

ствецтва в початковій школі неможливо уявити без використання інформаційних технологій, які сприяють всебічному й гармонійному розвитку особистості дитини, а також її творчих здібностей. На таких заняттях поєднуються знання комп'ютерної грамоти з музикою, образотворчим мистецтвом, літературою, природознавством і, як результат, розвиваються творчі здібності, а також створюються унікальні творчі роботи учнів (комп'ютерний малюнок, живопис, графіка, декоративний дизайн тощо).

Використання комп'ютера на уроці сприяє творчій атмосфері, дає можливість для розвитку зорової пам'яті, уяви, фантазії, формування в дітей естетично-гармонійного світосприйняття. Сучасні інформаційні технології допомагають засвоєнню знань на основі моделі навчальної комунікації "учитель – комп'ютер – учень", що є ще одним дидактичним засобом організації навчального процесу. Цей підхід, на нашу думку, надзвичайно ефективний у підготовці та проведенні уроків музичного мистецтва

в початкових класах.

Таким чином, використання інформаційних технологій, інтерактивних методів, дає змогу зробити урок музичного мистецтва в початковій школі ефективнішим, але за умови інформаційно-комунікативної компетентності вчителя, який зберігає загальнопедагогічні пріоритети в навчанні й повною мірою застосовує сучасні педагогічні можливості та інноваційні технології у своїй діяльності. Інноваційна діяльність, вважаємо, є специфічною і досить складною, потребує особливих знань, навичок, здібностей. Застосування інформаційних технологій на уроках музичного мистецтва неможливе без педагога-дослідника, котрий володіє системним мисленням, розвинутою здатністю до творчості, сформованою й усвідомленою готовністю до інновацій.

#### ЛІТЕРАТУРА

1. Гумінська О. Інтерактивні методи на уроках музики / О. Гумінська // *Завуч*. – 2004. – № 32. – С. 43–60.
2. Дичковський І. М. Інноваційні тех-

нології навчання: навч. посіб. / І. М. Дичковський. – К., 2004. – 352 с.

3. *Листопад О. В.* Інноваційний розвиток освіти й освітні інновації. Понятійно-термінологічний аналіз проблеми / О. В. Листопад // *Інновації у професійно-педагогічній підготовці майбутніх вчителів: методологічні, змістовні та методичні аспекти: [монографія]* / [за ред. проф. А. А. Сбруєвої]. – Суми: Вид-во Мак Ден, 2011. – С. 43–60.

4. *Мережка Ю.* Інтерактивні методи і прийоми навчання на позакласних заняттях співом / Ю. Мережка // *Учитель музичного мистецтва*. – К. – 2014. – № 4. – С. 4–11.

5. *Мілюкова Н. П.* Мультимедійні презентації на уроках музичного мистецтва / Н. П. Мілюкова // *Мистецтво у школі*. – К., 2013. – № 6 (54). – С. 2–3.

6. *Отич О. М.* Педагогіка мистецтва: сучасність та місце в системі наук про освіту / О. М. Отич // *Мистецтво та освіта*. – 2008. – № 2. – С. 13–17.

*Стаття надійшла 8.11.2016 р.*

УДК 531.3

*Іванна БРОДИН, Наталія ШМАЛЬЦЕР, Зіновій ГОРИШНИЙ*

## КІНЕМАТИЧНІ ЗВ'ЯЗКИ В ЗАДАЧАХ З ДИНАМІКИ

У статті розглянуто методику розв'язування задач з динаміки з використанням кінематичних зв'язків у старших класах на профільному рівні.

**Ключові слова:** фізична задача, структура задачі, кінематичні зв'язки.

**І. Бродин, Н. Шмальцер, З. Горішний.** Кінематичские связи в задачах по динамике. В статье рассмотрена методика решения задач по динамике с использованием кинематических связей в старших классах на профильном уровне.

**Ключевые слова:** физическая задача, структура задачи, кинематические связи.

**I. Brodyn, N. Shmaltser, Z. Horiszny.** Kinematic constraints in problems with dynamics. In the article, methods of dynamic problem solving using kinematic constraints in high school in profile education environment are considered.

