабильных состояний по химическим потенциалам в термодинамике и режимов кипения, где используется синэнергетическое понятие фазы, с помощью функционалов Ляпунова. Определен предел метастабильности и стабильности режимов кипения, на которой скорость авто волн равняется нулю, и получены диаграммы стабильности. Показано, что скорость авто волн нулевая, если функционал Ляпунова, где вариационная производная равняется нулю на постоянных температурных полях системы нагреватель – кипящая жидкость принимает равные значения на фазах.

## THERMODYNAMICS AND THERMAL GOING NEAR FIRMNESS OF PHASES AT BOILING OF LIQUIDS

A. Lomeyko, V. Kulinchenko

### *Summary*

The bubble boiling is considered on ambages, bars, plates and single ribs. Found out the analogy of firmness of the stable and metastabilization states to on by chemical potential in thermodynamics and boiling modes, where the sinenergetics concept of phase is utilized, by functional of Lyapunova. The limit of metastabilization and stability of the boiling modes is certain, on which speed of auto of waves equals a zero, and the diagrams of stability are got. It is rotined that speed of auto of waves zeroes, if functional of Lyapunova, where a variation derivate equals a zero on the permanent temperature fields of the system heater – a boiling liquid takes on equal values on phases.