

УДК 621.791.95

Грибков Э. П.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ПЛЮЩЕНИЯ ПОРОШКОВОЙ ПРОВОЛОКИ

Сравнительный анализ технико-экономических характеристик альтернативных вариантов регенерации конструктивных размеров изнашивающихся рабочих поверхностей показывает, что в современных условиях дефицита материальных и энергетических ресурсов восстановительная наплавка является высокоэффективным ресурсосберегающим технологическим приемом [1]. Удовлетворение регламентаций эксплуатационной надежности наплавленного металла, способности противостоять различным видам изнашивания, соблюдение принципов взаимозаменяемости и экономической целесообразности во многом определяется качеством электродного материала. С точки зрения показателей качества методы прогнозирования геометрических параметров плавящегося электродного материала в виде порошковой плющеники, представлены на основе производственного опыта. Полученные ранее данные по изготовлению плющеники [2] не учитывают наличие порошкового сердечника.

Отсутствие математического аппарата по определению результирующих геометрических и физико-механических характеристик порошковой плющеники делает актуальной задачу разработки математической модели напряженно-деформированного состояния при реализации данного процесса.

Цель настоящей работы – разработка математического аппарата для определения напряженно-деформированного состояния и энергосиловых параметров при плющении порошковой проволоки.

Математическая модель напряженно-деформированного состояния в очаге деформации при плющении порошковой проволоки была основана на совместном анализе условия пластичности и дифференциального уравнения равновесия выделенного элементарного объема. Используемая в этом случае расчетная схема очага деформации представлена на рис. 1, а. Здесь следует отметить, что в данной модели рассматривается процесс плющения порошковой проволоки в монометаллической оболочке, причем основным допущением в этом случае является отсутствие пластической деформации оболочки.

Принимая в качестве исходных данных результаты анализа экспериментальных исследований, введем следующие допущения:

- в качестве закона трения принят закон Кулона-Амонтона;
- металл в процессе плющения течет только в поперечном направлении;
- механические свойства металла по ширине ленты непостоянны, т. е. необходимо определять относительную деформацию ε_{xji} в каждом элементарном объеме металла.

Схема к расчету ε_{xji} представлена на рис. 2.

$$\varepsilon_{xji} = (y_{zo} - h_{xj}) / y_{zoi}, \quad (1)$$

где y_{zoi} – высота исходной заготовки для данного элементарного объема, находится из условия равенства площади фрагмента плющенной ленты ABCdE и сегмента исходной заготовки FmK, причем:

$$ABCdE = \pi h_{xj}^2 / 8 + h_{xj} Z_{ji}; \quad (2)$$

$$FmK = 2a_i \cdot y_{zoi} / 3, \quad (3)$$

a_i – высота сегмента FmK, которая выражается через y_{zo} , т.к. в уравнении (2) два неизвестных:

$$a_i = \frac{d_o}{2} - \sqrt{\left(\frac{d_o}{2}\right)^2 - y_{zoi}^2}. \quad (4)$$

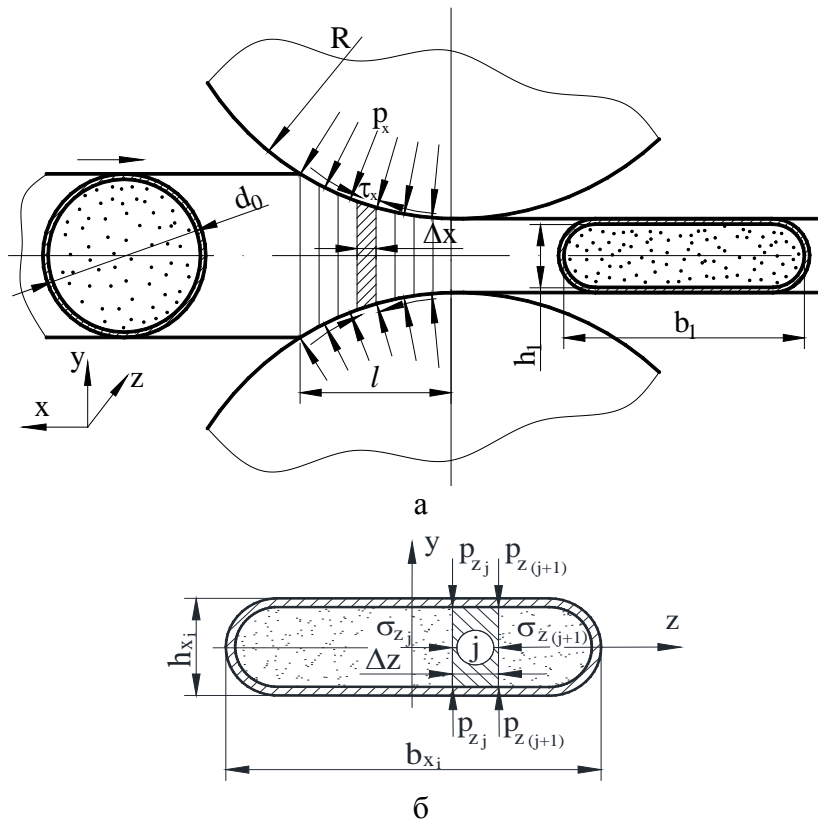


Рис. 1. Расчетная схема очага деформации при плющении порошковой проволоки: а – в продольном направлении прокатки; б – в поперечном направлении прокатки

