

АСПЕКТИ МЕТОДИКИ ВИКОРИСТАННЯ ЕЛЕМЕНТІВ МАТЕМАТИЧНОГО АНАЛІЗУ ПРИ ВИВЧЕННІ ФІЗИКИ У СЕРЕДНІЙ ШКОЛІ

Юлія ОЛЕВСЬКА, Євген СИДОРЕНКОВ

Запропоновано ефективний механізм підвищення якості фізичної освіти у середній школі за рахунок використання методів математичного аналізу при розв'язуванні фізичних задач. У якості примірника наведено низку теоретичних завдань, що можливо розв'язати одночасно методами елементарної алгебри, та із використанням елементів диференціального та інтегрального обчислення. Завдання охоплюють декілька тематичних розділів фізики з метою сприйняття учнями універсальності використання методів математичного аналізу щодо теоретичного моделювання фізичних процесів. Спираючись на систему критеріїв ефективності, наведено результати дослідження динаміки рівня якості знань фізики відокремленої групи учнів за час впровадження методики практичного використання елементів математичного аналізу для розв'язування фізичних задач. Підвищення рівня якості знань учнів має сприяти ефективній адаптації абітурієнтів до системи викладання технічних дисциплін у вищих навчальних закладах. Автори статті використали власний багаторічний досвід викладання фізики та математики у КЗО «СЗШ №19» Дніпропетровської міської ради, та у ВНЗ НГУ м. Дніпропетровська.

An efficient way is provided to improve the quality of studying Physics in secondary school. The offered theoretical tasks can be solved both by the methods of elementary algebra, differential and integral calculus methods. The tasks are spread over several theoretical topics with the aim of improving the students' perception of mathematical analysis methods in the theoretical modeling of the physical processes. The methodological recommendations for using the elements of mathematical analysis are worked out with the aim of increasing the quality of teaching Physics in secondary school. As a consequence of this, there will be a possibility of more effective students adaptation to the system of teaching technical disciplines in the universities. The authors used their rich long-term experience in teaching physics and mathematics at school 19, Dnipropetrovsk and the National Mining University.

Актуальність питання. Згідно до «Державної стратегії регіонального розвитку на період до 2020 року», що затверджена постановою Кабінету Міністрів України від 6 серпня 2014 р № 385 [1], до основних напрямів модернізації системи освіти віднесено «формування системи навчальних закладів для надання високоякісних послуг з використанням наявних ресурсів..., забезпечення підвищення якості... загальної середньої освіти, та рівня конкурентоспроможності вищої освіти».

Постановка проблеми. У сучасній освіті якість знань дисциплін природничого напрямку залежить від навичок та умінь учнів аналітично відобразити природні процеси, застосувати методи математичного та векторного аналізу до розв'язування задач. Елементи диференціального та інтегрального обчислення були історично затребувані та започатковані ще за часів Галілея та Ньютона. З того часу безліч фізичних величин були визначені за фізичним змістом як похідні за часом від інших фізичних величин: сила струму – від заряду, прискорення – від швидкості, ЕРС змінного струму – від магнітного потоку, та інше. Тому саме для високого рівня якості знань фізики учням необхідно вільно володіти методами математичного аналізу.

Елементи математичного аналізу у середній школі учні починають вивчати на уроках математики у 11 класі. У рамках шкільної програми з фізики [2] не відведено

достатнього часу на отримання учнями стійких навичок щодо їх практичного використання. Тому найбільші методичні проблеми абітурієнтів, що обирають технічні спеціальності, виникають під час «перехідного періоду» від шкільної системи викладання предметів до рівня та системи викладання технічних наук у вищому навчальному закладі. Інколи, за термінами, такий період розтягується до семестру або цілого навчального року, у результаті чого виникає додаткове психологічне навантаження на студента – початківця. Такий стан речей особливо негативно позначається на якості отриманих студентами знань із технічних та математичних дисциплін, де застосовується диференціальне та інтегральне обчислення. Тому, на переконання авторів, саме у середній школі повинні закладатись підвалини щодо впевненого опанування дисциплінами технічного напрямку – теоретичної механіки, ТОЕ, опору матеріалів, розділів теоретичної фізики.

Аналіз досліджень вирішення проблеми та виділення невирішених питань. Необхідність підвищення якості технічної освіти за рахунок набуття стійких практичних навичок щодо аналітичного уміння учнів відображати фізичні процеси на новому якісному рівні відзначена у роботах учених педагогів так званої «радянської» [4] та сучасної [5] освітньої школи.

