УДК 004.942

Т.Б. МАРТИНЮК, А.В. КОЖЕМ'ЯКО, А.В. МЕЛЬНИК [2]

ОСОБЛИВОСТІ ПАРАЛЕЛЬНО-ПОЗРІЗОВОГО ОБРОБЛЕННЯ ЕЛЕМЕНТІВ МАТРИЦЬ ДЛЯ КЛАСИФІКАЦІЇ ОБ'ЄКТІВ

Вінницький національний технічний університет,
21021, Хмельницьке шосе, 95, Вінниця, Україна

Анотація. У статі розглянуто алгоритм оброблення елементів матриці, що представляють собою відповідні доданки дискримінантних функцій при класифікації об'єктів. Досліджено часові залежності оброблення за різницевими зрізами елементів таких матриць.

Аннотация. В статье рассмотрен алгоритм обработки элементов матрицы, которые представляют собой соответствующие слагаемые дискриминантных функций при классификации объектов. Исследованы временные зависимости обработки по разностным срезам элементов таких матриц.

Abstract. The article discussed the algorithm of matrix element processing.This elements represent the corresponding summands of discriminant functions when classifying objects. The time dependences of processing of matrix element by difference-cuts are investigated.

Ключові слова: оброблення за різницевими зрізами, дискримінантна функція, класифікація об'єктів, лінійна регресія.

ВСТУП

Нові підходи до оброблення одно- та двовимірних масивів даних в процесі попереднього оброблення та аналізу сигналів і зображення, а також при розпізнаванні образів потребують, в першу чергу, визначення їх витратних показників, а саме часових показників, які є показовими на етапі алгоритмічного подання процесів оброблення [1-4].

В цьому плані важливо визначити такі часові залежності, наприклад, як кількість циклів (тактів, етапів, кроків) від розмірності масиву чисел, що обробляється, без врахування особливостей елементної бази та структурної організації засобів, на яких можлива реалізації запропонованих процесів оброблення. В таких випадках обов'язковим є імітаційне моделювання саме процесів оброблення масивів даних з врахуванням їх особливостей [5, 6].

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ ДОСЛІДЖЕННЯ

Одним з нових підходів до оброблення двовимірного масиву даних, який складають елементи дискримінантних функцій (ДФ) в процесі класифікації об'єктів [7, 8], наприклад, при медичному діагностуванні [9, 10], є оброблення за різницевими зрізами (РЗ) [11-13]. Для такого підходу характерним є формування векторних РЗ A_j^t, де $j = \overline{1,n}$, для кожного стовпця матриці $\mathbf{A}^0$ розмірністю m×n, елементами a_{ij}^0 якої є доданки відповідних *m* ДФ $g_i(Z)$ вигляду [9]:

$$\begin{cases} g_1(Z) = w_{11}z_1 + w_{12}z_2 + \ldots + w_{1n}z_n - \theta_1, \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ g_m(Z) = w_{m1}z_1 + w_{m2}z_2 + \ldots + w_{mn}z_n - \theta_m, \end{cases} \tag{1}$$

причому

$$a_{ij}^0 = w_{ij} \cdot z_j \;, i = \overline{1,m}, j = \overline{1,n}. \tag{2}$$

Тоді належність образу $Z = (z_1, \ldots, z_n)$ до класу C_{i0} визначається за максимумом *i*-ої ДФ, тобто

$$\max_i g_i(Z) = g_{i0}(Z), \tag{3}$$

при цьому елемент p_i вектора класифікації $P = (p_1, \ldots, p_m)$ має одиничне значення.

Якщо подати елементи ДФ a^0_{ij} як елементи матриці $\mathbf{A}^0$ (початкового двовимірного РЗ) вигляду

$$\mathbf{A}^0 = \begin{bmatrix} a^0_{11} . & . & . a^0_{1n} \\ . & . & . \\ a^0_{i1} . & . & . a^0_{in} \\ . & . & . \\ a^0_{m1} . & . & . a^0_{mn} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A^0_1 \\ \dots \\ A^0_i \\ \dots \\ A^0_m \end{bmatrix}, \tag{4}$$

рядки якої складають елементи відповідних ДФ $g_i\,(Z)$ (1), то подальші дії над елементами матриці $\mathbf{A}^0$ (4) з обробленням за РЗ мають такий вигляд [11-14].

