

УДК 621.3

В.П.КОЖЕМ'ЯКО, А.Д.СЛОБОДЯНИК, Я.І. ЯРОСЛАВСЬКИЙ, А.В. КОЖЕМ'ЯКО

ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ ПОБУДОВИ СПЕКТРОЕНЕРГЕТИЧНИХ ПЕРЕТВОРЮВАЧІВ

*Винницький національний технічний університет,
Хмельницьке шосе, 95, Вінниця, 21021, Україна,
Тел.: +380 (432) 580019, E-mail: kvp@vstu.vinnica.ua*

Анотація. Проведено теоретичний розрахунок розв'язку задачі з перетворення енергії різних діапазонів енергетичного спектру.

Аннотация. Осуществлен теоретический расчет решения задачи по преобразовании энергии разных диапазонов энергетического спектра.

Abstract. The theoretical calculation of decision of task is carried out for transformation of energy of different ranges of power spectrum.

Ключові слова: оптичні частотні перетворювачі, спектротрансформатори, спектральна випромінювальна здатність, формула Планка.

Проблема створення частотних перетворювачів різних оптичних діапазонів розкривається в класичних роботах лінійної оптики [1,2]. На сучасному етапі розвитку теорії випромінювання обговорюється можливість використання послідовних взаємодій, що відбуваються в середовищі з квадратичною нелінійністю в полі загальної хвилі накачки для розробки таких перетворювачів [3,4]. Про використання явища вимушеного випромінювання інвертованої атомної системи для підсилення або перетворення оптичного сигналу відомо з праць Шавлова і Таунса. Практично ця ідея реалізована при створенні імпульсного рубінового лазера, лазера неперервної дії – гелій-неоновий газовий лазер. Пізніше була отримана неперервна генерація в твердо тілних системах на напівпровідниках.

В роботі ставиться проблема дослідження спектроенергетичних перетворювачів оптичного і близького до нього діапазону. Пропонується теоретична модель таких спектрогенераторів, що працюють в умовах самозбудження самої системи. Розроблена модель базується на квантових законах випромінювання та взаємодії випромінювання з речовиною. В основі цієї теорії є рівняння Шредінгера та представлені його окремі розв'язки.

Запропонована атомна система складається з великої кількості атомів, які крім інших енергетичних рівнів мають два енергетичні рівні з енергіями E_1 та E_2 з відповідними густинами заселення N_1 та N_2 . Розглянемо взаємодію окремого атома з полем випромінювання абсолютно чорного тіла при температурі T .

Атоми, що мають енергію E_2 ($E_2 > E_1$) знаходяться в збудженому стані. Виділимо деяку ділянку, яка бере участь у рівноважному випромінюванні, і застосуємо до неї закон розподілу атомів за енергіями Больцмана. Згідно із законом, числа атомів, що мають енергію E_1 і E_2 відповідно дорівнюють

$$N_1 = N_0 e^{-\frac{E_1}{kT}}; N_2 = N_0 e^{-\frac{E_2}{kT}}, \quad (1)$$

звідки

$$\frac{N_1}{N_2} = e^{\frac{E_2 - E_1}{kT}} = e^{\frac{h\nu}{kT}}. \quad (2)$$

У стані рівноважного випромінювання число атомів, що випромінюють світло за певний період часу, дорівнює числу атомів, що поглинають світло за цей самий час.

Розглянемо кількість актів випромінювання за одиницю часу. Кількість збуджених атомів N_2 . Їх перехід на нижчий енергетичний рівень, що супроводжується випромінюванням фотонів може бути самовільним або відбуватися під впливом падаючих електромагнітних хвиль. Кількість спонтанних випромінювань збуджених атомів за одиницю часу пропорційна числу атомів N_2 і відповідно дорівнює $n_1 = AN_2$, де A - коефіцієнт пропорційності, що показує відносну кількість актів спонтанних випромінювань з усього числа атомів N_2 . Кількість актів випромінювання збуджених атомів, зумовлених падаючими хвилями, пропорційна також числу збуджених атомів N_2 та густині енергії падаючих електромагнітних хвиль $w(\nu, T)$. Так як, $w(\nu, T)$ пропорційна до випромінювальної здатності абсолютно чорного тіла $\varepsilon(\nu, T)$, то кількість вимушених випромінювань в цьому випадку буде $n_2 = B_{21}N_2\varepsilon(\nu, T)$, де B_{21} - відповідний коефіцієнт імовірності переходу атомів із вищого енергетичного рівня E_2 на нижчий рівень E_1 зумовленого падаючими хвилями.

