ВИКОРИСТАННЯ АРХЕОЛОГІЧНОГО МАТЕРІАЛУ НА УРОКАХ МАТЕМАТИКИ

Анна ЧІНЧОЙ

У статті розкрита методика використання археологічного матеріалу для створення задач з різних тем шкільного курсу математики.

The article describes the technique using archaeological material for creating tasks on various topics of school mathematics course.

Постановка проблеми. Археологія – комплексна історична наука, що вивчає історичне минуле людства за речовими історичними джерелами (стародавні предмети, конструкції, споруди, наслідки людської діяльності) або археологічними пам’ятками. Специфічний об’єкт археології – річ, предмет – вимагає особливих методів вивчення, що відрізняються від загальноісторичних. Археологія має зв’язки з фізикою, хімією, біологією, математикою (статистика, теорія ймовірностей, моделювання, логіка, аналітичні прийоми обробки інформації). Отже, ця наука має велике значення для освіти й виховання школярів. Педагогічний потенціал археологічної науки був усвідомлений давно й використовується тривалий час. ”Педагогічна археологія” – міждисциплінарна галузь знань перебуває на межі етнографії, педагогіки, археології і соціології. Одним із її предметів є адаптація сучасних методів виховання і навчання до особливостей археологічної науки. Педагогічна археологія більше зайнята навчанням на основі археологічних реконструкцій різних сторін побутової культури, мистецтва минулого, в поєднанні із соціологією виховання і етнопсихологією [1].

Людей приваблюють музейні речі своєю непідробною реальністю. Дивлячись на археологічну знахідку, школяр ніби доторкається до свого минулого, Важливо, щоб почуття захоплення переросло в інтерес, який у свою чергу стане одним із мотивів пізнання на уроках. Відомо, що навчання, побудоване на інтересі, а не на примушенні, цілеспрямованіше й продуктивніше. Використання археологічних матеріалів на уроках математики може не тільки прикрасити урок, зробити його цікавішим, й допоможе вчителю досягнути бажаної педагогічної мети, яка містить у собі пізнавальну, розвивальну й виховну складові.

Освітня складова використання археологічного матеріалу на уроках математики передбачає знайомство учнів із практичним використанням математичних методів, що має розширити їхній кругозір і доповнити матеріал підручника та збірників задач. У ході роботи із археологічними матеріалами в учнів розвивається логіка мислення, уміння індивідуальної пізнавальної роботи, формуються навички самостійного набуття знань .

Виховна складова передбачає формування ціннісних орієнтирів і переконань учнів на основі особистісного осмислення соціального, духовного й морального досвіду людей на основі минулого й сьогодення, виховання патріотизму та поваги до інших людей. Звичайно, не завжди на урок можна принести музейний раритет, та цього й не вимагається. Пожна обійтися репродукціями, копіями, макетами. Під використанням археологічного матеріалу на уроках математики ми розуміємо не наочне його оформлення, а ознайомлення учнів із математичними методами в археологічних дослідженнях. Речі також можуть «говорити», часто не гірше, ніж тексти. Навчити дітей ”слухати” мову речей за допомогою математики означає розвинути увагу учнів, асоціативне й абстрактне мислення, а головне − навчити логічно мислити.

Взагалі проблема практичного застосування математики неодноразово ставала предметом наукових досліджень, у працях З.І.Слєпкань, Г.П.Бевза, М.І.Бурди, В.О.Швеця, Б.В.Гнеденка, Ю.М.Колягіна, Н.А.Тарасенкової та ін.. Тим часом, внаслідок того, що математика в силу своєї багатогранності проникла у всі сфери людської діяльності, ця тема потребує постійного збагачення. Зокрема, у своєму дослідженні ми пропонуємо задачі з ”математичної археології”.

Мета статті – використання педагогічного потенціалу археологічної науки в навчальному процесі на уроках математики. Під педагогічним потенціалом ми розуміємо здатність археології впливати на свідомість і емоції учнів, стимулюючи інтерес до навчального матеріалу й формувати пізнавальні здібності учнів.

Виклад основного матеріалу. Вчитель сповна здатний розробити завдання із застосуванням археологічного матеріалу.