1. Визначається для кожного j-го стовпця $A_j^{t\text{-}1}$ прямокутної матриці $\mathbf{A}^{t\text{-}1}$ розмірністю $m \times n$, де $t = \overline{1, N}$, метрика – міра схожості у вигляді

$$q_j^{t-1} = \min_i A_j^{t-1} = \min_i a_{ij}^{t-1}, \qquad i = \overline{1, m} \tag{5}$$

В результаті для матриці $\mathbf{A}^{t\text{-}1}$ маємо векторну метрику вигляду

$$\mathbf{q}^{t\text{-}1} = (q_1^{t-1}, \dots, q_n^{t-1}). \tag{6}$$

2. Здійснюється корегування елементів всіх стовпців матриці $\mathbf{A}^{t\text{-}1}$:

$$\overline{a}_{ij}^{t} = a_{ij}^{t-1} - q_j^{t-1}, \tag{7}$$

тобто формується матричний (двовимірний) РЗ $\overline{\mathbf{A}}^{t} = \{\overline{a}_{ij}^{t}\}$.

3. Перевіряються умови для всіх рядків матриці $\overline{\mathbf{A}}^{t}$ у вигляді:

$$\exists \overline{A}_i^t = 0, \quad t = \overline{1, N} \tag{8}$$

$$\forall \overline{A}_i^t = 0. \tag{9}$$

У першому випадку, тобто при виконанні умови (8), залишається нульовим відповідний елемент p_i вектора класифікації P, тобто:

$$p_i = 0 \tag{10}$$

і в подальшому цей нульовий рядок $\overline{A}_i^t$ з оброблення вилучається. Перехід до п.4.

У другому випадку при виконанні умови (9) для останнього нульового рядка $\overline{A}_l^N$ матриці $\overline{\mathbf{A}}^N$ формується відповідний одиничний елемент p_l вектора класифікації P, тобто

$$p_l = 1, \qquad l = \overline{1, m}. \tag{11}$$

Перехід до п. 5.

4. Виконується впорядкування матриці $\overline{\mathbf{A}}^t$ в процесі просування (транспозиції) праворуч до краю нульових елементів $\overline{a}_{ij}^t$ у всіх рядках $\overline{A}_i^t$ і формування впорядкованого двовимірного РЗ $\mathbf{A}^t$ у вигляді

$$\mathbf{A}^t = \underset{0}{TrR}(\overline{\mathbf{A}}^t). \tag{12}$$

Перехід до п. 1.

5. Процес завершено.

При дослідженні процесу класифікації сигналів з обробленням елементів ДФ за методом РЗ труднощі викликає задача визначення часових характеристик цього процесу через те, що застосування методу РЗ надає адаптивного характеру процесу оброблення як одновимірних, так і двовимірних масивів даних [15-17].

Отже, метою даної роботи є визначення математичних залежностей часових показників від розмірності двовимірних масивів даних з врахуванням особливостей оброблення елементів матриць за РЗ.

ЧАСОВІ ЗАЛЕЖНОСТІ ОБРОБЛЕННЯ ЗА РІЗНИЦЕВИМИ ЗРІЗАМИ ЕЛЕМЕНТІВ МАТРИЦЬ

Для оброблення двовимірних масивів розмірністю $m \times n$ за РЗ середній час (кількість циклів) можна визначати в процесі імітаційного моделювання [14]. При цьому мінімальна кількість циклів $N_{\min}$ складе

$$N_{\min} = m, \tag{13}$$

виходячи з того, що в кожному циклі буде обнулятись один рядок поточної матриці $\mathbf{A}^t$.

Складності виникають при визначенні максимального часового показника (максимальної кількості циклів $N_{\max}$), оскільки він залежить від співвідношення величин m і n матриці $\mathbf{A}^0$, що доведено результатами імітаційного моделювання [14]. Разом з тим, саму залежність $N_{\max}$ від величин m і n в процесі імітаційного моделювання визначити складно. Для цього було виконано математичне моделювання, при якому матриці подавались в абстрактному вигляді, коли їх елементам не надавались конкретні числові значення, а розглядались варіанти поступового обнуління рядків матриць (їх відсортування). При цьому було розглянуто три можливих варіанти розмірності матриці $\mathbf{A}^0$: $m = n, m < n, m > n$.

