Перспективи подальших пошуків у напрямі дослідження. Використання ЕОМ у навчальному процесі є передумовою удосконалення методик навчання. Унаслідок цього з'явилося переконання в тому, що прогрес у роботі сучасної освіти можна виміряти за шкалою умілого використання дидактичних засобів. Це застосування повинно бути таким, яке привело б до більш ефективного, аніж раніше, впливу навчання на розвиток індивідуальності дітей, молоді і дорослих і водночас краще, ніж дотепер, підготувало б вихованців до самостійного використання цих засобів, а також до вмілого застосування постійно розвивальних дидактичних технологій у їх подальшій професійній освіті.

Упровадження інформаційних технологій у навчальний процес повинно носити системно-функціональний характер, що допускає встановлення фундаментальних ідей, які зв'язують у єдину систему структурні елементи кожної науки. Навчання студентів у вищих навчальних закладах відповідно до потреб інформаційного суспільства вимагає широкого запровадження у навчальний процес сучасних педагогічних та інформаційно-комунікаційних технологій, застосування яких дозволить переглянути зміст навчальних дисциплін, зменшити їх технічну складову, сприятиме інтенсифікації процесу навчання, підвищенню навчально-пізнавальної активності студентів, формуванню інформаційної культури та суттєвому поліпшенню їхньої професійної підготовки за умов, якщо ці технології будуть інтегровані у комп'ютерно-орієнтовані методики навчання.

ЛІТЕРАТУРА

1. Гуралюк А. Г. Деякі аспекти застосування інноваційних технологій навчання фізики / А. Г. Гуралюк, В. П. Сергієнко // Збірник наукових праць Херсонського державного педагогічного університету. Педагогічні науки. – Херсон : Айлант, 2000. – Вип. 15. – С. 101–106.

2. Демонстраційний експеримент з фізики : навчальний посібник / М. І. Шут, В. Ю. Биков, В. П. Сергієнко та ін. ; за ред. М. І. Шута, В. Ю. Бикова. – К. : ВЦ “Просвіта”, 2003. – 234 с.

УДК 372.851.2

В. В. Ачкан,
кандидат педагогічних наук, доцент
(Бердянський державний
педагогічний університет)

ВИКОРИСТАННЯ ПРИКЛАДНИХ ЗАДАЧ У ПРОЦЕСІ ВИВЧЕННЯ ПОХІДНОЇ У КУРСІ АЛГЕБРИ ТА ПОЧАТКІВ АНАЛІЗУ В КЛАСАХ РІЗНИХ ПРОФІЛІВ

Постановка проблеми. Сучасна школа поступово переорієнтовується на визнання особистості дитини найвищою цінністю; спрямування вчителя на гуманні, демократичні принципи спільної з учнем життєдіяльності, виховання особистості, здатної до постійного оновлення та підвищення рівня власних знань, вміння застосовувати їх у змінених умовах, готової творчо підходити до вирішення виникаючих проблем. Тому теза “математику треба вчити так, щоб вміти її застосовувати”, яку висловлювали відомі математики і педагоги, зокрема В. Арнольд [1], є актуальною для вітчизняної школи. Про це свідчать і результати міжнародних порівняльних досліджень (PISA [3], TIMSS [10] та ін.), які проводяться в останні десятиріччя. Вони показали, що українські школярі краще, ніж учні багатьох країн світу, виконують завдання репродуктивного характеру, які відображають оволодіння предметними знаннями й уміннями. Проте їхні результати нижчі під час виконання завдань на застосування знань у практичних, життєвих ситуаціях, зміст яких подано в незвичній, нестандартній формі; в яких потрібно провести аналіз даних або їх інтерпретацію, сформулювати висновки. Тому посилення прикладної спрямованості навчання математики, особливо у старшій школі, яка є зв’язуючою ланкою між середньою та вищою освітою, є актуальною та важливою проблемою.