**Keywords:** physical task, the task

structure, kinematic relations.

**Мета:** за допомогою спеціально підбраної системи задач розкрити методику розв'язування задач з динаміки з використанням кінематичних зв'язків.

**Постановка проблеми в загальному вигляді.** Розв'язування задач є головною дидактичною метою в процесі викладання фізики, оскільки ефективність навчання фізики оцінюють за вмінням, розв'язувати задачі. Крім цього, розв'язування задач служить головним засобом формування понять та вивчення законів і теорій. Тому навчання учнів прийомів і методів розв'язування задач заслуговує особливої уваги. Це можна реалізувати різними шляхами.

Перший шлях, традиційний, полягає в розкритті двох основних методів аналітичного і синтетичного, а також їх поєднання.

Другий – передбачає умовний поділ задач за критерієм алгоритмів їх розв'язування. На цій основі розглядаються особливості навчання учнів розв'язувати задачі з використанням: а) алгоритмів для окремого типу задач (на-

приклад, з кінематики, динаміки і т. д.) і б) алгоритмів розв'язування комбінованих задач [3].

Теоретичними положеннями, що лежать в його основі, є діяльнісний підхід. Цілісний діяльнісний підхід до процесу розв'язування задач вимагає охоплення всіх фаз діяльності, а саме: мотиваційної, виконавчої і контролюючої оцінювальної. Тобто розв'язування задач включає аналіз умови задачі, процес розв'язування і перевірку розв'язку.

Технологія проблемно-модульного навчання формує в учнів цілісний підхід до процесу розв'язування задач [1, 21].

Аналіз полягає у вивченні ситуації і мети задачі, пошуку необхідних даних, встановленні смислового зв'язку між даними, формулюванні умови і вимог задачі. Розв'язування – виділення й опис ситуації, структурний аналіз ситуації, визначення можливих варіантів розв'язування, оцінка кожного з варіантів, вибір і реалізацію раціонального розв'язку, перевірка отриманого результату [4].

**Аналіз досліджень і публікацій.** Питання розв'язування задач із динаміки досліджувало багато науковців. Істот-

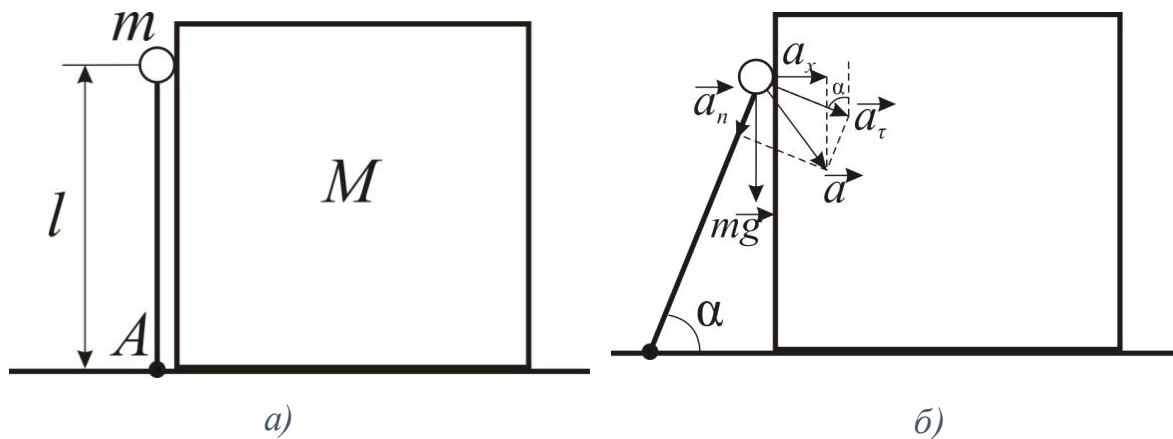


Рисунок 2

не значення мають роботи Є. Коршака, І. Яковлева, Б. Буховцева, Л. Баканіної, А. Рибалки. Проте мало вивченим залишається питання використання кінематичних зв'язків у задачах з динаміки, висвітленню якого присвячена дана публікація.

