

УДК 373.5.091.3:512

**А.О. Новікова**

*Національний педагогічний університет імені М.П. Драгоманова*

## **ЗМІСТОВА ЛІНІЯ “ТОТОЖНІ ПЕРЕТВОРЕННЯ” В КОНТЕКСТІ ПРИКЛАДНОЇ СПРЯМОВАНOSTІ ШКІЛЬНОГО КУРСУ АЛГЕБРИ**

*У статті в якості засобу реалізації прикладної спрямованості курсу алгебри, розглянуто прикладні задачі, які для свого розв’язання вимагають застосування тотожних перетворень. Задачі розроблені для тем “Нерівності”, “Лінійні рівняння”, “Раціональні вирази”. Зміст задач охоплює наскрізні лінії ключових компетентностей: “Громадянська відповідальність”, “Здоров’я і безпека”, “Підприємливість і фінансова грамотність”.*

*Ключові слова: нерівність, тотожні перетворення, математичне моделювання, прикладна спрямованість, прикладна задача, наскрізні ключові компетентності.*

**Постановка проблеми.** Розширення сфер діяльності людини та розвиток математики як науки, ставлять все нові вимоги до сучасного освіти, саме тому проблема реалізації прикладної спрямованості курсу математики є актуальною і потребує постійної уваги.

Зміни, що відбулись у програмі для 5 – 9 класів [1], вимагають змін і у навчальному матеріалі, а саме, створення і застосування прикладних задач, які відповідають новим наскрізним лініям ключових компетентностей: “Екологічна безпека й сталий розвиток”, “Громадянська відповідальність”, “Здоров’я і безпека”, “Підприємливість і фінансова грамотність”. Ці наскрізні лінії є темами, які допомагають формувати в учнів уявлення про суспільство та розвивати в учнів дієвість знань та вмій у реальних ситуаціях з життя та професійної діяльності людини.

**Аналіз наукових досліджень.** У наукових дослідженнях, з питань реалізації прикладної спрямованості, були вивчені такі основні напрямки: *прикладна спрямованість математики в загальному розумінні* (Г.П. Бевз, Я.С. Бродський, Г.М. Возняк, М.С. Гребенюк, М.В. Егупова, Ю.М. Колягін, С.М. Лук’янова А.Д. Мишкінс, Л.І. Нічуговська, В.В. Пікан, А.В. Прус, Л.О. Соколенко, М.О. Терешин, В.В. Фірсов, З.Я. Хаметова, В.О. Швець); *прикладна спрямованість навчання математики у середній школі* (В.М. Монахов, С.І. Шварцбург, Ю.М. Колягін, Н.Р. Гарбулаєв, С.А. Аллабергенов, М.П. Бараболін, С.С. Варданян, Г.М. Возняк, І.М. Шапіро); *реалізація прикладної спрямованості через застосування прикладних задач* (Г.Я. Дутка, Л.І. Новицька, Е.В. Сухорукова); *навчальна практика, практичні роботи як засіб реалізації прикладної спрямованості математики* (Н.С. Вагіна, Р.Н. Матюгіна, В.Є. Тарасюк).

**Мета статті.** Розглянути прикладні задачі, які є засобом реалізації прикладної спрямованості курсу алгебри, та забезпечують вивчення змістової лінії тотожних перетворень виразів у курсі алгебри основної школи.

**Виклад основного матеріалу.** Лінія тотожних перетворень є однією із основних змістових ліній шкільного курсу алгебри, вона нерозривно пов’язана з іншими змістовими лініями, її часто називають ядром математики. Практичне значення тотожних перетворень полягає в їх застосуванні для виведення залежностей, виконанні аналітичних перетворень, знаходженні значень виразів, розв’язуванні рівнянь та нерівностей, дослідженні та побудови графіків функцій. Тотожні перетворення виразів займають своє місце у інших дисциплінах природничо-математичного циклу, що вказує на їх міжпредметний потенціал. Прикладні

задачі змістової лінії “Тотожні перетворення” сприяють відпрацюванню обчислювальних навичок та підсиленню пізнавального інтересу і мотивації.