Кількість усіх випромінювань збуджених атомів, тобто загальне число фотонів, що випромінюються за одиницю часу, дорівнює

$$n = n_1 + n_2 = AN_2 + B_{21}N_2\varepsilon(\nu, T). \quad (3)$$

Кількість актів поглинання фотонів атомами N_1 , внаслідок чого вони переходять, пропорційна кількості самих атомів і густині енергії падаючих променів, тобто

$$n'_1 = B_{12}N_1\varepsilon(\nu, T), \quad (4)$$

де B_{12} - відповідний коефіцієнт імовірності переходу атомів з рівня E_1 на рівень E_2 .

Для рівноважного випромінювання кількість актів поглинання повинна бути рівна кількості актів випромінювання ($n = n'_1$). Прирівняємо вирази (3) і (4) між собою, дістанемо:

$$AN_2 + B_{21}N_2\varepsilon(\nu, T) = B_{12}N_1\varepsilon(\nu, T). \quad (5)$$

Розв'яжемо рівняння (5) відносно випромінювальної здатності абсолютно чорного тіла, дістанемо:

$$\varepsilon(\nu, T) = \frac{AN_2}{B_{12}N_1 - B_{21}N_2} = \frac{AN_2}{\frac{B_{12}}{B_{21}} \frac{N_1}{N_2} - 1} = \frac{AN_2}{\frac{B_{12}}{B_{21}} e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1} \quad (6)$$

Коефіцієнти A, B_{12}, B_{21} визначаються з граничних умов. При нескінченно високій температурі ($T \rightarrow \infty$) функція $e^{\frac{h\nu}{kT}} \rightarrow 1$. З врахуванням цього формула (6) набуває вигляду

$$\varepsilon(\nu, \infty) = \frac{AN_2}{\frac{B_{12}}{B_{21}} - 1} \quad (7)$$

З функції розподілу випливає, коли $T \rightarrow \infty$, $\varepsilon(\nu, \infty) \rightarrow \infty$. Звідси випливає, що знаменник у виразі (7) прямує до нуля, отже $\frac{B_{12}}{B_{21}} = 1$. Підставимо цей вираз у формулу (6), дістанемо

$$\varepsilon(\nu, T) = \frac{AN_2}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1} \quad (8)$$

Для досить малих частот енергія кванта випромінювання дуже мала порівняно з енергією теплового руху ($h\nu \ll kT$), тому можна обмежитися двома першими членами розкладеної в ряд функції $e^{\frac{h\nu}{kT}}$:

$$e^{\frac{h\nu}{kT}} = 1 + \frac{h\nu}{kT} + \dots \approx 1 + \frac{h\nu}{kT}.$$

Отже, формула (8) набуде такого вигляду:

$$\varepsilon(\nu, T) = AN_2 \frac{kT}{h\nu}. \quad (9)$$

В області малих частот ($h\nu \ll kT$) справджується класична формула Релея $\varepsilon(\nu, T) = \frac{2\pi\nu^2 kT}{c^2}$. Прирівнюючи до формули (9), отримаємо:

$$\varepsilon(\nu, T) = AN_2 \frac{kT}{h\nu} = \frac{2\pi\nu^2 kT}{c^2} \Rightarrow AN_2 = \frac{2\pi h\nu^3}{c^2}. \quad (10)$$

З врахуванням отриманих коефіцієнтів, формула Планка (8) набуде вигляду:

$$\varepsilon(\nu, T) = \frac{2\pi h\nu^3}{c^2} \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1}, \quad (11)$$

де $h = 6,62 \cdot 10^{-34}$ Дж·с - стала Планка; $k = 1,38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К - стала Больцмана. Розподіл енергії випромінювання $\varepsilon(\nu, T)$, $\frac{\text{Дж}}{\text{с} \cdot \text{м}^2}$ за частотою ν при різних температурах T представлено на рис.1.