Враховуючи скорочення часу викладання та об'єму програми розділів фізики та вищої математики у ВНЗ у середньому на 40% за останні 20 років за рахунок нарощування програм інших дисциплін, для студентів стає де далі важчим процес отримання стійких навичок прикладного використання методів диференціального та інтегрального обчислення. До того ж, а ні шкільна програма [2], а ні методична література з фізики для середньої школи, включаючи збірники задач [3], підручники [6 – 9], методичні посібники [10], не містять відокремленої тематики щодо використання методів математичного аналізу у розв'язуванні фізичних задач. Лише окремі теми – «Закон радіоактивного розпаду», «Змінний струм» - надають можливість учителю торкнутися елементів матаналізу при поясненні фізичної суті природних явищ. Надолужити прогалини у означеній частині фізико – математичної освіти у середній школі учасники освітнього процесу мають змогу за рахунок факультативних занять [11]. Але таке вирішення проблеми не вбачається системним, адже факультативи мають різноманітне тематичне спрямування.

Виклад основного матеріалу. Для вирішення методичної проблеми «перехідного періоду» абітурієнтів та підвищення якості фізичної освіти у середній школі, на переконання авторів, доцільно скоригувати шкільну програму з фізики академічного та профільного рівнів у частині її доповнення спеціальним розділом: «Використання методів диференціального та інтегрального обчислення для розв'язування фізичних задач». Такий розділ у програмі 11 або 12 класу мав би вивчатися на протязі 5 – 8 годин із тематичною оцінкою у кінці його вивчення. За цей час учні мають розглянути загалом до 40 прикладів використання елементів диференціального та інтегрального обчислення у рішеннях фізичних задач із різних розділів програми. Такої кількості розглянутих прикладів цілком достатньо для отримання стійких практичних навичок щодо застосування елементів матаналізу при самостійному розв'язуванні фізичних задач. Одне завдання з такого розділу бажано надати учням для розв'язування під час складання іспиту державної

підсумкової атестації та на етапі проведення зовнішнього незалежного оцінювання з фізики.

Автори провели дослідження ефективності впровадження вищевказаної тематики у програму шкільного курсу фізики наступним чином. Впродовж двох навчальних років (2013 – 2015 н.р.) досліджувалась динаміка якості фізичної освіти учнів при впровадженні методики застосування елементів матаналізу для розв'язування фізичних задач на факультативних заняттях у КЗО «СЗШ № 19» Дніпропетровської міської ради. Заняття проводились впродовж 12 годин по одній годині на тиждень, при цьому, у якості посібника для самостійної роботи учнями використовувались методичні розробки авторів [12, 13]. Результати впровадження такої методики досліджувались у групі з десяти учнів, що самостійно виказали бажання прийняти участь у дослідженнях. За результатами досліджень учасники групи – п'ятеро десятикласників та стільки ж учнів одинадцятого класу – значно підвищили якість своїх знань з фізики, що кількісно було підтверджено системою критеріїв оцінювання якості знань [14,15]. Значення окремих критеріїв [14] та інтегрального критерію оцінювання S [15] для членів групи, що досліджувалася, перевищили значення власних критеріїв оцінки якості знань мінімум у півтора рази. Зростання якості знань учнів відбилося на їх творчих досягненнях. А саме, випускники 2013 – 2014 н. р. та 2014 – 2015 н. р. отримали середні оцінки ЗНО з фізики на рівні 190 балів [16] при їх поточних оцінках на рівні 8 – 9 балів [17] на початку проведення дослідження. Двоє десятикласників, що входили до складу групи, у 2013 – 2014 н. р. стали переможцями другого етапу Всеукраїнської олімпіади з фізики, один з них – переможцем Всеукраїнського конкурсу науково – дослідницьких робіт «Зоряний шлях», що відбувся у квітні 2014 р. у м. Дніпропетровську, другий – переможцем другого етапу конкурсу – захисту науково – дослідницьких робіт МАНУ, а у 2014 – 2015 н.р. вони стали переможцями другого і третього етапів Всеукраїнської олімпіади з фізики, а також другого, а один з них – і третього, етапів конкурсу – захисту науково – дослідницьких робіт МАНУ [18]. Поточні оцінки учнів зросли від 9-10 до 11-12 балів [17]. Зауважимо при цьому, що фізика у КЗО «СЗШ №19» викладається за програмою академічного рівня (три години на тиждень). Тому автори переконані, що вагомих результатів у підвищенні якості знань учнями було досягнуто, у великій мірі, завдяки впровадженню у шкільний освітній процес вивчення фізики методики застосування інтегрального та диференціального обчислення у розв'язуванні фізичних задач на факультативних заняттях.