Одним із прикладів застосування математичних знань в археологічних дослідженнях є моделювання. Під час аналізу знайдених об'єктів археологи стикаються з тим, що є фрагмент або уламок предмета, а дослідження його необхідно відтворити повністю. Відтворення артефакту передбачає застосування моделювання – процесу, при якому реальному об'єкту протиставляють його збільшену чи зменшену копію.

Задача №1. Під час розкопок стародавнього міста Херсонес було знайдено частину керамічного посуду культури енеоліту (рис.1). Обчислити об'єм посудини, якщо дослідники здійснили такі виміри: радіус дна становить 25 см, радіус горла посудини − 10 см і відтворили модель (рис.2).

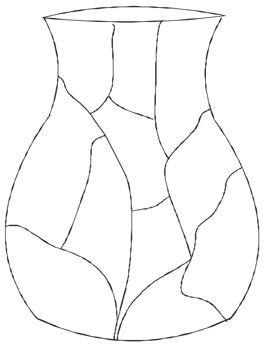

Рис.1. Посудина епохи енеоліту.

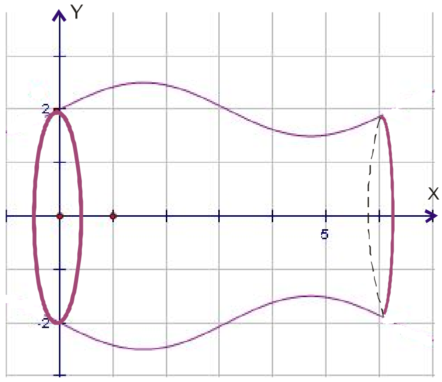

Рис.2. Модель посудини.

Розв'язання: вивчивши рисунок робимо висновок, що посудина є тілом обертання, яке утворилося внаслідок обертання функції навколо осі *OX*.

Загальна формула для відшукання об'єму тіла обертання, що утворене внаслідок обертання криволінійної трапеції обмеженої графіком функції віссю *OX*, прямими $x = a$, $x = b$, з радіусом $f(x)$ має вигляд:

$$V = \int_a^b S(x) \cdot dx, V = \pi \int_a^b f^2(x) \cdot dx$$, де площа перерізу тіла $S(x) = \pi \cdot f^2(x)$

Створимо функціональну модель посудини, використовуючи геометричну (рис.2) за допомогою тригонометричної функції $\sin x$ на конкретному відрізку. Нехай посудина утворилася внаслідок обертання функції $y = \frac{1}{n} \cdot \sin x + r$, де *n=2*, а радіус дна дорівнює *r=25 см*.

Тоді

$$V = \pi \int_0^{2\pi} \left(\frac{1}{2} \sin x + 25 \right)^2 \cdot dx = \pi \int_0^{2\pi} \left(\frac{1}{4} \sin^2 x + 25 \cdot \sin x + 625 \right) \cdot dx =$$

$$= \pi \int_0^{2\pi} \left(\frac{1 - \cos 2x}{8} + 25 \cdot \sin x + 625 \right) \cdot dx = \pi \left(\frac{x}{8} - \frac{1}{8} \cdot \frac{\sin 2x}{2} - 25 \cdot \cos x + 625x \right) \Bigg|_0^{2\pi} = 625{,}25\pi^2.$$

Оберемо наближення до шостого знаку числа $\pi \approx 3{,}141592$. $V_{посудини} = 6170{,}865784 см^3$.

Задача №2. Розкопки північного грецького міста Олінф археологи виявили кераміку: одну цілу амфору й 4 фрагменти днищ. Здійснивши відповідні заміри, реставратори побудували схему, складену із днищ амфор. Установили, що всі амфори належать до еллінської культури й мають подібну форму, об'єм першої (цілої амфори) становить 500 $см^3$, радіус дна другої амфори в 3 рази більший за радіус дна четвертої амфори, радіус четвертої амфори в 9 разів більший за радіус першої амфори, третя амфора має радіус у 6 разів більший за радіус другої, а п'ята амфора має радіус у 9 разів більший за радіус третьої. Знайти об'єми всіх амфор за рисунком і встановленими даними.