Для визначення ймовірності переходу W_{21} , індукованого монохроматичними полем визначається загальним виразом:

$$(W_{21}) = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{Ac^2 \rho(\nu)}{2\pi\hbar\nu^3} g(\nu - \nu_0) d\nu, \quad (12)$$

де $g(\nu - \nu_0)$ - нормована функція форми лінії з максимумом при ν_0 .

До визнання наявності енергетичних зон у кристалах приводить аналіз розв'язків рівняння Шредінгера для електрона у кристалі. Так, застосування адиабатичного і одноелектронного наближення перетворює рівняння для всього кристала в рівняння для однієї частинки.

Адиабатичне наближення базується на тому, що середня швидкість електронів як легких частинок набагато перевищує швидкість ядер. За час, протягом якого електрони проходять значний шлях, розташування ядер у кристалі практично не змінюється. Тому вважають, що ядра при цьому нерухомі.

Одноелектронне наближення є одним із фундаментальних методів теорії твердого тіла. Воно полягає в тому, що справжнє потенціальне поле, яке визначається миттєвим положенням всіх електронів і описується потенціальною енергією U_e , замінюється на поле, створене усередненим просторовим зарядом решти електронів $\Omega(r_i)$ та нерухомими іонами кристалічної ґратки $V(r_i)$

$$U_e(r_i) = \Omega(r_i) + V(r_i)$$

Тоді стаціонарне рівняння Шредінгера і-го електрона матиме вигляд

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \Delta\varphi(r) + [\Omega(r) + V(r)]\varphi(r) = E\varphi(r) \quad (13)$$