Простежимо розвиток змістової ліній тотожних перетворень по змісту навчального матеріалу курсу алгебри 7 – 9 класу. Тотожні перетворення цілих виразів (одночленів та многочленів), практичне застосування понять про буквеній і числовий вираз, застосування формул скороченого множення для перетворення цілих виразів, вивчається учнями 7 класу. У 8 класі здійснюється вивчення тотожних перетворень раціональних дробів, дробових та ірраціональних виразів (вирази із квадратним коренем). У 9 класі тотожні перетворення цілих і дробових виразів застосовуються при розв’язуванні рівнянь та нерівностей, за допомогою розкладання квадратного тричлена на множники (виведення формули квадратного тричлена, побудова графіка функції).

Уміння, які формуються у цій змістовій лінії, використовуються для перетворення математичних виразів, у процесі розв’язування прикладних задач, причому самостійною моделлю може бути лише вираз. Другий аспект застосування тотожних перетворень – це дослідження з їх допомогою математичних моделей до прикладних задач.

Математичною моделлю задачі №1 є лінійна нерівність, її дослідження здійснюється із використанням тотожних перетворень виразів, які включають в себе властивості нерівностей. Зміст задачі, відповідно до програми з математики [1], відповідає наскрізній лінії “Здоров’я і безпека”. Задача є відкритою, тому що додаткове завдання передбачає здійснення розрахунків для власної родини.

*Задача №1.* Визначити вміст вітаміну С в салаті двох видів. З’ясувати який із салатів на цілий день забезпечить вітаміном С родину (жінку віком 35 років, чоловіка віком 61 років, дівчинку – 15 років). Розрахувати яким має бути вміст у міліграмах кожного компоненту салату для кожного члена родини, якщо: 1) жінка вживає фруктовий салат до складу якого входить 100 г полуниці, 100 г банану, 50 г меду, 50 г ананасу; 2) чоловік вживає овочевий салат вміст якого 100 г капусти, 50 г цибулі, 100 г помідорів, 100 г огірків; 3) дівчинка вживає два види салатів овочевий (50 г капусти, 50 г огірків, 50 г цибулі) і фруктовий (полуниця 50 г, банан 100 г, мед 20 г).

Таблиця 1. Вміст вітаміну С у продуктах

Фруктовий салат		Овочевий салат	
Продукт	Вміст вітаміну С у 100 г продукту	Продукт	Вміст вітаміну С у 100 г продукту
ананас консервований	9 ± 2 мг	помідор	8 ± 0,5 мг
полуниця	60 ± 5 мг	капуста	45 ± 5 мг
банан	23 ± 5 мг	цибуля	9 ± 0,5 мг
мед	4 ± 0,3 мг	огірок	8 ± 0,5 мг

Таблиця 2. Добова потреба населення країни у вітаміні С [2]

Вікові групи	С, мг
14 — 17 років (хлопці)	80
14 — 17 років (дівчата)	75
Чоловіки 18 — 60 років	80
Жінки 18 — 60 років	70
чоловіки 60 — 74 роки	100
жінки 60 — 74 роки	100

**Додаткове завдання:** Здійснить відповідні розрахунки для вашої родини.

**Розв'язання.** Вирази виду  $m_a = 9 \pm 2$  мг можна представити у вигляді  $7 \leq m_a \leq 11$ . Запис  $\pm 2$  означає, що значення вмісту вітаміну С у продукті може відрізнятись від 9 у бік між значеннями +2 або -2.

Щоб розрахувати раціон жінки необхідно знайти суму нерівностей:  $\frac{7}{2} \leq \frac{m_a}{2} \leq \frac{11}{2}$ ,

$$55 \leq m_n \leq 65, 18 \leq m_o \leq 28, \frac{3,7}{2} \leq \frac{m_m}{2} \leq \frac{4,3}{2},$$

$$3,5 + 55 + 18 + 1,85 \leq \frac{m_a}{2} + m_n + m_o + \frac{m_m}{2} \leq 5,5 + 65 + 28 + 2,15,$$

$$78,35 \leq \frac{m_a}{2} + m_n + m_o + \frac{m_m}{2} \leq 100,65.$$

Порівнюємо межі нерівності з нормою вживання вітаміну С згідно до таблиці 2, для жінки відповідного віку в день, вона становить 70 мг. Отже, жінка вживає вітаміну С більше за норму.

Розрахуємо вміст вітаміну С у їжі, яку вживає чоловік віком 61 років.