Одним з основних розділів шкільного курсу алгебри і початків аналізу є розділ “Похідна та її застосування”. Він є складовою частиною змістової лінії функція і має розгалужену систему внутрішньо-предметних (з іншими лініями курсу) та міжпредметних зв’язків. До того ж цей розділ отримує своє логічне продовження у курсі математики у ВНЗ. Прикладні задачі, пов’язані із знаходженням похідної, майже відсутні у підручниках для старшої школи (переважно в підручниках наводяться лише фізичні задачі, що розв’язуються за допомогою похідної). Зважаючи на важливу роль прикладних задач у посиленні мотивації вивчення похідної, формуванні в учнів здатностей застосування знань у практичних, життєвих ситуаціях, актуальною є проблема удосконалення методики вивчення розділу “Похідна та її застосування” шляхом посилення прикладної спрямованості навчання.

Аналіз досліджень і публікацій. У методиці навчання математики існують різні тлумачення поняття “прикладна спрямованість”. Ю. Калягін і В. Пікан розрізняють поняття “прикладна” і “практична” спрямованість [4]. На їхню думку, “прикладна спрямованість навчання математики – це орієнтація змісту і методів навчання на застосування математики в техніці й суміжних науках; у професійній діяльності; в народному господарстві та побуті” [4, с. 12]. Практична спрямованість навчання математики – “це спрямованість змісту і методів навчання на розв’язування задач і вправ, на формування у школярів навичок самостійної діяльності математичного характеру” [4, с. 12].

Дещо інакше розуміємо прикладну спрямованість за В. Даллінгером [2]. Він вважає, що “прикладна спрямованість математичних знань повинна означати як їх практичне застосування, так і їх теоретичне значення в самій математиці. Лише в цьому випадку буде виховуватися в учнів справжня повага до сили наукових знань”. Прикладна спрямованість навчання математики найбільше реалізується під час розв’язування прикладних задач. Під прикладною задачею в “школі здебільшого розуміють задачу, яка виникла поза курсом математики і розв’язується математичними методами і способами, які вивчаються в шкільному курсі” [8, с. 7].

Значну роль прикладних задач у навчанні математики, зокрема в навчанні алгебри та початків аналізу, розкрито в працях Л. Соколенко [8], О. Сухорукової [9], В. Швеця [8] та ін. Розглядаючи питання використання прикладних задач, не можна не згадати про дослідження з методики навчання математики (зокрема [6]), у яких висвітлено питання необхідності включення до шкільного курсу математики понять “модель” та “моделювання”; доведено необхідність навчання учнів математичному моделюванню; розроблено загальну методичну схему навчання побудові математичних моделей; зазначено, що відображення в шкільному курсі елементів математичного моделювання сприяє розв’язуванню низки важливих педагогічних завдань: посиленню прикладної спрямованості; формуванню елементів математичної і загальної культури; засвоєнню міжпредметних зв’язків та ін. У цих дослідженнях серед іншого обґрунтовано, що навчати учнів побудові математичних моделей доцільно під час розв’язування прикладних задач. Однак, питання посилення прикладної спрямованості навчання у процесі вивчення похідної у класах різних напрямів профілізації потребує додаткового дослідження. Прикладні задачі, під час розв’язування яких використовується похідна, можна знайти у підручниках і посібниках з економіки, біофізики, біохімії, та деяких інших спеціальних дисциплін ([5; 7]).

Мета статті. Розглянути один із шляхів удосконалення методики вивчення похідної у старшій школі, а саме посилення прикладної спрямованості навчання за допомогою використання у навчальному процесі прикладних задач. Підготувати добірку прикладних задач, для класів декількох напрямів профілізації.

У процесі розв’язування прикладних задач здійснюється навчання учнів елементам математичного моделювання, адже найбільш відповідальним і складним етапом розв’язування прикладної задачі є побудова її математичної моделі. Реалізація цього етапу вимагає від учнів багатьох умінь: виділяти істотні фактори, що визначають досліджуване явище (процес); вибирати математичний апарат для побудови моделі; з’ясовувати фактори, що викликають похибку під час побудови моделі. Прикладні задачі можна умовно поділити на такі, у яких математична модель міститься в умові задачі та такі, розв’язання яких передбачає побудову математичної моделі. Розв’язування неформалізованих прикладних задач складається з наступних етапів: 1) постановка задачі; 2) переклад умов задачі на мову математики; 3) складання математичної моделі задачі; 4) пошук плану розв’язування задачі всередині моделі; 5) здійснення плану, перевірка і дослідження знайденого розв’язку в середині моделі; 6) інтерпретація отриманого результату; 7) обговорення (аналіз) знайденого способу розв’язування з метою з’ясування його раціональності, можливості розв’язування задачі іншим методом чи способом.