На рис. 1 наведено приклад оброблення елементів матриці $\mathbf{A}^0$ розмірністю $m \times n$=2×3 за РЗ з визначенням максимального рядка A_l^0 за сумою його елементів a_{ij}^0. Для спрощення нижче кожної поточної матриці $\mathbf{A}^{t-1}$ ($t = \overline{1, N}$) у кожному t-му циклі показано вектор Min^{t-1}, що складається з мінімальних елементів (6) у кожному j-му стовпці ($j = \overline{1, n}$) поточної матриці. Крім того, на рис. 1 праворуч кожного рядка матричних перетворень, які складають цикл, показано номер цього циклу. Таким чином, для наведеного прикладу кількість циклів складає $N = 3$.

$$\overset{\mathbf{A}^0}{\begin{bmatrix} 3 & 5 & 9 & 10 \\ 4 & 7 & 8 & 6 \end{bmatrix}} \rightarrow \overset{\overline{\mathbf{A}}^1}{\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 4 \\ 1 & 2 & 0 & 0 \end{bmatrix}} \qquad \text{1-й цикл}$$

$$\downarrow \qquad \mathbf{A}^1 \downarrow \qquad \overline{\mathbf{A}}^2$$

$$\mathrm{Min}^0 \begin{bmatrix} 3 & 5 & 8 & 6 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 1 & 4 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 0 & 0 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \rightarrow \min A^0{}_2 \qquad \text{2-й цикл}$$

$$\downarrow \qquad \mathbf{A}^2 \downarrow \qquad \overline{\mathbf{A}}^3$$

$$\mathrm{Min}^1 \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 \\ - & - & - & - \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ - & - & - & - \end{bmatrix} \rightarrow \max A^0{}_1 \qquad \text{3-й цикл}$$

$$\downarrow$$

$$\mathrm{Min}^2 \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Рис. 1. Приклад оброблення елементів матриці $\mathbf{A}^0$розмірністю $m \times n$ = 2×3 за РЗ

На рис.2-4 наведено найбільш наочні з усіх можливих прикладів відсортування рядків матриць за зростанням суми їх елементів з відповідним співвідношенням розмірів $m \times n$ матриць: 4×4, 3×4, 5×4. Наведені приклади демонструють максимальну кількість циклів процесу поступового обнуління рядків матриці (показано зверху над кожною поточною матрицею). На рис. 2-4 ненульові елементи матриці подано символом "х", нульові символом "–", а кожний ряд перетворень матриці відповідної розмірності відповідає процесу обнуління одного рядка цієї матриці. Тому кожний наступний ряд матричних перетворень починається з матриці меншої розмірності, що утворена в останньому циклі (показано пунктирною дужкою).