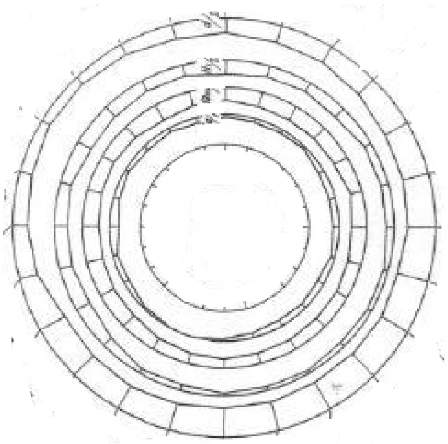

Рис.3. Пропорції днищ амфор.

Розв'язання: із рис.3 видно, що кола концентричні. Щоб знайти об'єми всіх інших амфор, пригадаємо відношення подібності для кіл: якщо $k = \frac{d_1}{d_2} = \frac{R_1}{R_2}$, то $\frac{V_1}{V_2} = \frac{d_1^{\,3}}{d_2^{\,3}} = k^3$.

Відомо, що $V_1 = 500 см^3$. Необхідно знайти коефіцієнти подібності кіл через радіуси днищ амфор.

$R_4 = 9 \cdot R_1$, $k_{14} = \frac{1}{9}$, – коефіцієнт подібності першого і четвертого кіл;

$R_2 = 3 \cdot R_4 = 27 \cdot R_1$, $k_{12} = \frac{1}{27}$, – коефіцієнт подібності першого й другого кіл;

$R_3 = 6 \cdot R_2 = 162 \cdot R_1$, $k_{13} = \frac{1}{162}$, – коефіцієнт подібності першого й третього кіл;

$R_5 = 9 \cdot R_3 = 1458 \cdot R_1$, $k_{12} = \frac{1}{1458}$, – коефіцієнт подібності першого й п'ятого кіл;

Відповідно об'єми дорівнюватимуть: $V_4 = \frac{V_1}{k_{14}^{\,3}} \approx \frac{500}{0{,}001371} \approx 36{,}45 \cdot 10^4 см^3$.

$V_2 = \frac{V_1}{k_{12}^{\,3}} \approx 98{,}41 \cdot 10^5 см^3$, $V_3 = \frac{V_1}{k_{13}^{\,3}} \approx 21{,}73 \cdot 10^8 см^3$, $V_5 = \frac{V_1}{k_{15}^{\,3}} \approx 15{,}49 \cdot 10^{11} см^3$

Відповідь: $V_2 \approx 98{,}41 \cdot 10^5 см^3$, $V_3 \approx 21{,}73 \cdot 10^8 см^3$, $V_4 \approx 36{,}45 \cdot 10^4 см^3$, $V_5 \approx 15{,}49 \cdot 10^{11} см^3$.

Задача №3. Антична техніка застосовувала два способи виготовлення монет – чеканка та лиття. Литі монети складають 45% від загальної кількості монет, решта − чеканні. Встановити скільки відсотків становить кількість литих монет від чеканних, якщо загальна кількість монет складає 500 штук.

Розв'язання: литі монети - $500 \cdot 0{,}45 = 225$; чеканні $500 - 225 = 275$.

Литі монети становлять від чеканних $\frac{225}{275} \cdot 100\% \approx 81\%$.

Відповідь: Литі монети складають 81 % від чеканних монет.

У зв'язку із зростанням складності фіксації і статичної обробки масових знахідок під час дослідження застосовують статистичні методи.

Якщо розглядаються десятки або сотні речей, то врахувати усі відмінності стає складно, і виникає необхідність подати всі особливості речей у зручній для аналізу формі. На цьому ґрунтується перша група задач статистичної обробки. Друга група задач пов'язана з вибіркою – частиною генеральної сукупності. Висновки, які зробили внаслідок дослідження вибірки поширюються на всю сукупність матеріалу, що існував у давні часи і підпав під це дослідження. Третя група задач статистичної обробки даних пов'язана з використанням статистичних критеріїв достовірності отриманих результатів і виявлених відмінностей. Дослідження кореляції (простеження співвідношень) між досліджуваними речами − четверта група статистичних задач [2, с.140].

Задача №4. Під час розкопок Світловодського ґрунтового могильника скіфського поховання були знайдені бронзові наконечники для стріл (IVст. до н.е.). Дослідивши наконечники, археологи встановили їхні довжини, а результати оформили у вигляді статистичного ряду.

Таблиця 1. Статистичний ряд

Довжина, *мм*	25	27	29	32	37	41	45	48	50	Разом
Кількість, *шт*	3	4	5	4	2	8	2	9	2	39

Знайти розмах, медіану, середнє значення, моду, дисперсію, середнє квадратичне відхилення ряду та побудувати гістограму.