Дидактичні цілі, що досягаються в процесі розв’язку прикладних задач під час вивчення похідної у курсі алгебри та початків аналізу – це: 1) підготовка до вивчення похідної, зокрема, шляхом забезпечення мотивації навчання; створення проблемної ситуації; 2) закріплення тількино набутих теоретичних знань та формування в учнів відповідних математичних компетентностей; 3) аналіз набуття учнями математичних компетентностей з розділу “Похідна та її застосування”. Окрім того, прикладні задачі повинні давати можливість учням поряд із набуттям математичних компетентностей засвоювати факти суміжних предметів, тобто бути засобом здійснення міжпредметних зв’язків, формування ключових компетентностей.

Через прикладні задачі можна привести учнів до самостійного формування поняття похідної. Наприклад, учням класів економічного профілю доцільно запропонувати відповісти на наступні питання. У якому напрямі зміниться доход держави за умови збільшення податків або введення імпортних мит? Збільшиться або зменшиться прибуток фірми за умови підвищення ціни на її продукцію? У якій пропорції додаткове обладнання може замінити скорочених працівників? Для роз’язування подібних завдань використовуються методи диференціального числення.

Розглянемо задачу про продуктивність праці. Нехай функція $u = u(t)$ відображає кількість виробленої продукції u за час t. Потрібно знайти продуктивність праці в момент t_0. За період часу від t_0 до $t_0 + \Delta t$ кількість виробленої продукції зміниться від значення $u_0 = u(t_0)$ до значення $u_0 + \Delta u = u(t_0 + \Delta t)$, тоді середня продуктивність праці за цей період часу $z_{сер} = \frac{\Delta u}{\Delta t}$. Зрозуміло, що продуктивність праці в момент часу t_0 можна визначити як граничне значення середньої продуктивності за період часу від t_0 до $t_0 + \Delta t$ при $\Delta t \to 0$, тобто $z = \lim\limits_{\Delta t \to 0} z_{сер} = \lim\limits_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta u}{\Delta t}$. Таким чином, учнів класу економічного профілю можна підвести до поняття похідної, використовуючи задачу про продуктивність праці.

Наведемо добірку прикладних задач, розв’язування яких сприятиме усвідомленню учнями ролі похідної функції у процесі математичного моделювання певних реальних явищ і процесів. Ці задачі умовно поділено між трьома напрямами профілізації (природничо-математичним, технологічним і суспільно-гуманітарним), учні яких обрали для себе в майбутньому ті напрями діяльності, в котрих математика або є основою майбутньої професійної діяльності, або відіграє роль апарату, специфічного засобу для вивчення й аналізу закономірностей у певній сфері діяльності. Залежно від дидактичних цілей, що ставляться вчителем і часу, що відводиться на вивчення похідної в класах різних напрямів профілізації, прикладні задачі можна використовувати на різних етапах уроку, наприклад, під час введення нових понять і самостійної роботи учнів.

Природничо-математичний напрям

Задача 2. Капітал у 1 млрд. грош. одиниць може бути розміщено у банку під 50% річних або інвестований у підприємство, при цьому ефективність вкладу очікується у розмірі 100%, а витрати задані квадратичною залежністю. На прибуток накладається податок в *p* %. При яких значеннях *p* вклад в підприємство є більш ефективним, ніж чисте розміщення капіталу у банку?

Розв'язання. Нехай *x* (млрд. грош. одиниць) інвестується в підприємство, а (1 – *x*) розміщується під відсотки. Тоді розміщений капітал через рік дорівнюватиме $(1-x)\left(1+\frac{50}{100}\right)=\frac{3}{2}-\frac{3}{2}x$, а капітал, вкладений в підприємство, визначимо за формулою $x\left(1+\frac{100}{100}\right)=2x.$ Витрати будуть складати ax^2, оскільки за умовою вони задаються квадратичною залежністю, тобто прибуток від вкладу в підприємство $c=2x-ax^2$. Податки складають $\left(2x-ax^2\right)\frac{p}{100}$, тобто чистий прибуток буде дорівнювати $\left(1-\frac{p}{100}\right)\left(2x-ax^2\right)$. Загальна сума через рік складатиме $A(x)=\frac{3}{2}-\frac{3}{2}x+\left(1-\frac{p}{100}\right)\left(2x-ax^2\right)=\frac{3}{2}+\left[2\left(1-\frac{p}{100}\right)-\frac{3}{2}\right]x-$ $-a\left(1-\frac{p}{100}\right)x^2$. Відповідно наша економічна задача зводиться до математичної задачі знаходження максимального значення цієї функції на відрізку [0, 1].