Методичні аспекти застосування методів матаналізу щодо розв'язування задач.

Важливішим методичним аспектом впровадження методів матаналізу є доведення до відома учнів і демонстрація того, що використання вищевказаних методів є універсальним засобом розв'язування задач, який може використовуватись незалежно від тематики розділу фізики, до якого належить задача. При цьому, такий метод ні в якому разі не спростовує інші відомі способи рішення задачі. Найбільш переконливо може виглядати ідентичність результатів рішення задачі методами елементарної математики та методом матаналізу.

До основних типів задач, до розв’язання яких застосовуються методи матаналізу, є задачі двох типів : задачі на визначення максимального або мінімального значення фізичної величини через пошук похідної та екстремуму функції (диференціальні), та задачі на визначення фізичної величини шляхом застосування фізичних законів до безкінечно малих величин із подальшим інтегруванням отриманого виразу (інтегральні).

Для прикладу, розглянемо задачу першого типу на визначення значення навантаження R , що ввімкнене у ланцюг із джерелом сталого струму з ЕРС E та внутрішнім опором r (рис.1), при якому корисна споживана потужність P електричного струму буде мати максимальне значення.

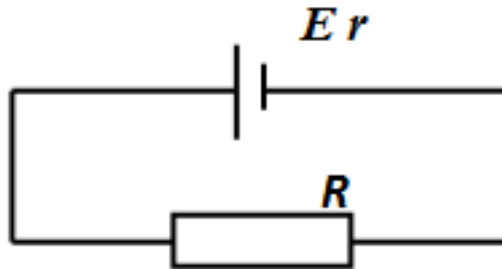


Рис.1. Електрична схема ланцюга.

Навантаження R може мати розгалужену схему опорів, але для вирішення наведеної задачі склад навантаження не є принциповим. Задача може бути розв’язана кількома методами, у яких є загальна фізична складова – знання законів Ома та Джоуля – Ленца. А саме, потужність струму у навантаженні може бути розрахована за виразом:

$$P = I^2 \cdot R \tag{1}$$

де I – сила струму. Вона може бути визначена за законом Ома:

$$I = \frac{E}{R+r} \tag{2}$$

Підставивши вираз (2) у рівняння (1) отримаємо результат:

$$P = \frac{E^2}{(\sqrt{R} + \frac{r}{\sqrt{R}})^2} \tag{3}$$

Аналізуючи таке рівняння, доходимо висновку, що максимальне значення P буде отримано за мінімального значення знаменника. Скориставшись нерівністю, що є справедливою до усіх невід’ємних значень a та b : $a + b \geq 2\sqrt{a \cdot b}$, зауважимо, що рівність досягається лише за умови $a = b$. Таким чином, аналізуючи знаменник (3), отримаємо очевидну відповідь у задачі : $R = r$.

Інші два способи розв’язання використовують закон збереження енергії у електричному колі у вигляді:

$$P = E \cdot I - I^2 \cdot R \tag{4}$$

Аналізуючи рівняння (4), доходимо висновку, що значення P може мати нульове значення у двох випадках : коли $I = 0$, або $I = \frac{E}{R}$. Середнє між цими значеннями [20] дасть таку силу струму, за якого може бути максимальне значення P :

$$I = \frac{E}{2R} \tag{5}$$

Порівняння (5) та (2) дає підстави зробити висновок : $R = r$.

Аналіз рівняння (4) можна провести іншим способом. А саме, використати математичне твердження про екстремум функції у точках аргументу, де похідна функції дорівнює нулю. Отримаємо похідну $P(I)$:

$$\dot{P} = E - 2I \cdot R \tag{6}$$

Функція $P(I)$ буде мати екстремум при $\dot{P} = 0$. З рівняння (6) витікає, що це можливо при умові (5). Отримуємо результат : $R = r$.

Бажано звернути увагу учнів на те, що наведена задача має прикладний характер, оскільки режими споживання електрики мають бути найбільш ефективними.

Показовою задачею першого типу є отримання відомого учням з розділу кінематики рівняння швидкості у результаті диференціювання рівняння координати $X(t) = X_0 + v_0 t + \frac{at^2}{2}$ за часом:

$$X'(t) = v_0 + at \tag{7}$$

де $X(t)$ – координата, v_0 – початкова швидкість руху, a – прискорення.