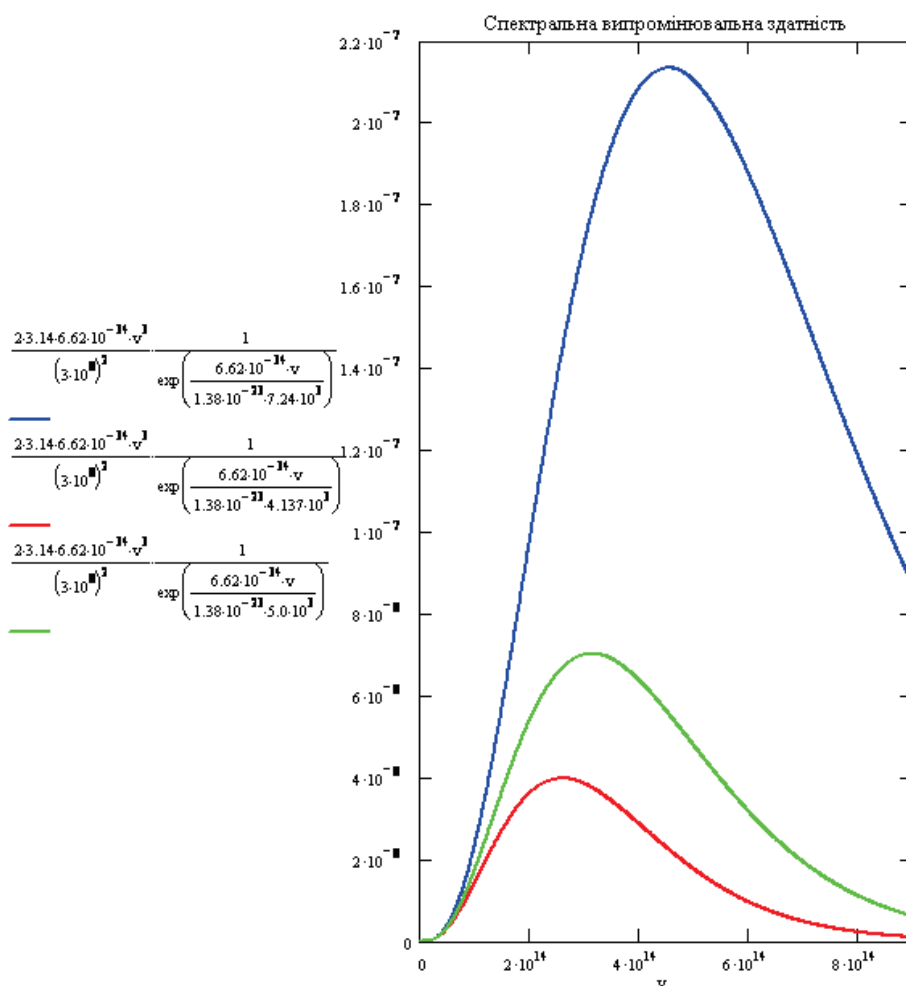


Рис. 1. Розподіл енергії випромінювання за частотою ν та температурою T

Розв'язок рівняння (13) знаходять так. Обчислюють Ω на основі одноелектронних хвильових функцій нульового наближення, підібраних інтуїтивно. Після цього із системи рівнянь типу (13) визначають хвильові функції в першому наближенні, потім - хвильові функції в другому наближенні і т.д. У теорії твердого тіла поле Ω часто розглядають як постійну величину і вважають, що вона дорівнює нулю. Таким чином, задача про електронні властивості кристала зводиться до задачі про рух одного електрона в періодичному полі кристалічної ґратки.

Розглянемо деякі особливості руху електрона в кристалі на прикладі лінійної моделі кристалічного тіла. Ця модель визначається потенціальною енергією електрона $V(r_i)$. Функція $V(r_i)$ - періодична з періодом a , тобто $V(x+a) = V(x)$.

Для спрощення обмежимося розглядом одновимірного кристала (тобто нескінченного прямолінійного ланцюжка однакових атомів, що знаходяться на постійній відстані a один від одного). Рівняння Шредінґера для стаціонарних станів у цьому випадку має вигляд

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2\varphi}{dx^2} + U(x)\varphi = E\varphi, \quad (14)$$

або

$$\frac{d^2\varphi}{dx^2} + \chi^2(x)\varphi = 0, \quad (15)$$

де $\chi^2 = \frac{2m}{\hbar^2}(E - U)$.

Рівняння (15) - лінійне диференціальне рівняння другого порядку зі змінними періодично коефіцієнтами, оскільки у разі відсутності зовнішнього поля $\chi^2(x+a) = \chi^2(x)$ для будь-якого x .

Проведемо дослідження загального вигляду розв'язків цього рівняння, користуючись періодичністю функції $\chi^2(x)$, результатом якої є

$$\frac{d^2\varphi(x+a)}{dx^2} + \chi^2(x+a)\varphi(x+a) = \frac{d^2\varphi}{dx^2} + \chi^2(x)\varphi(x+a) \quad (16)$$

З (16) видно, що якщо функція $\varphi(x)$ є розв'язком рівняння Хілла, то функція $\varphi(x-a)$ також буде розв'язком того ж рівняння. Якщо $C_1\varphi_1(x)$ і $C_2\varphi_2(x)$ - будь-яких два довільних лінійно незалежних розв'язки рівняння (15), то його загальний розв'язок можна подати у вигляді

$$\varphi(x) = C_1\varphi_1(x) + C_2\varphi_2(x),$$

де C_1 і C_2 - довільні сталі.

Доведемо, що серед розв'язків рівняння (15) існує такий розв'язок $\Phi(x)$, коли для будь-якого x $\Phi(x+a) = \lambda\Phi(x)$, де λ - стала. Якщо такий розв'язок існує, то його також можна подати у вигляді $\Phi(x) = C_1\varphi_1(x) + C_2\varphi_2(x)$

Для спрощення розрахунків виберемо лінійно незалежні розв'язки $\varphi_1(x)$ і $\varphi_2(x)$ так, щоб вони задовольняли умовам

$$\varphi_1(0) = 1, \quad \varphi_1'(0) = 0$$

$$\varphi_2(0) = 0, \quad \varphi_2'(0) = 1$$

У такому випадку кажуть, що функції $\varphi_1(x)$ і $\varphi_2(x)$ утворюють фундаментальну систему розв'язків). Тоді при $x = 0$ вимоги $\Phi(x+a) = \lambda\Phi(x)$ і $\Phi'(x+a) = \lambda\Phi'(x)$ запишуться так:

$$C_1\varphi_1(x) + C_2\varphi_2(x) = \lambda C_1$$

$$C_1\varphi_1'(x) + C_2\varphi_2'(x) = \lambda C_2$$

або

$$[\varphi_1(a) - \lambda]C_1 + \varphi_2(a)C_2 = 0$$

$$\varphi_1'(a)C_1 + [\varphi_2'(a) - \lambda]C_2 = 0.$$

Розв'язки цієї системи лінійних однорідних рівнянь (відносно C_1 і C_2) існують за умови

$$\begin{vmatrix} \varphi_1(a) - \lambda & \varphi_2(a) \\ \varphi_1'(a) & \varphi_2'(a) - \lambda \end{vmatrix} = 0$$