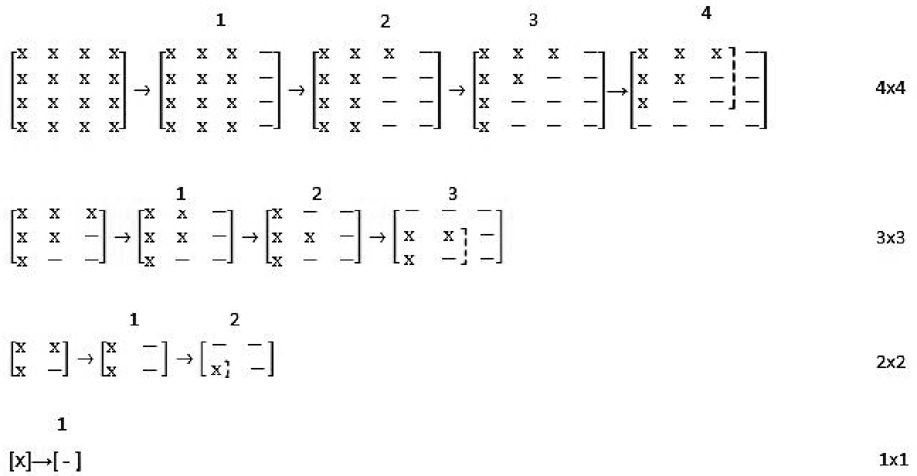


Рис. 2. Приклад оброблення матриці розмірністю 4х4 за РЗ

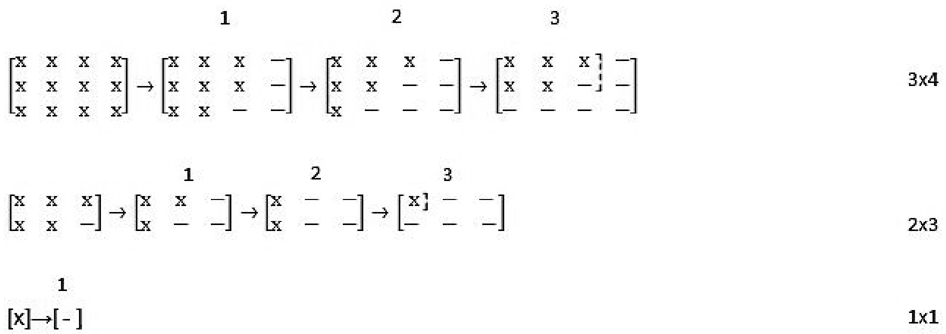


Рис.3. Приклад оброблення матриці розмірністю 3х4 за РЗ

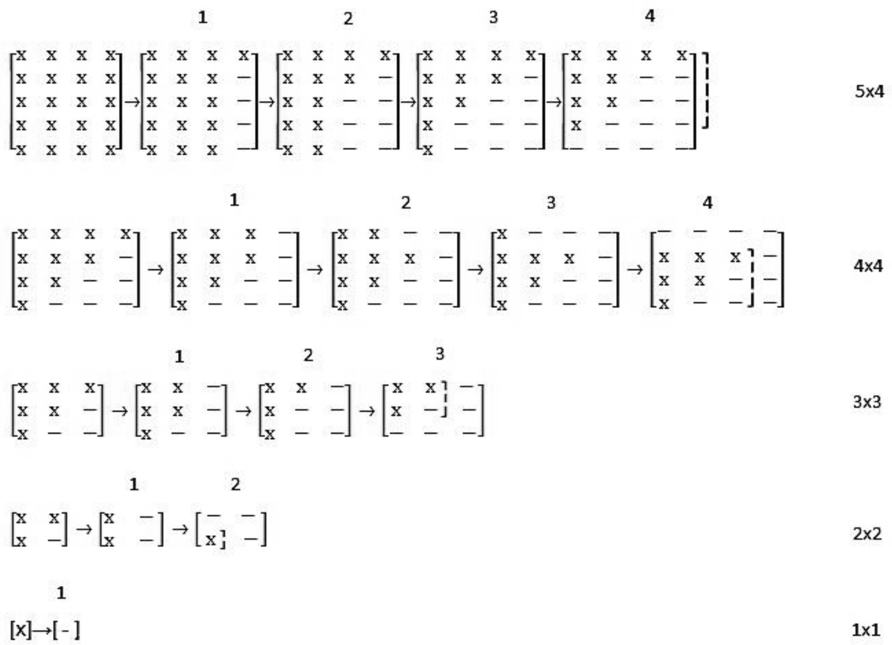


Рис.4. Приклад оброблення матриці розмірністю 5х4 за РЗ

Так для наведеної на рис. 2 матриці розмірністю $m \times n = 4 \times 4$ максимальна кількість циклів для обнуління всіх її рядків складає 10 циклів, для матриці розмірністю $m \times n = 3 \times 4$ на рис. 3 складає 7 циклів, а для матриці розмірністю $m \times n = 5 \times 4$ на рис. 4 – 14 циклів. Дослідження таким чином значної кількості прикладів двовимірного оброблення матриць за РЗ дозволяє вивести відповідні математичні залежності в результаті використання регресійного аналізу [18].