Маємо $A'(x)=2\left(1-\frac{p}{100}\right)-\frac{3}{2}-2a\left(1-\frac{p}{100}\right)x.$

$A'(x)=0$ при $x_0=\dfrac{2\left(1-\frac{p}{100}\right)-\frac{3}{2}}{2a\left(1-\frac{p}{100}\right)}$;

$A'(x)=-2a\left(1-\frac{p}{100}\right)<0,$ тобто x_0 – точка максимуму. Щоб $x_0\in[0,1]$, необхідно виконати умову $0<2\left(1-\frac{p}{100}\right)-\frac{3}{2}<1$ або $p<25$. Таким чином, якщо $p<25$, то вигідніше нічого не вкладати у підприємство та розмістити весь капітал у банку. Якщо $p<25$, то можна показати, що при

$x = x_0$ $\quad A(x_0) = \dfrac{3}{2} + \dfrac{\left[2\left(1-\dfrac{p}{100}\right)-\dfrac{3}{2}\right]^2}{4a\left(1-\dfrac{p}{100}\right)} > \dfrac{3}{2} = A(0),$ тобто вклад в підприємство є вигіднішим ніж чисте розміщення під відсотки.

Задача 3. Прибуток від реалізації товару за ціною *p* складає: $U(p) = pd(p) = pe^{-2p^2}$ (грошових одиниць), де $d(p) = e^{-2p^2}$ $(p \geq 0)$. Чи вигідне подальше підвищення ціни?

Розв'язання. Знайдемо похідну і простежимо за поведінкою функції. Похідна цієї функції: $U'(p) = e^{-2p^2}(1-4p^2)$ додатня, якщо $p < \dfrac{1}{2}$ і від'ємна, якщо $p > \dfrac{1}{2}.$ Це означає, що із зростанням ціни виручка спочатку збільшується (не дивлячись на падіння попиту) і при $p = \dfrac{1}{2}$ досягає максимального значення $U_{\max} = U\left(\dfrac{1}{2}\right) = \dfrac{1}{2}e^{-\frac{1}{2}} \approx 0,3.$ Тобто, подальше збільшення ціни не має сенсу, оскільки воно веде до скорочення виручки.

Задача 4. Обчислити силу струму *I*, котра несе на собі заряд, заданий залежністю $q = qm\cos\omega_0 t$ (Кл) через поперечний переріз провідника.

Розв'язання. Розглянемо приріст заряду на маленькому відрізку [*t; t+Δt*], тоді $\Delta q = I(t)\Delta t.$ $\Delta q / \Delta t = I(t).$ Якщо $\Delta t \to 0,$ то $\lim \dfrac{\Delta q}{\Delta t} = q'(t),$ тобто $I(t) = q'(t).$ Отже, $I = q' = -qm\omega_0 \sin\omega_0 t.$

Задача 5. Крива попиту задана виразом $P = 20 - 0,001D - 0,01\sqrt{D}$, де *D* **–** об'єм продажу; *P* **–** вартість товару в умовних одиницях. Об'єм продажу складає 10000. Визначте, яким чином повинна бути змінена вартість товару, щоб об'єм продажу виріс на 1 %.

Розв'язання. Визначимо вартість P_0, яка відповідає об'єму продажу $D = 10000:$ $\quad P_0 = 20 - 0,001\cdot 10000 - 0,01\cdot 100 = 9$ $(у.о.)$. Для оцінки зміни вартості товару скористаємося формулою наближених обчислень $P \approx P_0 + P'\Delta D.$ За умовою задачі ΔD складає 1% від 10000 або $\dfrac{10000}{100} = 100.$ Знайдемо значення $P'(10000):$

$$P'(D) = -0,001 - \frac{0,01}{2\sqrt{D}},\ P'(10000) = -0,001 - \frac{0,01}{2\cdot 100} = -0,00105.$$

Тоді $P \approx 9 - 0,00105 \cdot 100 = 8,895 (у.о.)$. Таким чином, для збільшення об'єму продажу на 1% вартість товару повинна бути знижена приблизно на *0,105 у.о*.