Овочевий салат вміст якого 100 г капусти, 50 г цибулі, 100 г помідорів, 100 г огірків:

$$7,5 \leq m_o \leq 8,5, 7,5 \leq m_n \leq 8,5, 40 \leq m_k \leq 50, 8,5 \leq m_y \leq 9,5$$

$$7,5 + 7,5 + 40 + 4,25 \leq m_o + m_n + 1,5 \cdot m_k + \frac{m_y}{2} \leq 8,5 + 8,5 + 50 + 4,75,$$

$$59,25 \leq m_o + m_n + 1,5 \cdot m_k + \frac{m_y}{2} \leq 71,75.$$

Чоловік, якому 61 рік повинен вживати в день не менше ніж 100 мг вітаміну С. Відповідно до розрахунків і значень в таблиці 2, чоловік вживає вітаміну С менше за норму.

Дівчинка (15 років) вживає два види салатів овочевий (100 г огірків, 50 г цибулі) і фруктовый (полуниця 50 г, банан 100 г, мед 20 г):  $55 \leq m_n \leq 65, 18 \leq m_o \leq 28,$

$$\frac{3,7}{5} \leq \frac{m_m}{5} \leq \frac{4,3}{5}, 7,5 \leq m_o \leq 8,5, \frac{8,5}{2} \leq \frac{m_y}{2} \leq \frac{9,5}{2}, 85,49 \leq m_n + m_o + \frac{m_m}{5} + m_o + \frac{m_y}{2} \leq 107,11.$$

Порівнюємо межі нерівності з нормою вживання вітаміну С. Для дівчини відповідного віку в день, вона становить 75 мг, тому оцінивши раціон встановлено, що дівчинка вживає вітаміну С більше за норму.

Наскрізна лінія “Громадянська відповідальність” може бути представлена в навчальному процесі через задачі соціального змісту, тому розглянемо задачу №2, де раціональний вираз є математичною моделлю задачі.

**Задача №2.** Ратологу, що працює на фермі для морських свинок, необхідно розрахувати затрати на їх догляд і харчування. Відомо, що на місяць раціон однієї морської свинки складає: 500 г сухого корму, 400 г сіна, а овочів (морква, буряк) на 100 г менше ніж сухого корму. Для прибирання у загоні розрахованому на дві морські свинки витрачається



Рис.1. Морські свинки

12 кг тирси (на місяць). Врахувавши прайс-лист, записати у вигляді виразу затрати ферми терміном на 3 місяці для 400 морських свинок.

Таблиця 3. Прайс-лист

Товар	Вартість
Сухий корм (1000 г)	180 грн
Сіно лугове (400 г)	20 грн
Буряк (1 кг)	1 грн 30 коп
Морква (1 кг)	1 грн 50 коп
Тирса (6 кг)	30 грн

*Розв’язання.* Для запису виразу введемо позначення. Кількість морських свинок –  $n$ , термін –  $t$ .

Порція овочів складається з буряка і моркви, маса яких разом 400 г. Тому моркви і буряка треба по 200 г. Врахуємо ціни на відповідні товари і складемо вираз, який ратолог буде використовувати для визначення затрат.

Тоді,  $n \cdot (\frac{180}{2} + 20 + 0,2 \cdot (1,50 + 1,30)) \cdot t$  – вираз для підрахування витрат на харчування для  $n$  морських свинок,  $30 \cdot n \cdot t$  – вираз для визначення витрат на прибирання у загоні.

Витрати складуть:  $400 \cdot (\frac{180}{2} + 20 + 0,2 \cdot (1,50 + 1,30)) \cdot 3 + 400 \cdot 30 \cdot 3 = 168672$  грн.

Зміст наступної задачі відповідає наскрізній лінії “Підприємливість та фінансова грамотність”. Математичною моделлю прикладної задачі №3 є лінійне рівняння, тотожні перетворення використовуються для її дослідження.

*Задача №3.* Сільськогосподарський підприємець мав за певний час виорати поле площею 100 га. Попрацювавши над виконанням завдання чотири дні, на тракторі Т150, він змінив його на трактор Landini (рис. 2), внаслідок чого підвищилася продуктивність праці на 75% і вже за три дні до строку було виконане планове завдання. Скільки гектарів за день (оранка землі) може обробляти підприємець на сучасному тракторі?