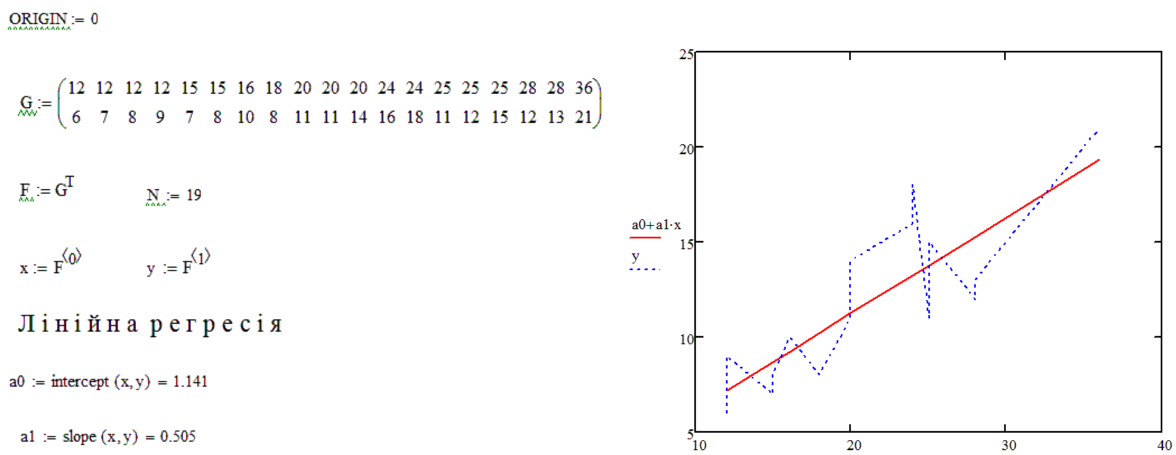
РЕЗУЛЬТАТИ ІМІТАЦІЙНОГО МОДЕЛЮВАННЯ

Приймемо, що залежність максимальної кількості циклів $N_{\max}$ від розмірності $m \times n$ масиву чисел має вигляд лінійної регресії [18]:

$$y = f(x) = a_0 + a_1 x, \tag{14}$$

де в якості аргументу x будемо розглядати величину $(m \times n)$.

Задача регресійного аналізу полягає у відновленні функціональної залежності $y(x)$ по результатах вимірів (x_i, y_i), де $i = 1 \ldots k$, де k – кількість експериментів, тобто знаходження у даному випадку параметрів a_0, a_1 з виразу (14). Одним з відомих методів обчислення коефіцієнтів лінійної регресії є метод найменших квадратів, для чого у середовищі математичного пакету MathCad 2000 передбачено використання відповідних функцій intersept (x,y) та slope(x,y) [18]. На рис. 5а наведено фрагмент робочого документу MathCad, який містить таблицю експериментальних даних (G) та результати обчислення коефіцієнтів лінійної регресії a_0, a_1, а на рис. 5б показано графік, що відображає залежність $y = f(x)$ для наведених даних G.



а) б)

Рис. 5. Фрагмент робочого документа MathCad для обчислення параметрів a_0 і a_1 (а) та графік для експериментальних даних G (б)

Отже, по результатах моделювання можна записати таке співвідношення:

$$N_{\max} = \frac{mn}{2} + 1, \tag{15}$$

або у загальному вигляді

$$N_{\max} = O\left(\frac{mn}{2}\right). \tag{16}$$

Тому в розрахунках часових параметрів двовимірного оброблення за РЗ для їх максимальних і мінімальних значень можна використовувати співвідношення відповідно (16) і (13).

ВИСНОВКИ

1. Уникнення необхідності накопичення суми добутків з подальшим вибором максимальної серед них є основною перевагою використання методу РЗ над класичним методом класифікації на базі ДФ, оскільки метод РЗ в цьому випадку використовує такі нескладні операції, як визначення мінімального ненульового елемента у векторних масивах (стовпцях матриці), віднімання та транспозиція (просування з обміном) нульових елементів у рядках матриці.