Задача 6. Розмір популяції комах у момент часу t (в днях) задається формулою $p(t) = 10^5 - \frac{9 \cdot 10^4}{t+1}$. Знайдіть швидкість зростання популяції у момент $t = 5$ днів.

Розв'язання. Швидкість зростання популяції є похідною від чисельності популяції, тобто $v(t) = p'(t)$. Отже, $v(t) = \frac{9 \cdot 10^4}{(t+1)^2}$ – швидкість приросту популяції комах в момент часу t. Тому, якщо $t = 5$ днів, то $v(5) = \frac{9 \cdot 10^4}{(5+1)^2} = \frac{10^4}{4} = 2500.$

Задача 7. При якій кислотності сума гідроген-іонів H^+ і гідроксид-іонів OH^- в одиниці об'єму води буде найменшою?

Розв'язання. Введемо позначення: x – концентрація гідроген-іонів H^+, y – концентрація гідроксид-іонів OH^-. Пригадаємо хімічний закон: $xy = k,$ де k – стала для води (при $25^\circ C k = 10^{-14}$). Задача зводиться до знаходження найменшого значення функції $u = x + y = x + \frac{k}{x}.$

Продиференціювавши функцію $u(x) = x + \frac{k}{x},$ знаходимо: $u'(x) = 1 - \frac{k}{x^2}.$ $u'(x) = 0$ при $x = \pm\sqrt{k}.$ Оскільки $x > 0,$ то функція має єдину стаціонарну точку на всій області визначення. Знайшовши другу похідну $u''(x) = \frac{2k}{x^3}$ та її значення в стаціонарній точці $u''\left(\sqrt{k}\right) = \frac{2}{\sqrt{k}} > 0,$ на основі достатньої умови існування екстремуму функції робимо висновок, що точка $x = \sqrt{k}$ є точкою мінімуму. Завдяки єдиності стаціонарної точки функція $u(x)$ досягає в ній найменшого значення. За згаданим законом $y = \sqrt{k}$. Отже, сума іонів води буде найменшою, якщо концентрація іонів H^+ і OH^- будуть рівні між собою, тобто при нейтральній реакції $\left(x = y = \sqrt{k}\right)$.

Технологічний напрям

Задача 8. Дощова крапля падає під дією сили тяжіння, рівномірно випаровуючись так, що її маса *m* змінюється згідно із законом $m(t)=1-\frac{2}{3}t$ (*m* змінюється в грамах, *t* – в секундах). Через скільки часу після початку падіння кінематична енергія краплі буде найбільшою?

Розв'язання. Визначимо, що швидкість краплі $v(t)=gt$. Її кінетична енергія у момент *t* дорівнює $E_k=\frac{m(t)v^2(t)}{2}=\frac{1}{2}g^2t^2-\frac{1}{3}g^2t^3$. Щоб відповісти на поставлене питання потрібно дослідити функцію $E_k(t)$ на найбільше значення за допомогою похідної: $E'_k=g^2(t-t^2)$; нехай E'_k *= 0,* тоді $t_1=0,\ t_2=1\ (t>0)$.

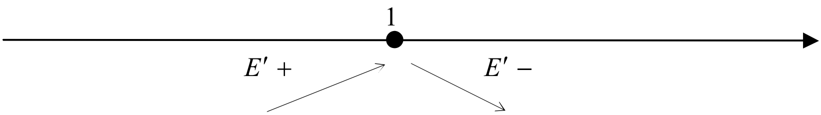

Рис. 1. Зображення спадання і зростання функції

При *t* = 1 функція набуває найбільшого значення, отже кінетична енергія падаючої краплі буде найбільшою через 1 секунду після початку руху.

Задача 9. Потрібно побудувати відкритий циліндричний резервуар, який вміщує в собі об'єм V_0. Матеріал має товщину *d*. Якими повинні бути розміри резервуару (радіус основи та висота), щоб витрати матеріалу були найменшими?