Учням дуже важливо оцінити той факт, що якщо диференціальне обчислення дає відомі результати для прямолінійного рівноприскореного руху матеріальної точки, де координата має другу степінь залежності від часу, то справедливими мають бути і результати диференціювання рівнянь координати прискореного руху з більшими степенями часу. А отримати закон зміни швидкості, або прискорення у часі є справою пошуку похідних функцій за часом.

Важливо показати, що рівняння швидкості та прискорення можна отримати і при інших функціональних залежностях координати від часу. Наприклад, у шкільному курсі теорії гармонічних коливань [7,10] координата має залежність від часу через тригонометричну функцію:

$$X(t) = A \sin(\omega t + \varphi_0) \tag{8}$$

де A – амплітуда коливань, ω – циклічна частота, φ_0 – початкова фаза.

Рівняння швидкості та прискорення можна отримати шляхом поєднаного диференціювання рівняння координати за часом:

$$v(t) = \omega A \cos(\omega t + \varphi_0) \tag{9}$$

$$a(t) = -\omega^2 A \sin(\omega t + \varphi_0) \tag{10}$$

У якості прикладу, розв'яжемо задачу на визначення рівнянь швидкості, прискорення та форми траєкторії точки, що рухається по площині у декартовій системі координат OXY , якщо рівняння її радіус – вектору r має вигляд:

$$\vec{r} = \vec{i} A \sin 5t + \vec{j} B \cos^2 5t \tag{11}$$

де \vec{i} та \vec{j} - одиничні вектори осей OX та OY відповідно.

З рівняння (11) маємо закони зміни координат $x(t)$ та $y(t)$. Їх похідні за часом будуть дорівнювати рівнянням проєкцій швидкості на координатні осі:

$$v_x(t) = 5 A \cos 5t \tag{12}$$

$$v_y(t) = -5B \sin 10t \tag{13}.$$

Рівняння для проекцій прискорення матеріальної точки визначається як похідна за часом рівнянь швидкостей (12,13):

$$a_x = -25A \sin 5t \tag{14},$$

$$a_y = -50B \cos 10t \tag{15}.$$

Рівняння траєкторії можна отримати виключивши t із рівнянь для координат (11) і спростивши тригонометричне рівняння $y = B \cos^2 \arcsin \frac{x}{A}$. Якщо надати значення $A=4\text{м}$, $B=8\text{м}$, то рівняння траєкторії буде мати вигляд:

$$y = 8 - 0,5x^2 \tag{16}.$$

Рівняння 16 описує параболу на площині OXY .

Для розв’язання задач другого типу учню необхідно отримати додаткові практичні навички щодо складання диференціального рівняння, з якого інтегруванням визначається невідоме значення фізичної величини. Розв’язання задачі інтегрального типу бажано порівняти з результатами рішення подібної задачі іншим способом. Наприклад, задача на пошук виразу для обчислення потенційної енергії електричного поля в точці простору, що знаходиться на відстані R від точкового позитивного заряду Q , може бути вирішена двома способами. Перший спосіб дає рішення, яке отримується із використанням визначення фізичного змісту роботи через зміну потенційної енергії, закону Кулона та математичного визначення середнього геометричного значення двох величин:

$$A = \Delta W = F_{cp}(R_2 - R_1) = \sqrt{F_1 F_2} (R_2 - R_1) = \frac{\kappa Qq}{R_1 R_2} (R_2 - R_1) \tag{17},$$

де A – робота поля, W – потенційна енергія, F – сила Кулона, q - заряд, що переміщується електричним полем, κ – коефіцієнт у законі Кулону.

Таким чином, отримуємо вираз для розрахунку потенційної енергії в точці простору:

$$W = \frac{\kappa Qq}{R} \tag{18}.$$

Інтегральний спосіб містить етап складання диференціального рівняння роботи на безкінечно малому шляху пересування заряду q силою Кулона, що діє на заряд:

$dA = FdR = \frac{\kappa Qq}{R^2} dR$, з подальшим інтегруванням:

$$A = \int_{R_1}^{R_2} \frac{\kappa Qq}{R^2} dR = \frac{\kappa Qq}{R_1} - \frac{\kappa Qq}{R_2} \tag{19}.$$

Таким чином, отримано однакові результати двома різними способами.