**Виклад основного матеріалу дослідження.** Коли умовою задачі вимагається знайти не лише сили і прискорення, а й координати (або пройдені шляхи) тіл і їхні швидкості, то, крім рівнянь руху, потрібно скористатися ще кінематичними рівняннями для координат і швидкостей.

У середній школі розв'язується досить значна кількість задач, у яких розглядається рух систем, зв'язаних між собою ниткою тіл, причому нитка вважається невагомою і нерозтяжною. Умова невагомості нитки дає можливість вважати, що сила натягу нитки постійна по всій довжині між зв'язаними тілами. Якщо нитка перекинута через блок, то постійність сили натягу по всій довжині виконується лише тоді, коли можна нехтувати масами нитки і блока, а також силами тертя, які виникають при обертанні блока. Умова нерозтяжності нитки дає змогу вважати однаковими прискорення рухомих тіл, зв'язаних цією ниткою. У таких випадках треба, як правило, розглядати окремо рух кожного з тіл і записувати рівняння руху для кожного тіла окремо. Одержані рівняння розв'язують як систему. У загальному випадку для розв'язання задач на рух системи зв'язаних між собою тіл одних рівнянь руху буває не досить, і потрібно записувати ще так звані кінематичні умови, які являють собою співвідношення між прискореннями тіл системи, зумовленими зв'язками всередині системи [8].

Формуючи цілісний підхід до процесу розв'язування задач, особливу увагу потрібно звернути на осмислене відпрацювання окремих дій за допомогою спе-

ціально підбраної системи вправ [9, 23]. Проілюструємо цілісний підхід до процесу розв'язування задач з динаміки з використанням кінематичних зв'язків.

1. Знайти прискорення вантажів масами  $m_1$  і  $m_2$  після перерізу верхньої нитки (рис. 1). Нитки і блок вважати ідеальними [2, 95].

Виберемо додатній напрям осі вертикально вниз, і запишемо другий закон Ньютона для двох тіл (ураховуючи, що блок і нитка ідеальні):

$$\begin{aligned} T_2 &= 2T_1 \\ T_1 + m_1 g &= m_1 a_{1, (1)} \\ m_2 g - 2T_1 &= m_2 a_{2, (2)} \end{aligned}$$

Для знаходження кінематичного зв'язку між  $a_1$  і  $a_2$  застосуємо прямий метод. Запишемо довжину нитки у вигляді:

$$l = x_2 + \pi R + (x_2 - x_1),$$

де  $x_1$  – координати вантажу масою  $m_1$ ,  $x_2$  – координати центра блока,  $R$  – його радіус і врахуємо, що довжина нитки при русі вантажів не змінюється. Для переміщення вантажів отримаємо співвідношення

$$2\Delta x_2 - \Delta x_1 = 0$$

$$\Delta x_2 = \frac{a_2 t^2}{2} \quad \Delta x_1 = \frac{a_1 t^2}{2}$$

$$\text{з в і д с и } 2a_2 - a_1 = 0. \quad (3)$$

Розв'язуючи рівняння (1)–(3), знаходимо

$$a_1 = 2a_2 = g \frac{2(m_2 + 2m_1)}{m_2 + 4m_1}$$

2. Невагомий стрижень довжиною  $l$  з невеликим вантажем масою  $m$  шарнірно закріплений у точці А (рис. 2, а) і знаходиться в строго вертикальному положенні, торкаючись при цьому тіла масою  $M$ . Від невеликого поштовху система приводиться в рух. При якому співвідношенні мас  $M/m$  стрижень у мо-

мент відриву від тіла буде знаходитись під кутом  $\alpha = n/6$  до горизонту? Яка буде в цей момент швидкість тіла? Тертям нехтувати [6, 120].