Рис.2. Трактор Landini

*Розв’язання.* Нехай  $x$  – кількість га в день, яку мав

виорювати трактор Т150,  $n = \frac{100}{x}$  – кількість днів за які виорано 100 га. Тоді, за 4 дні

виорано трактором Т150 –  $4x$  (га), а на тракторі Landini продуктивність праці збільшилась на 75%, тому становитиме –  $1,75 \cdot x \cdot (n - 4 - 3)$ . Запишемо рівняння:

$$4x + 1,75 \cdot x \cdot \left( \frac{100}{x} - 7 \right) = 100.$$

Виконуємо тотожні перетворення і знаходимо шукане значення:

$$4x + 1,75 \cdot x \cdot \left( \frac{100}{x} - 7 \right) = 100, 4x + 1,75 \cdot 100 - 1,75 \cdot 7 \cdot x = 100,$$

$$4x - 12,25 \cdot x = 100 - 1,75 \cdot 100, -8,25x = -75, x = 9 \frac{1}{11} \text{ (га)}.$$

$$x = 9 \frac{1}{11} \cdot \frac{1,75}{100} = \frac{100}{11} \cdot \frac{175}{100} = \frac{175}{11} = 15 \frac{10}{11} \approx 15,909 \text{ (га)}.$$

*Відповідь.* На сучасному тракторі Landini в день виорюється 15,909 (га).

**Висновки.** Використання у навчальному процесі прикладних задач, забезпечує формування в учнів уявлень про оточуючий світ та поняття про застосування сучасних технологій.

Наведені прикладні задачі сприяють розвитку пізнавального інтересу та глибшому засвоєнню матеріалу, оскільки, у них наведено реальні ситуації, які потребують для свого розв’язання використання знань про тотожні перетворення рівнянь та нерівностей.

### СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Навчальна програма для загальноосвітніх навчальних закладів. Математика 5 – 9 класи. (Затверджено Міністерством освіти і науки України №804 від 07.06.2017) // Математика в рідній школі. – 2017. – №7 - №8. – С. 10-25.
2. Наказ Міністерства Охорони Здоров’я України № 272 від 18.11.99 «Про затвердження Норм фізіологічних потреб населення України в основних харчових речовинах та енергії». Зареєстровано в Міністерстві юстиції України 2 грудня 1999 р. за № 834/4127.

**Новикова А.А.**

*Национальный педагогический университет имени М. П. Драгоманова*

### СОДЕРЖАТЕЛЬНАЯ ЛИНИЯ “ТОЖДЕСТВЕННЫЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ” В КОНТЕКСТЕ ПРИКЛАДНОЙ НАПРАВЛЕННОСТИ ШКОЛЬНОГО КУРСА АЛГЕБРЫ

*В статье проанализировано понятие прикладной направленности. Выделены, соответственно программе по математике, основные сквозные ключевые компетентности, которые влияют на содержание прикладных задач, среди них: “Экологическая безопасность и статическое развитие”, “Гражданственная ответственность”, “Здоровье и безопасность”, “Предприимчивость и финансовая грамотность”. Утверждается, что средством реализации прикладной направленности курса алгебры основной школы служат прикладные задачи.*

**Ключевые слова:** *неравенства, тождественные преобразования, математическое моделирование, прикладная направленность, прикладная задача, сквозные ключевые компетентности.*

**Novikova A.A.**

*National Pedagogical Dragomanov University*

### CONTENT LINE “IDENTICAL TRANSFORMATIONS” IN THE CONTEXT OF THE APPLIED DIVERSITY OF THE SCHOOL COURSE OF ALGEBRA

*The article analyzes the concept of applied orientation. The main cross-cutting key competencies that influence the content of applied tasks are singled out, according to the mathematics program, among them: "Environmental safety and static development", "Civil responsibility", "Health and safety", "Enterprising and financial literacy". It is alleged that applied tasks are the means of realizing the applied orientation of the algebra of basic schools.*

**Keywords:** *inequality, identical transformations, mathematical modeling, applied orientation, applied problem, through key competencies.*

### ВІДОМОСТІ ПРО АВТОРА

**Новікова Анна Олександрівна** – аспірант кафедри математики і теорії та методики навчання математики Національного педагогічного університету імені М.П. Драгоманова, учитель математики КЗ “Педагогічний ліцей” Кіровоградської міської ради Кіровоградської області

*Коло наукових інтересів:* математичне моделювання, курс алгебри, прикладна спрямованість, прикладні задачі.