Важливим аспектом на користь використання інтегрального способу є неможливість вирішення прикладної задачі іншим способом. Наприклад, задача на пошук координат центру ваги плоскої фігури – половини кола радіусом R – не може бути вирішена виключно із використанням відомого правила моментів сил. При визначенні координат центру ваги $C(X_c, Y_c)$ такої фігури (рис.2) зауважимо, що координата X_c буде знаходитись на осі Y , оскільки фігура відносно осі Y симетрична. Для пошуку Y_c необхідно визначити статичний момент J_x як додаток усіх безкінечно малих площінок dS (рис.3)

помножених на їх відстань y до осі X :

$$I_x = \int_S y^2 dS \tag{20}.$$

Відношення J_x до загальної площі S фігури буде дорівнювати Y_c . Треба зауважити, що таке рішення споріднене способу визначення координати точки опору для рівноваги важеля, до якого прикладені сили F_i , тільки у якості добутку моментів сил відносно вісі обертання важеля виступає статичний момент плоскої фігури відносно обраної осі X . Для визначення J_x виділимо на фігурі (рис.2) елементарну площинку dS із площею близькою до прямокутника $dS=2x dy$. Координати x та y можна отримати через радіус кола R та тригонометричні функції кута φ . Враховуючи $dy = d(R\sin\varphi) = R\cos\varphi d\varphi$:

$$J_x = \int_0^{\frac{\pi}{2}} 2R \cos \varphi (R \cos \varphi) R \sin \varphi d\varphi = 2R^3 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 \varphi \sin \varphi d\varphi = \frac{2}{3} R^3 \tag{21}.$$

Координату Y_c визначимо з рівняння:

$$Y_c = \frac{J_x}{S} = \frac{2/3R^3}{\pi R^2/2} = \frac{4}{3\pi} R \tag{22}.$$

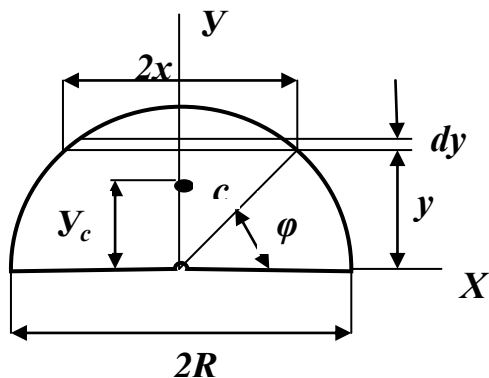


Рис.2. До визначення центру тяжіння плоскої фігури.

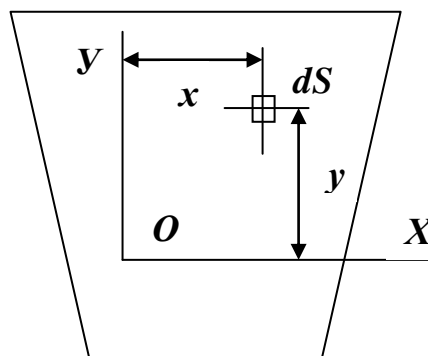


Рис.3. До визначення статичного моменту плоского перерізу.

Інтегральним методом розв’язано практичну задачу, результати якої неодмінно мають використовуватись у архітектурній, будівельній та машинобудівній галузях.

Висновки. Якість шкільної фізичної освіти – актуальніше питання сьогодення, основа виховання спеціалістів із сучасною технологічною освітою. Мірою якості знань є практичне уміння та стійкі навички учнів щодо оволодіння методикою розв’язування фізичних задач. Методи математичного аналізу – найбільш універсальні і творчі методи. Для оволодіння їми учням і студентам потрібен тривалий час. Тому основи інтегрального та диференціального методів повинні впроваджуватись у програмі шкільної фізичної освіти. Ефективність такого впровадження досліджена авторами із використанням системи критеріїв ефективності застосування методики – значення критеріїв зростають у середньому у півтора рази. Впродовж досліджень авторами відокремлені основні методичні аспекти, що впливають на ефективність впровадження. А саме, учням треба на прикладах довести, що методи мають універсальний характер, винятковість у окремих типах завдань, схематичну тривіальність застосування, спорідненість із методами

елементарної фізики та алгебри, базуються на використанні фізичних законів та визначень, являються якісно новою сходинкою у загальному умінні розв'язування фізичних задач. Результатом впровадження методів матаналізу у курсі фізики середньої школи стане якісний рівень підготовки абітурієнтів, що обирають технічні спеціальності у ВНЗ, спрощення процесу прийняття рішення про власний шлях подальшої освіти.