До моменту відриву вантажу від тіла швидкість та прискорення тіла будуть рівні горизонтальній складовій швидкості та прискорення вантажу (рис. 2, б)

Повне прискорення вантажу дорівнює  $\vec{a} = \vec{a}_n + \vec{a}_\tau, a_n = v^2 / l$

– доцентрове прискорення вантажу при його русі по заокругленню радіуса  $l$ ,  $v$  – швидкість вантажу. Проекція повного прискорення  $a$  на вісь  $x$  дорівнює

$$a_x = a_\tau \sin \alpha - (v^2 / l) \cos \alpha.$$

Рівняння руху тіла

$F_\tau = M a_x = M a_\tau \sin \alpha - M (v^2 / l) \cos \alpha$ , де  $F_\tau$  – сила нормального тиску на тіло з боку вантажу.

У момент відриву вантажу  $F_\tau = 0$  і

$$a_\tau \sin \alpha = (v^2 / l) \cos \alpha.$$

Також  $a_\tau = g \cos \alpha$  і швидкість вантажу

в момент відриву  $v = \sqrt{gl \sin \alpha}$

а швидкість тіла в той же момент

$$u = v \sin \alpha = \sin \alpha \sqrt{gl \sin \alpha}$$

Згідно із законом збереження енергії

$$mgl = mgl \sin \alpha + \frac{mv^2}{2} + \frac{Mu^2}{2}.$$

Ураховуючи, що  $\sin \alpha = \sin \frac{\pi}{6} = 0,5$

знайдемо  $M/m$ :  $M / m = \frac{(2 - 3 \sin \alpha)}{\sin^3 \alpha} = 4$

Швидкість тіла в момент відриву вантажу дорівнює

$$u = 0,5 \sqrt{gl / 2}$$

3. Невагомий стрижень з однаковими вантажами масою  $m$  на кінцях шарні-

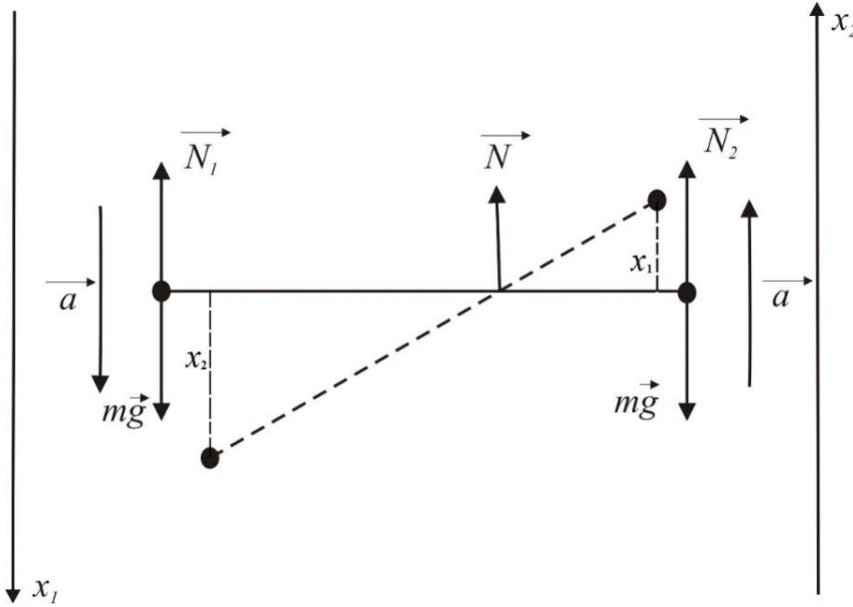


Рисунок 3

рно закріпленений на осі, яка ділить його довжину у відношенні 2:1. Стрижень утримують у горизонтальному положенні і в деякий момент відпускають. Знайти прискорення вантажів зразу після цього, а також тиск стрижня на вісь у цей момент [7, 57].

Зобразимо сили, що діють на стрижень (рис. 3).

Запишемо рівняння руху у скалярній формі:

$$mg - N_1 = ma_1$$

$$N_2 - mg = ma_2$$

де  $N_1$  і  $N_2$  — сили, що діють на вантажі з боку стрижня.