Розв'язання. Радіус основи внутрішнього циліндру позначимо через *x*, висоту внутрішнього циліндру через *h*. Об'єм дна і стінки резервуару $V=\pi(x+d)^2d+\pi\left[(x+d)^2-x^2\right]h=\pi d(x+d)^2+\pi h(2xd+d^2)(*)$. З іншого боку, за умовою $V_0=\pi x^2h$, звідки $h=\frac{V_0}{\pi x^2}$. Підставляючи в (*), знаходимо $V=\pi d(x+d)^2+\frac{\pi V_0}{\pi x^2}(2xd+d^2)=\pi d(x+d)^2+\frac{2V_0d}{x}+\frac{V_0d^2}{x^2}$. Отриману функцію $V(x)$ потрібно дослідити на екстремум (за умови *x* > *0*): $V'(x)=2\pi d(x+d)-\frac{2V_0d}{x^2}-\frac{2V_0d^2}{x^3}=\frac{2d(x+d)(\pi x^3-V_0)}{x^3}$. Виконавши дослідження маємо: $x=\sqrt[3]{\frac{V_0}{\pi}}$. Отже $h=\frac{V_0\sqrt[3]{\pi^2}}{\pi\sqrt[3]{V^2}}=\sqrt[3]{\frac{V_0}{\pi}}=x$.

Задача 10. Драбина завдовжки 5 м приставлена до стіни таким чином, що верхній її кінець знаходиться на висоті 4 м. У деякий момент часу драбина починає падати, при цьому верхній кінець наближається до поверхні землі зпостійним прискоренням 2 м/с. З якою швидкістю віддаляється від стіни нижній кінець драбини в той момент, коли верхній кінець знаходиться на висоті 2 м?

Розв'язання. Побудуємо графіки функції у момент часу *t* та у момент часу *t* = 0.

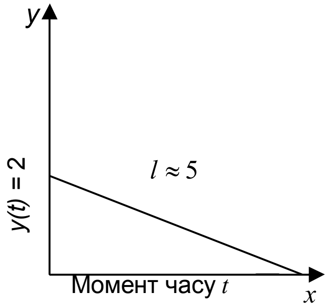

Рис. 2. Графік функції у момент часу *t*

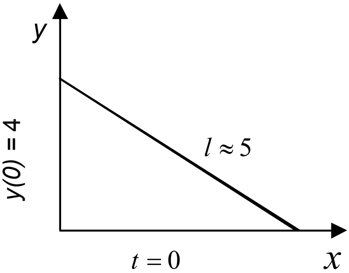

Рис. 3. Графік функції у момент часу *t=0*

Якщо верхній кінець сходів у момент часу *t* знаходиться на висоті $y(0) = 4\ (м)$, а нижній на відстані $x(t)$ від стінки, то висота $y(t)$ описується формулою: $y(t) = 4 - \dfrac{at^2}{2} = 4 - t^2$, оскільки рух, в нашому випадку, рівноприскорений.

Розглянемо поведінку тіла у момент часу *t*: $y(t) = 2$, тобто $2 = 4 - 2t$. Звідси $t = \sqrt{2}$. За теоремою Піфагора $x(t) = \sqrt{l^2 - y(t)^2}$, тобто $x(t) = \sqrt{25 - \left(4 - t^2\right)^2} = \sqrt{9 + 8t^2 - t^4}$. Пригадаємо, що $v(t) = x'(t)$, тобто швидкість зміни $v(t) = x'(t) = \dfrac{16t - 4t^3}{2\sqrt{9 + 8t^2 - t^4}} = \dfrac{8t - 2t^3}{\sqrt{9 + 8t^2 - t^4}} = \dfrac{4\sqrt{2}}{\sqrt{21}} \approx$ $\approx 1,2\ (м/с)$. Отже, швидкість зміни приблизно дорівнює 1,2 (м/с).

Задача 11. З колоди, яка має радіус *R*, зробити балку найбільшої міцності.

Розв'язання. Будуємо математичну модель задачі. У цій задачі висота балки (яка має вигляд прямокутника з шириною *x*, вписаного в коло радіусом *R*), дорівнює $\sqrt{4R^2 - x^2}$. Тому міцність такої балки дорівнює $y = kx(4R^2 - x^2)$. При цьому *x* змінюється від 0 до $2R$.