або

$$\lambda^2 - [\varphi_1(a) + \varphi_2'(a)]\lambda + [\varphi_1(a)\varphi_2'(a) - \varphi_1'(a)\varphi_2(a)] = 0. \quad (17)$$

Шляхом диференціювання з врахуванням рівняння (15) легко переконатися, що

$$\frac{d}{dx} [\varphi_1(x)\varphi_2'(x) - \varphi_1'(x)\varphi_2(x)] = 0.$$

Отже, третій доданок (17) являє собою функцію, яка є сталою величиною, її значення для $x = 0$ перетворюється в одиницю. Такого ж значення набирає ця функція і для $x = a$. Позначимо

$$\varphi_1(a) + \varphi_2' = 2L.$$

Цим самим визначиться не один, а два розв'язки рівняння (15): $\varphi_1(x)$ і $\varphi_2(x)$, які задовольняють необхідним вимогам. Розв'язки $\varphi_1(x)$ і $\varphi_2(x)$ лінійно незалежні, і їх зручно для подання загального розв'язку взяти у вигляді

$$\varphi = C_1\varphi_1(x) + C_2\varphi_2(x). \quad (18)$$

Самі розв'язки $\varphi_1(x)$ і $\varphi_2(x)$ не можуть бути знайдені, якщо функція $\chi^2(x)$ невідома, а параметр E нефіксований. Проте це не перешкоджає оперувати функціями $\varphi_1(x)$ і $\varphi_2(x)$ для встановлення загальних властивостей розв'язків рівняння (15).

Припустимо спочатку, що стала L за модулем більша від одиниці $|L| > 1$. Тоді корені λ_1 і λ_2 є дійсними і різними. Тому з рівняння $\Phi(x+a) = \lambda\Phi(x)$ випливає, що у випадку, коли $x \rightarrow \infty$, одна з функцій $\varphi_1(x)$ або $\varphi_2(x)$ необмежено зростає, а коли $x \rightarrow -\infty$, необмежено зростає інша. Внаслідок цього при $|L| > 1$ ні один із розв'язків $\varphi_1(x)$ і $\varphi_2(x)$ а отже, і довільна лінійна комбінація їх зі сталими коефіцієнтами (18) не може бути хвильовою функцією електрона в кристалі. Це означає, що в кристалі не існує станів з енергією E , для яких $|L| > 1$. Такі енергії утворюють заборонені енергетичні зони.

Якщо ще врахувати часовий множник $e^{-i\omega t}$, то у разі відсутності зовнішніх силових полів можливі повні хвильові функції в кристалі можна подати у вигляді

$$\begin{aligned} \psi_1(x,t) &= P_1(x)e^{-i(\omega t - kx)} \\ \psi_2(x,t) &= P_2(x)e^{-i(\omega t + kx)} \end{aligned} \quad (19)$$

Ці хвилі описують "вільний рух" електрона в кристалі, коли всі діючі на нього сили обмежені взаємодією з іонами кристалічної ґратки та іншими електронами, а зовнішніх силових полів немає. Вони називаються хвилями Блоха. На відміну від плоских хвиль де Бройля, що поширюються у вільному просторі, у хвилях Блоха величини $P_1(x)$ і $P_2(x)$ не стали, а просторово модульовані, тобто періодично змінюються вздовж ланцюжка з періодом a . Через таку просторову модуляцію при вільному поширенні Ψ -хвиль у кристалі величину $\hbar k$ називають квазіімпульсом електрона, тоді як при русі електрона у вільному просторі така величина є просто імпульсом.

У тривимірних кристалах плоска хвиля Блоха має вигляд, аналогічний (19). Тільки $P(x)$ замінюється на функцію $P(\vec{r})$, яка має ту ж просторову періодичність, що й сама ґратка, а хвильове число k - на хвильовий вектор \vec{k} , якому відповідає квазіімпульс $\hbar \vec{k}$.