Запишемо правило моментів:

$$N_1 \frac{2}{3}l = N_2 \frac{1}{3}l$$

$l$  — довжина стрижня. Звідси  $N_2 = 2N_1$  (2).

Щоб розв'язати систему рівнянь (1), необхідно встановити кінематичний зв'язок між  $a_1$  і  $a_2$ . Для цього покажемо положення стрижня через малий проміжок часу  $t$  після початку руху (штриховою лінією). З подібності трикутників:

$$x_1 = 2x_2$$

Взявши похідну по часу, одержимо

$$v_1 = 2v_2$$

$$a_1 = 2a_2 \quad (3)$$

Сумісно розв'язавши рівняння (1)–(3), знайдемо

$$a_1 = 2a_2 = \frac{2}{5}g$$

$$N_2 = 2N_1 = \frac{6}{5}mg$$

Ураховуючи, що сума сил, що діють на невагомий стрижень дорівнює нулю, то сила реакції осі за модулем дорівнює силі тиску на вісь:

$$N = N_1 + N_2 = \frac{9}{5}mg$$

4. Знайти прискорення призми масою  $m_1$  і куба  $m_2$ , зображених на рисунку (рис. 4). Тертям нехтувати [5, 622].

Запишемо другий закон Ньютона для кожного тіла (у проекціях на напрям, що збігається з відповідним прискоренням):

$$m_1g - N \sin \alpha = m_1a_1 \quad (1)$$

$$N \cos \alpha = m_2a_2 \quad (2)$$

Ураховали, що згідно з третім законом Ньютона  $\vec{N}_{12} = -\vec{N}_{21}$ ,  $N_{12} = N_{21} = N$

Записані рівняння містять три невідомі. Третім рівнянням є кінематичний зв'язок між  $a_1$  і  $a_2$ , яке повинно відображати те, що куб і призма залишаються весь час у контакті один з одним. Це можна зробити декількома способами.

1) Розглянемо два стани системи (рис б). У трикутнику  $ABC$  сторона  $AB$  дорівнює переміщенню призми  $x_1$ , а сторона  $BC$  — переміщенню куба  $x_2$ . Отримаємо

$$\Delta x_2 = \Delta x_1 \tan \alpha$$

Поділимо обидві частини рівності на  $t$ :

$$v_2 = v_1 \tan \alpha$$

Так як це співвідношення справедливе для будь-якого моменту часу, із нього випливає шукане співвідношення

$$a_2 = a_1 \tan \alpha \quad (3)$$

2) Другий спосіб отримання необхідного зв'язку заснований на переході в таку систему відліку, де умова контакту є тривіальною. У системі відліку, яка зв'язана з призмою (рис), швидкість куба  $\vec{v}_{\text{відн}}$  напрямлена вздовж її поверхні, під кутом  $\alpha$  до вертикалі. Запишемо закон додавання швидкостей