БІБЛІОГРАФІЯ

1. Державна стратегія регіонального розвитку на період до 2020 року, постанова Кабінету Міністрів України від 6 серпня 2014 р № 385 // Офіційний вісник України, 2014 р., № 9 //
2. Календарне планування. Фізика 7-11 класи. Астрономія. 11 клас / уклад. О.М. Євлахова, М.В.Бондаренко. – Х.: Вид. група «Основа», 2011. – 120 с.
3. Карпуніна Є.А. Фізика 11 клас. Академічний рівень. Профільний рівень.: Збірник задач/ Ф.Я.Божинова, Є.А.Карпуніна, Т.А.Сарій. – 2 вид., перероб. та доп. – Х.: «Ранок», 2011. – 224с.
4. Бугаєв А. И. Методика викладання фізики у середній школі. – М.: Просвещение, 1981. – 288 с
5. Имашев Г. Инновационные подходы в развитии политехнического образования в процессе обучения физике в средней школе. – Атырау: АтГУим. Х. Досмухамедова, 2011. – 150 с.
6. Бар'яхтар В. Г. Фізика : підруч. для 11 кл. загальноосвіт. навч. закл. : академічний рівень / В. Г. Бар'яхтар, Ф. Я. Божинова. – Х.: Ранок, 2012. – 256 с.
7. Гончаренко С. У. Фізика : підруч. для 11 кл. серед. загальноосв. шк. / С. У. Гончаренко. – К.: Освіта, 2002. – 319 с.
8. Коршак Є. В. Фізика : підруч. для 11 кл. загальноосвіт. навч. закл. / Є. В. Коршак, О. І. Ляшенко, В. Ф. Савченко. – К.: Генеза, 2011. – 245 с.
9. Мякишев Г. Я. Фізика : учеб. для 11 кл. общеобразоват. учреждений : базовый и профильный уровни / Г. Я. Мякишев, Б. Б. Буховцев, Н. Н. Сотский. – 17-е изд., перераб. и доп. – М.: Просвещение, 2008. – 372 с. : ил.
10. Кірик Л.А. Уроки фізики. 11 клас: Календарно – тематичне планування, плани-конспекти уроків, методичні рекомендації, тематичні контрольні роботи. – Х.: Ранок – НТ, 2004. – 416 с.
11. Збірник програм курсів за вибором і факультативів з фізики та астрономії. 6 – 12 класи. – Х.: Вид. група «Основа», 2009. – 192 с. – (Серія «Профільне навчання»).
12. Диференціальний та інтегральний методи розв'язування фізичних задач у середній школі"[Електронний ресурс] : Відкритий урок: розробки, технології, досвід" №04/2013. – Режим доступу: <http://osvita.ua/publishing/urok/>.
13. Диференціальний метод розв'язування фізичних задач у середній школі [Електронний ресурс] : "Відкритий урок: розробки, технології, досвід" № 12/2013. – Режим доступу: <http://osvita.ua/publishing/urok/>
14. Дослідження ефективності використання технології «хмарних обчислень» у загальній методиці викладання фізики в середній загальноосвітній школі / Є.Є. Сидоренков, Ю.Б. Олевська // Вісник Запорізького національного університету: збірник наукових статей. Педагогічні науки. — 2013. — № 2 (20). — С. 132–140.
15. Інтегральний критерій якості шкільної освіти при використанні технології «хмарних обчислень»/ Є.Є. Сидоренков, Ю.Б. Олевська // Наукові записки. – Випуск 5. – Серія: Проблеми методики фізико-математичної і технологічної освіти. Частина 3. – Кіровоград: РВВ КДПУ ім. В. Винниченка, 2014. – 194 с.
16. Український центр оцінювання якості освіти. Фізика. Результати ЗНО [Електронний ресурс]: Освіта. UA – 2015. – Режим доступу: ru.osvita.ua/test/rez_zno/29884/.
17. КЗО «СЗШ №19» Дніпропетровської міської ради [Електронний ресурс]: Електронні журнали – 2014-2015. – Режим доступу: school19_babushk.klasna.com

ІНФОРМАЦІЯ ПРО АВТОРІВ

Олевська Юлія Борисівна – доцент кафедри вищої математики ВНЗ ДГУ м.Дніпропетровська, кандидат фізико-математичних наук.

Коло наукових інтересів: впровадження методики «хмарних обчислень» у освітній процес, теорія і методика вивчення математики та фізики.

Сидоренков Євген Єгорович – учитель вищої категорії КЗО «СЗШ №19» м.Дніпропетровська.

Коло наукових інтересів: методика викладання фізики у середній школі, оцінка ефективності впровадження новітніх технологій у освітньому процесі.