Розв'язання: побудуємо гістограму для статистичного ряду (рис.4).

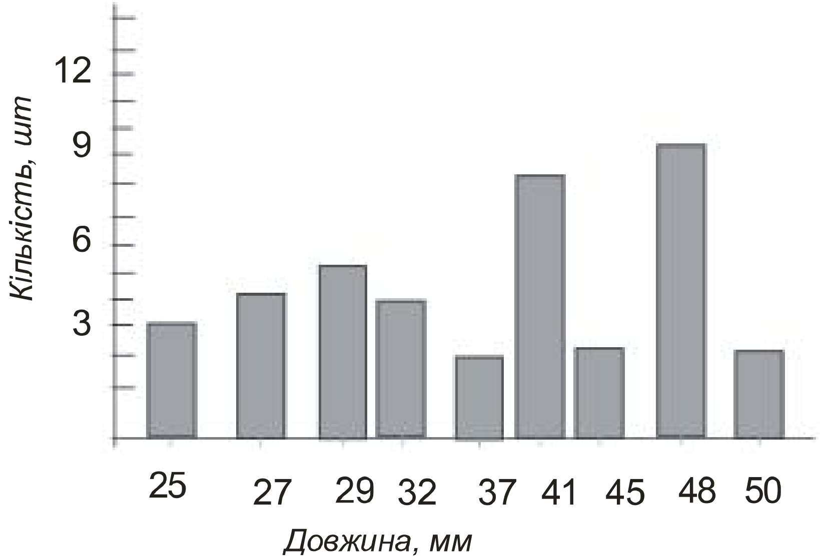

Рис.4. Гістограма розкопок ґрунтового могильника.

Розмах даної вибірки $r = 50 - 25 = 25$.

Медіана – варіанта, що міститься точно всередині ряду. У ряді наконечників стріл це буде 37 мм.

Мода – значення варіанти, на яку здійснюється найбільша кількість спостережень. Для даної задачі − це довжина з найбільшою частотою – 48 мм (рис.4).

Середнє значення є одним із основних показників статистичного ряду:

$$\bar{x} = \frac{3\cdot 25 + 4\cdot 27 + 5\cdot 29 + 4\cdot 32 + 2\cdot 37 + 8\cdot 41 + 2\cdot 45 + 9\cdot 48 + 2\cdot 50}{39} \approx 37{,}95.$$

Дисперсія – міра відхилень значень варіанти від центру розподілу.

$D_x = \frac{\sum(\bar{x} - x_i)^2 \cdot h_i}{n}$, де x_i − довжини наконечників, h_i − кількість наконечників певного розміру, n − загальна кількість наконечників.

$$D_x = \frac{(37{,}95-25)^2\cdot 3 + (37{,}95-27)^2\cdot 4 + (37{,}95-29)^2\cdot 5 + (37{,}95-32)^2\cdot 4}{39} +$$

$$+\frac{(37{,}95-37)^2\cdot 2 + (37{,}95-41)^2\cdot 8 + (37{,}95-45)^2\cdot 2 + (37{,}95-48)^2\cdot 9 + (37{,}95-50)^2\cdot 2}{39}$$

$D_x \approx 74{,}36$

Середнє квадратичне $\sigma = \pm\sqrt{\frac{\sum(\bar{x} - x_i)^2 \cdot h_i}{n}} \approx \pm 8{,}62$ з його допомогою встановлюють похибку або відхилення від норми.

Статистичний ряд наконечників стріл можна охарактеризувати за допомогою величини $\bar{x} \pm \sigma$, тобто $37{,}96 \pm 8{,}62$.

Відповідь: мода дорівнює 48 мм, медіана 37 мм, $\bar{x} \approx 37{,}95$, $D_x \approx 74{,}36$, $\sigma \approx \pm 8{,}62$, $r = 25$.

Розчищаючи під час розкопок культурний шар стародавнього поселення, археологи наперед знають, які предмети будуть знайдені точно, які найбільш ймовірно будуть знайдені на конкретній території. Поняття ймовірності значно допомагає здійснювати передбачення результатів розкопок.