Функція $y = kx(4R^2 - x^2)$ прямує до нуля при $x = 0$ і $x = 2R$ і додатня між цими значеннями. Отже, вона має максимум, котрий лежить між 0 та $2R$. Проте похідна цієї функції $y' = k(4R^2 - 3x^2)$ прямує до нуля на відрізку $[0;2R]$ тільки при $x = \frac{2}{3}R\sqrt{3}.$ Це і є оптимальне значення ширини *b* балки. Висота h балки такої ширини дорівнює $\frac{2}{3}R\sqrt{6}$, а відношення $\frac{h}{b}$ дорівнює $\sqrt{2} \approx 1,4 = \frac{7}{5}.$ Саме таке відношення висоти випиляної балки до її ширини передбачено правилами проведення будівельних робіт.

Суспільно-гуманітарний напрям

Задача 12. Реакції організму на два види ліків як функції часу t (час виражено у годинах) складають $r_1(t) = te^{-t}$ і $r_2(t) = t^2e^{-t}$. У якого виду ліків максимальна реакція вища? Ліки якого виду діють повільніше?

Розв'язання. Продиференціювавши функції $r_1(t)$ і $r_2(t)$, що визначені та неперервні на проміжку $(0;\infty)$, і розв'язавши рівняння $(1-t)e^{-t} = 0$ і $(2-t)te^{-t} = 0,$ з'ясуємо, що ці функції на вказаному проміжку мають такі стаціонарні точки $t_1 = 1; t_2 = 2; t_3 = 0.$ Оскільки час $t > 0$, то на всій області визначення кожна функція має єдину стаціонарну точку $t_1 = 1; t_2 = 2.$ Оскільки при переході через стаціонарну точку знак похідної змінюється з "+" на "-", то на підставі достатньої умови існування екстремуму в точці робимо висновок, що точка $t_1 = 1$ є точкою максимуму функції $r_1(t)$, а точка $t_2 = 2$ є точкою максимуму функції $r_2(t)$. Знайшовши максимуми функції $r_1(1) = 1/e \approx 0,37$ і $r_2(t) = 4/e^2 \approx 0,54$, з'ясуємо, що у другого виду ліків максимальна реакція вища і вони діють повільніше.

Задача 13. Вивести формулу для обчислення чисельності населення на обмеженій території у момент часу *t*.

Розв'язання. Нехай $y = y(t)$ – чисельність населення. Розглянемо приріст населення за $\Delta t = t - t_0$, тоді $\Delta y = ky\Delta t$, де $k = k_p - k_c$ – коефіцієнт приросту (k_p – коефіцієнт народжуваності, k_c – коефіцієнт смертності). $\frac{\Delta y}{\Delta t} = ky.$ При $\Delta t \to 0$ отримуємо $\lim\limits_{\Delta t \to 0} = \frac{\Delta y}{\Delta t} = y'.$ Отже, $y' = ky$.

Задача 14. Дріжджі ростуть у цукровому розчині так, що їх маса збільшується на 3% за кожну годину. Знайдіть наближене значення маси дріжджів через 10 хвилин, якщо її початкове значення дорівнює 1 г.

Розв'язання. Математичною моделлю даної задачі є функція $m(t)=(1+0,03)^t=1,03^t$. Для функції f, диференційованої в точці x, і достатньо малих Δx має місце наближена рівність: $f(x)\approx f(x_0)+f'(x_0)\cdot\Delta x$. Скориставшись цією формулою, маємо: $x_0=1$, $\Delta x=0,03$, $f(x_0)=x_0^{\frac{1}{6}}=1$, $f'(x_0)=\frac{1}{6}\cdot x^{\frac{-5}{6}}=\frac{1}{6}$ і, отже, $(1+0,03)^{\frac{1}{6}}\approx 1+\frac{1}{6}\cdot 0,03\approx 1,005$ (г).

Висновки. Результати експериментального навчання показали, що використання прикладних задач на різних етапах уроку під час організації самостійної роботи сприяє підвищенню мотивації старшокласників, розвитку логічного мислення, активізації їх навчальної діяльності, формуванню у них вміння застосовувати отримані знання у практичній, наближеній до життєвої ситуації, будувати та досліджувати математичні моделі задач, професійній орієнтації учнів.