Вибором квазіімпульсу визначається з точністю до сталого множника хвильова функція Блоха. Отже, визначається і енергія електрона ϵ , яка входить у стаціонарне рівняння Шредінгера як сталий параметр. Таким чином, у межах кожної зони допустимі значення енергії електрона можуть бути подані як функції квазіімпульсу $E = E(p)$. Звідси отримуємо $\omega = \omega(k)$, оскільки $E = \hbar\omega$. Обидва ці співвідношення називаються законами дисперсії електронних хвиль або електрона в кристалі.

Реалізація можливих спектротрансформаторів представлена на такій блок-схемі, що включає в себе набір вузькочастотних демодуляторів (рис.2). Випромінювання деякої ширини спектру $\hbar(\omega + \Delta\omega)$ потрапляє на блок I, в якому відбувається аналіз (декодування) виду енергетичного спектру (оптичний, радіочастотний, рентгенівський, γ -випромінювання, космічні промені і т.д.). Вхідними пристроями блоку I є оптичні коліматори, коливальні контури з чутливими антенами, детектори γ -випромінювання. Блок II являє собою демодулюючу систему, в якому відбувається розкладання складного за спектром випромінювання на окремі частоти ω_0 . Тоді моноскладові випромінювання потрапляють на блок приймачів III. Між демодулюючою системою і блоком приймачів існує зворотній зв'язок. На виході з такої системи отримується сигнал заданої частоти ω_0 , що відповідає енергії $\hbar\omega_0$. Розглянуті модулі I, II, III працюють на відомих фізичних закономірностях та явищах резонансу, інтерференції, дифракції, дисперсії, фотоэффекту, ефекту Комптона і т.д. Така система робить селекцію та взаємне перетворення

Запропонований спосіб трансформації довжин світлових хвиль на базі інформаційно-енергетичного перетворення світлового спектру містить в собі ефективне робоче середовище резонансної оптичної накачки парів лужних металів, яке дозволяє здійснювати заселення верхніх атомних рівнів та зумовлює інверсне заселення відносно нижче розміщених енергетичних рівнів. Це створює можливість спектральної трансформації хвиль широкого космічного діапазону в наперед заданий інтервал довжин хвиль.

ВИСНОВКИ

1. Проведено теоретичні дослідження спектроенергетичних перетворювачів.
2. Здійснено системний аналіз квантової теорії випромінювання та його взаємодії з найбільш придатними середовищами.
3. Отримані закономірності придатні для розв'язку задачі з перетворення енергії різних діапазонів енергетичного спектру.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Рахманов С.А., Хохлов Р.В. Проблемы нелинейной оптики (М., ВИНТИ, 1964).
2. Кожем'яко В.П., Зузяк П.М., Слободяник А.Д. Теоретичні начала інформаційно-енергетичного перетворення світлового спектру // *Materialy II Miedzynarodney neukove-praktyeznej konferencji "Wyksztalcenie I nauka bez granic -2005"*/ Tom 26.-2005.-S.8-11.
3. Aleksandrovski A.L., Chirkin A.S., Volkov V.V., *J. Russian Laser Res.*, 18, 101 (1997).
4. Кожем'яко В.П., Зузяк П.М., Ларюшкин Є.П., Слободяник А.Д. Теоретичні основи перетворення енергії світлового спектру // *Оптико-електронні інформаційно-енергетичні технології.*- Вінниця, 2006, №1(11).-С.97-101.
5. Воловик П.М. Фізика. Підручник для університетів.- К.; Ірпінь: Перун, 2005.-864 с.
6. Пат. 33048 Україна, МПК F24J2/18. Спосіб уніфікованої трансформації довжин хвиль / Кожем'яко В.П., Шевченко О.В., Ярославський Я.І., Бойко О.А. // *Бюл. №11*, 2008.

Надійшла до редакції 20.05.2011р.

КОЖЕМ'ЯКО В.П. – д.т.н., проф., завідувач кафедри лазерної та оптоелектронної техніки, Вінницький національний технічний університет, Україна.

СЛОБОДЯНИК А.Д.– к.т.н., доцент кафедри загальної фізики та фотоніки, Вінницький національний технічний університет, Вінниця, Україна.

ЯРОСЛАВСЬКИЙ Я.І. – пошукач кафедри лазерної та оптоелектронної техніки, Вінницький національний технічний університет, Вінниця, Україна.

КОЖЕМ'ЯКО А.В. – к.т.н., доцент кафедри лазерної та оптоелектронної техніки, Вінницький національний технічний університет, Вінниця, Україна.