2. Часові характеристики процесу оброблення за РЗ елементів двовимірної матриці, визначені в процесі регресійного аналізу, залежать у значній мірі від розмірності двовимірного масиву даних у співвідношенні $O(\frac{mn}{2})$.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Воеводин В.В. Параллельные вычисления / В.В. Воеводин, Вл. В. Воеводин. – СПб.: БХВ-Петербург, 2004. – 608 с. – ISBN 5-94157-160-7.
2. Царев А.П. Алгоритмические модели и структуры высокопроизводительных процессоров цифровой обработки сигналов / А.П. Царев. – Szczecin, Informa, 2000. – 237 с. – ISBN 83-87362-34-4.
3. Гергель В.П. Основы параллельных вычислений для многопроцессорных вычислительных систем: учеб. пособие / В.П. Гергель, Р.Г. Стронгин. – Нижний Новгород: Изд-во ННГУ им. Н. Лобачевского, 2003. – 184 с.
4. Мартинюк Т.Б. Оцінювання структурно-інформаційної складності паралельних алгоритмів додавання / Т.Б. Мартинюк, Н.І. Заболотна, В.В. Шолота // Вісник Вінницького політехнічного інституту. – 1996. – № 4. – С.21-26. – ISSN 1997-9266.
5. Ермаков С.М. Статистическое моделирование / С.М. Ермаков, Г.А. Михайлов. – М.: Наука, 1982. – 296 с.
6. Ситник В.Ф. Імітаційне моделювання: навч. посібник / В.Ф. Ситник, В.С. Орленко. – К.: КНЕУ, 1998. – 232 с. – ISBN 966-574-021-0.
7. Дискриминантный анализ [Електронний ресурс] – Режим доступу: http://www.statsoft.ru/home/textbook/modules/stdiscan.html.
8. Дискриминантные функции для классификации многомерных объектов [Електронний ресурс] – Режим доступу: http://masters.donntu.edu.ua/2005/kita/kapystina/library/disc–an2.htm.
9. Бернюков А.К. Распознавание биоэлектрических сигналов / А.К. Бернюков, Л.Т. Сушкова // Зарубежная радиоэлектроника. – 1996. – № 12. – С. 47-51. – ISSN 0373-2428.
10. Юнкеров В.И. Математико-статистическая обработка данных медицинских исследований / В.И. Юнкеров, С. Г. Григорьев. – СПб.: ВМедА, 2002. – 266 с. – ISBN 5–94277–011–05.
11. Мартынюк Т.Б. Классификатор биомедицинских сигналов / Т.Б. Мартинюк, А.Г. Буда, В.В. Хомюк, А.В. Кожемяко, Л.М. Куперштейн // Искусственный интеллект. – 2010. – № 3. – С. 88-95. – ISSN 1561-5359.
12. Мартынюк Т.Б. Новый подход к обработке дискриминантных функций в классификаторе биомедицинских сигналов / Т.Б. Мартынюк, Л.М. Куперштейн, А.Г. Буда, А.В. Кожемяко, В.В. Хомюк // Нейроинформатика-2013: XV Всерос. науч.-техн. конф., 21-25 января 2013 г.: сб. науч. тр. Ч. 1. – М.: НИЯУ МИФИ, 2013. – С. 92-98. – ISBN 978-5-7262-1773-4.
13. Martyniuk, T. B. Applications of discriminant analysis methods in medical diagnostics / T. B. Martyniuk, L. M. Kupershtein, A. V. Medvid, A. V. Kozhemiako, W. Wojcik, O. Yuchshenko // Optical Fibers and Their Applications 2012. Proceedings of the SPIE, Volume 8698, article id. 86980G, 4 pp. (2013). DOI: 10.1117/12.2019733
14. Мартинюк Т.Б. Моделювання процесу класифікації з обробленням даних за методом різницевих зрізів / Т.Б. Мартинюк, М.В. Дзісь, А.В. Медвідь // Вісник Вінницького політехнічного інституту. – 2012. – № 4. – С. 144-150. – ISSN 1997-9266.
15. Мартинюк Т.Б. Рекурсивні алгоритми багатооперандної обробки інформації / Т.Б. Мартинюк. – Вінниця: УНІВЕРСУМ-Вінниця, 2000. – 216 с. – ISBN 966-7199-98-3.
16. Мартинюк Т.Б. Аналіз моделей паралельного підсумовування елементів числового масиву / Т.Б. Мартинюк, В.В. Хом’юк, Л.М. Куперштейн, Є.С. Матвєєв // Вісник Вінницького політехнічного інституту. – 2002. – № 6. – С. 65-70. – ISSN 1997-9266.
17. Мартинюк Т.Б. Оцінювання ефективності алгоритмів мультиобробки масивів даних / Т.Б. Мартинюк, В.В. Хом’юк // Вісник Вінницького політехнічного інституту. – 2005. – № 5. – С. 76-82. – ISSN 1997-9266.
18. Плис А.И. Mathcad 2000. Математический практикум для экономистов и инженеров: учеб. пособие / А.И. Плис, Н.А. Сливина. – М.: Финансы и статистика, 2000. – 656 с. – ISBN 5-279-02281-0.

Надійшла до редакції 10.12.2013р.

МАРТИНЮК ТЕТЯНА БОРИСІВНА – к.т.н., професор кафедри лазерної та оптоелектронної техніки, Вінницький національний технічний університет, м. Вінниця, Україна.

КОЖЕМ’ЯКО АНДРІЙ ВІКТОРОВИЧ – к.т.н, доцент кафедри лазерної та оптоелектронної техніки, Вінницький національний технічний університет, м. Вінниця, Україна.

МЕЛЬНИК АЛІНА ВАДИМІВНА – магістр кафедри лазерної та оптоелектронної техніки, Вінницький національний технічний університет, м. Вінниця, Україна.