$$\vec{v}_2 = \vec{v}_{\text{відн}} + \vec{v}_1$$

Із відповідного векторного трикутника отримаємо

$$v_2 = v_1 \tan \alpha, \quad a_2 = a_1 \tan \alpha$$

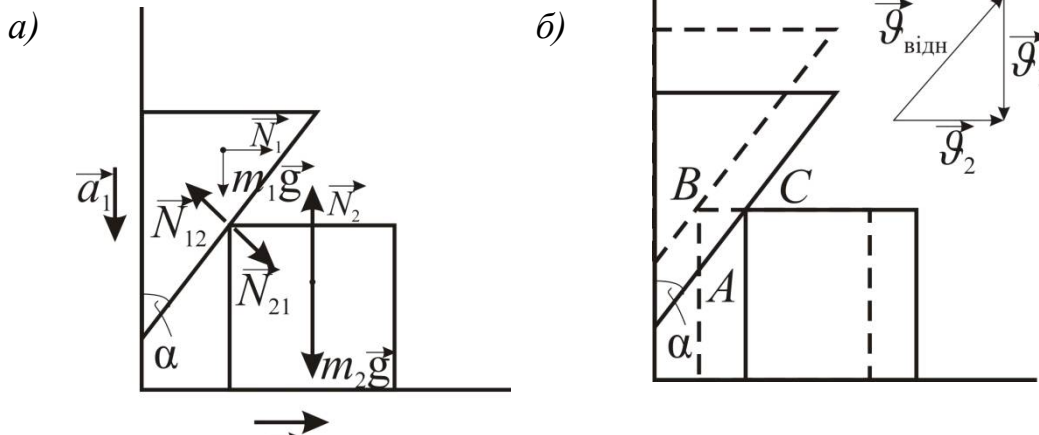


Рисунок 4

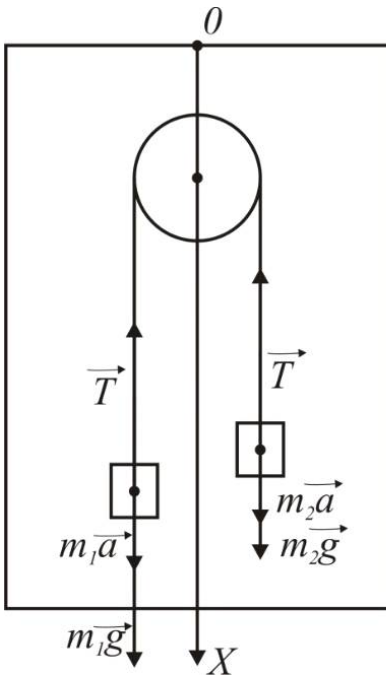


Рисунок 5

Розв'язуючи систему рівнянь (1)–(3), знаходимо

$$a_1 = \frac{m_1}{m_1 + m_2 \text{tg}^2 \alpha} g,$$

$$a_2 = \frac{m_1 \text{tg} \alpha}{m_1 + m_2 \text{tg}^2 \alpha} g.$$

У цій задачі другий метод виглядає штучно. Однак у деяких випадках саме правильний вибір системи відліку дозволяє суттєво спростити проблему кінематичних зв'язків.

5. Через блок, який закріплений на стелі kabіни ліфта, перекинута нитка, до кінців якої прив'язано важки масами  $m_1$  і  $m_2$  (рис. 5). Kabіна піднімається з прискоренням  $a$ . Знехтувавши масами блока та нитки, а також тертям, знайти силу, з якою блок діє на стелю kabіни [10, 210].

Розв'яжемо задачу, вибравши різні системи відліку: спершу систему відліку пов'яжемо з kabіною (НІСВ – неінерціальна система відліку), а потім із Землею (ІСВ – інерціальна система відліку).

Розв'язання в НІСВ. У фізичну систему ввійдуть два тіла  $m_1$  і  $m_2$  (їх можна вважати матеріальними точками), невагомий блок та нитка. Під дією деяких сил тіла в системі рухаються рівноприскорено. Потрібно знайти одну з сил, з якою блок діє на стелю kabіни. Це одна із основних задач динаміки.

Застосуємо другий закон Ньютона

для тіл  $m_1$  і  $m_2$ , відносно вибраної НІСВ. Вісь  $OX$  направимо вниз (рис 5). На тіло  $m_1$  діє сила тяжіння  $m_1 g$ , сила натягу нитки і сила інерції  $(-m_1 a)$ . Проектуючи ці сили на вісь  $OX$ , за другим законом Ньютона для тіла  $m_1$  отримаємо

$$m_1 g + m_1 a - T = m_1 b,$$

де  $b$  – проекція вектора прискорення тіла  $m_1$  відносно вибраної НІСВ. Нехай  $m_1 > m_2$  тоді вектор прискорення  $b$  напрямлений вниз. Аналогічно для тіла  $m_2$  запишемо

$$m_2 g + m_2 a - T = -m_2 b.$$

Отримана замкнена система з двох рівнянь з двома невідомими ( $T$  і  $b$ ). Шукаючи силу  $F$  знайдемо, записавши другий закон Ньютона для центра мас блока (він нерухомий):  $2T - F = 0$ . Звідси

$$F = \frac{4m_1 m_2 (g + a)}{m_1 + m_2}.$$

У НІСВ задача виявилася стандартною.