Перспективи подальших пошуків у напрямку дослідження. Нагальною і важливої, на наш погляд, є розробка методичних рекомендацій щодо посилення прикладної спрямованості навчання у процесі вивчення інших змістових ліній курсу алгебри та початків аналізу.

ЛІТЕРАТУРА

1. Арнольд В. И. Математика и математическое образование в современном мире / В. И. Арнольд // Математическое образование. – 1997. – № 2. – С. 7–12.

2. Даллингер В. А. Методика реализации внутрипредметных связей при обучении метематике : кн. для учителя / В. А. Даллингер. – М. : Просвещение, 1991. – 80 с.

3. Іванюк І. В. Міжнародна програма PISA як інструмент зовнішнього оцінювання учнів / І. В. Іванюк // Шлях освіти. – 2004. – № 3. – С. 16–22.

4. Колягин Ю. М. О прикладной и практической направленности обучения математике / Ю. М. Колягин, В. В. Пикан // Математика в школе. – 1985. – № 6. – С. 27–32.

5. Кучеренко М. Є. Біохімія : підручник для студ. вищ. навч. закладів / М. Є. Кучеренко, Ю. Д. Бабенюк, О. М. Васильєв та ін. – К. : Видавничо-поліграфічний центр "Київський університет", 2002. – 480 с.

6. Полякова С. Ю. Обучение математическому моделированию общественных процессов как средство гуманитаризации математического образования : дис. ... канд. пед. наук : 13.00.02 / Полякова Светлана Юрьевна. – Омск, 1999. – 173 с.

7. Посудін Ю. І. Біофізика рослин : підруч. для студ. вищ. навч.

закл. / Ю. І. Посудін. – Вінниця : Нова книга, 2004. – 256 с.

8. Соколенко Л.О. Прикладні задачі природничого характеру в курсі алгебри та початків аналізу: практикум. Навчальний посібник / Л.О. Соколенко, Л.Г. Філон, В.О. Швець. – К.: НПУ імені М.П. Драгоманова, 2010. – 128 с.

9. Сухорукова Е. В. Прикладные задачи как средство формирования математического мышления учащихся : дис. … кан. пед. наук : 13.00.02 / Сухорукова Елена Владимировна. – М. : МПГУ, 1997. – 192 с.

10. TIMSS and PIRLS. International Study Center [Електронний ресурс]. – Режим доступу : http://www. timss.bc.edu

УДК 37.013:39:37.035.3 (477)

З. П. Бакум,
доктор педагогічних наук, професор
А. П. Ємельова,
аспірантка
(Криворізький державний
педагогічний університет)

ЕТНОПЕДАГОГІКА ЯК ДЖЕРЕЛО ТРУДОВОГО ВИХОВАННЯ ОСОБИСТОСТІ

Постановка проблеми. Важливе місце в системі національного виховання посідає утвердження такого принципу, як працелюбність. Трудова активність, сформованість творчої працелюбної особистості формується як під впливом соціального середовища, так і в процесі трудового навчання та виховання, спрямованого на формування відповідних умінь професійної майстерності, готовності до життєдіяльності в умовах ринкових відносин. У державній національній програмі “Освіта” зазначено, що трудова підготовка здійснюється насамперед через трудове навчання протягом усього періоду навчання в усіх типах загальноосвітніх навчальних закладів і пріоритетного значення в цьому процесі набуває використання досвіду народної педагогіки, залучення школярів до вивчення народних трудових промислів [6]. Безумовно, використання накопиченого українським народом досвіду щодо виховання є цінним джерелом для відродження і становлення трудового виховання, оскільки воно відповідає українському менталітетові, особливостям національного характеру.

Аналіз досліджень і публікацій. Проблему виховання особистості в народній педагогіці проаналізовано в наукових доробках сучасних науковців О. Бабаєвової, І. Бабій, М. Стельмаховича, Є. Сявавко. Народно-педагогічні засади трудового виховання дітей у сім’ї були предметом вивчення О. Семеног, В. Титаренко, М. Чепіль та ін. Вивчення спадщини вітчизняних науковців у теорії та практиці виховання підростаючого покоління дає змогу розглядати проблему трудового виховання в історичному контексті.

Метою статті є висвітлення народно-педагогічних засад трудового