Задача №5 базується на розкопках, що описані у задачі 4 і передбачає, що наконечників 39 шт., з них довжиною 48 мм 9 екземплярів. Знайти ймовірність того, що серед скіфських бронзових наконечників будуть траплятись наконечники довжиною 48 мм.

Розв'язання: знайдемо відносну частоту події $\nu = \frac{9}{39} \approx 0{,}2307$, тоді ймовірність настання такої події $P \approx 23\%$.

Відповідь: ймовірність того, що серед скіфських бронзових наконечників будуть траплятись наконечники довжиною 48 мм становить 23%.

Задача №6. Під час розкопок бібліотеки стародавнього римського міста Ефес знайшли свитки. Відомо, що римляни писали рукописи на папірусі, листи якого склеювали й створювали з них рулони (свитки). Відповідно до опрацьованих даних встановлено, що десять рукописів на папірусі розкладено за тридцятьма свитками (один рукопис займає три свитки). Знайти ймовірність того, що в цих свитках не міститься жодного рукопису.

Розв'язання: нехай подія A − в обраних свитках не міститься жодного рукопису, тоді $\overline{A}$ − в обраних свитках міститься повністю хоча б один рукопис. Вибрано 6 свитків із загальної кількості 30 свитків − C_{30}^{6}.

Якщо обираємо 6 свитків так, щоб у них повністю містився хоча б один рукопис, то варіантів один з десяти (10 способів), усі інші свитки цього рукопису збираємо після цього обираємо 3 свитки із 27 − C_{27}^{3}.

$$P(\overline{A}) = \frac{10 \cdot C_{27}^{3}}{C_{30}^{6}},\ P(\overline{A}) = 1 - P(A) = 1 - \frac{10 \cdot C_{27}^{3}}{C_{30}^{6}} \approx 0{,}95.$$

Відповідь: Ймовірність того, що у свитках не має жодного рукопису, складає 95 %.

Археологічні задачі вимагають застосовувати правила логіки при виділенні й перерахунку ознак артефакту й порівнянні його з іншим, що значно спрощує процес аналізу знахідок.

Формалізація та класифікація археологічного матеріалу може бути здійснена за допомогою правил логіки, сукупності правил, що використовуються для визначення істинності або хибності логічних тверджень. Логічні правила застосовують для аналізу й систематизації виявлених ознак знайдених археологічних об'єктів. Разом з тим логіка допомагає археологу віднести той чи інший об'єкт до певного класу за призначенням, технологією, формою, за належністю до певного періоду і території.

Задача №7. Група науковців вивчає грецькі ордери колон. Установити, до якого виду ордеру належить відповідна колона, врахувавши слова археологів, якщо кожен археолог у своєму вислові сказав неправду в одному з фактів.

Археолог №1: «Колона іонічного ордера й побудована в V ст. до н.е.».

Археолог №2: «Колона неіонічного ордера й побудована в VII ст. до н.е.».

Археолог №3: «Колона дорійського ордера й побудована в IV ст. до н.е.».

Відповідь: Врахувавши умови задачі, встановили, що колона дорійського ордера й побудована в V ст. до н.е.

Висновки. Використання археологічного матеріалу на уроках математики в школі відповідає головним дидактичним принципам свідомості й творчої активності учнів. Важливо, щоб застосування вчителем цих принципів у навчанні викликало цікавість до вивчення математики, а завдання ускладнювалися в міру підвищення освітнього рівня учнів.

БІБЛІОГРАФІЯ

1. Бровко Д.В. Феномен педагогической археологии//www.center.fio.ru
2. Мартынов А.И., Шер Я.А. Методы археологического исследования. – М.: Высш. шк., 1989. – 223 с.
3. Кругликова И.Т. Античная археология Учеб. пособие для студ. вузов. – М.: Высш. шк., 1984. – 216 с.
4. Мартынов А.И. Археология. – 4-е издание. – М.: Высш. шк., 2000. – 439 с.
5. Колчин Б.А., Шер Я.А. Статистико-комбинаторные методы в археологи. – М.:Наука, 1970. – 219 с.

ВІДОМОСТІ ПРО АВТОРА

Чінчой Анна Олександрівна – інженер-програміст Кіровоградського державного педагогічного університету імені Володимира Винниченка, учитель математики КЗ "Педагогічний ліцей" Кіровоградської міської ради Кіровоградської області

Коло наукових інтересів: методика навчання математики в профільній школі.