Розв'язання в ІСВ. Другий закон Ньютона для тіл  $m_1$  і  $m_2$

$$m_1 g - T = m_1 a_1,$$

$$m_2 g - T = -m_2 a_2,$$

де  $a_1$  і  $a_2$  – модулі проекцій векторів прискорення тіл  $m_1$  і  $m_2$  відносно вибраної ІСВ. Отримана незамкнена система з двох рівнянь з трьома невідомими ( $T, a_1$  і  $a_2$ ). Потрібно ще рівняння, щоб система була замкнена.

Виникає здогадка, що  $a_1$  і  $a_2$  пов'язані між собою кінематичним рівнянням:

$$a_2 = a_1 + 2a.$$

Тому що  $a_2 = b + a$ ,  $a_1 = b - a$ ,

звідси  $a_2 - a_1 = 2a$ .

Розв'язуючи замкнену систему рівнянь, знаходимо

$$T = \frac{2m_1 m_2 (g + a)}{m_1 + m_2}$$

Отже,

$$F = 2T = \frac{4m_1 m_2 (g + a)}{m_1 + m_2}$$

Це збігається з розв'язком в НІСВ. Таким чином, наведена задача виявилася нестандартною в ІСВ.

**Висновки з дослідження та перспективи подальших розвідок у даному напрямі.** Використання кінематичних зв'язків для розв'язування задач з ди-

наміки, що розглядаються у школі, допоможе глибше зрозуміти матеріал, що вивчається, і отримати навички самостійної постановки завдань.

Перспективи подальших досліджень уданому напрямку пов'язані з удосконаленням методики навчання фізики.

#### ЛІТЕРАТУРА

1. Бугайов О. І. Концептуальні підходи до розробки профільного навчання фізики у загальноосвітніх навчальних закладах / О. І. Бугайов, М. В. Головка. У кн. зміст і технології шкільної освіти. – К. : Пед. думка, 2006. – 230 с.

2. Вовкотруб В. П. Розв'язування олімпіадних задач з фізики: для студентів вищих навчальних закладів / Вовкотруб В. П., Ковальов І. З., Подопрігора Н.В. – Кіровоград: РВЦ КДПУ ім. В. Винниченка, 2002. – 198 с.

3. Гончаренко С. У. Методика навчання фізики в середній школі. Механіка / Посібник для вчителів. – К. : Рад. школа, 1984. – 208 с.

4. Дідович М. М. Методика навчання розв'язувати задачі з фізики: навч. посібник / М. М. Дідович, В. Ф. Савченко, О. В. Мельничук. – Ніжин: Видавництво НДУ ім. М. Гоголя, 2012. – 472 с.

5. Задачи Московских городских олимпиад по физике. 1986–2005. Приложение: олимпиады 2006 и 2007: [под ред. М. В. Семёнова, А. А. Якуты]. – 2-е изд., испр. и доп. М. : МЦНМО, 2007. – 696 с.

6. Рыбалка А. И. 2002 задачи по физике / Рыбалка А. И., Кибец И. Н., Шкляревский И. О. – Х. : Фолио, 2003. – 783 с.

7. Розв'язування задач з фізики: Практикум / [під заг. ред. Є. В. Коршака]. – К. : Вища шк., 1986. – 312 с.

8. Скубії Т. В. Розв'язування навчальних задач з фізики: питання теорії і методики / [за заг. ред. Є. В. Коршака]. – К. : НПУ ім. М. П. Драгоманова, 2004. – 185 с.

9. Усова А. В. Формирование учебных умений и навыков учащихся на уроках физики / А. В. Усова. – М. : Просвещение, 1988. – 112 с.

10. Яковлев И. А. Сборник задач по общему курсу физики. Механика. – 4-е изд., перераб. и доп. – М. : Наука, 1977. – 288 с.

Стаття надійшла 17.10.2016 р.