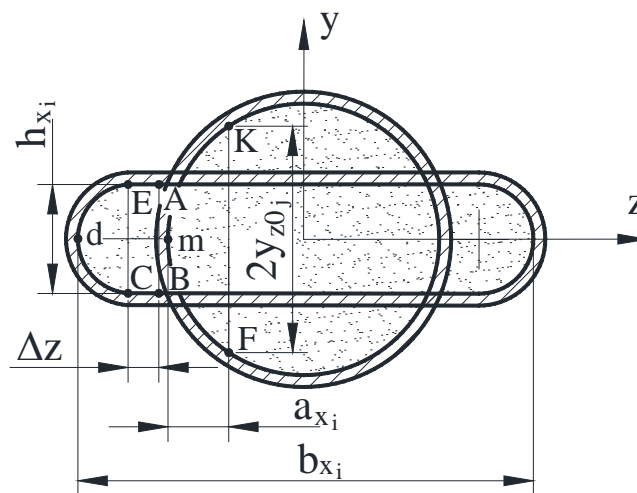


Рис. 2. Расчетная схема к расчету относительной деформации ϵ_{xji}

Значение a_i находим путем последовательного подбора чисел от 0 до R_0 , причем условием, что число подобрано правильно, является равенство расчетных площадей ABCdE и сегмента FmK.

Выразив с учетом принятых допущений геометрические характеристики, а также напряжения τ_{xzji} , p_{xzji} , σ_{xzji} в конечно-разностном виде, как это показано на рис. 1, б, рассмотрим двухмерное условие статического равновесия выделенного элементарного объема металла в зоне пластического формоизменения [2]:

$$\sigma_{xzji}h_{xj} - \sigma_{xzj(i+1)}h_{xj} + 2 \frac{(\tau_{xzji} + \tau_{xzj(i+1)})}{2} \Delta Z_{ji} = 0. \quad (5)$$

В то же время для порошкового материала нормальные напряжения σ_x можно выразить через нормальные контактные напряжения p_x преобразовав условие пластичности

для сыпучих сред, аналитическое описание которого с учетом допущения о плоскодеформированном состоянии порошковой среды имеет следующий вид [3]:

$$p_x^2 - 2 \frac{1 - 2\alpha_x}{1 + 4\alpha_x} p_x \sigma_x + \sigma_x^2 = \frac{4}{3} \frac{1 + \alpha_x}{1 + 4\alpha_x} \beta_x \sigma_{sx}^2, \quad (6)$$

где α_x, β_x – текущие по длине очага деформации значения коэффициентов, учитывающих специфику деформации именно порошковой среды;

σ_{sx} – текущее значение предела текучести твердой фазы данной порошковой композиции.

Текущие значения коэффициентов α_x и β_x , согласно рекомендациям работы [3] могут быть определены как:

$$\alpha_x = a(1 - \gamma_x)^m; \quad \beta_x = \gamma_x^{2n}, \quad (7)$$

где $\gamma_x = \rho_x / \rho_0$ – текущее по длине очага деформации значение относительной плотности;

ρ_x, ρ_0 – текущая плотность и плотность твердой фазы данной порошковой композиции; a, m, n – постоянные для каждого конкретного состава значения коэффициентов, характеризующих интенсивность изменения α_x и β_x в зависимости от изменения показателя относительной плотности γ_x .

В общем случае с учетом рекуррентной формы решения, принятого закона трения, условия пластичности (6) и с учетом известных значений σ_{xzji} и p_{xzji} уравнение (5) содержит одно неизвестное $p_{xzj(i+1)}$ и его решением будет выражение [4]:

$$p_{xzj(i+1)}^2 (t_1^2 - t_3) + 2 p_{xzj(i+1)} t_1 t_2 + t_2^2 - t_4 = 0 \quad (8)$$

$$\text{где } t_1 = \frac{1 - 2\alpha_{xzji}}{1 + 4\alpha_{xzji}} h_{x(j+1)} - f_{xz(j+1)} \Delta z_{ji}; \quad t_2 = p_{xzji} f_{xzji} \Delta z_{ji} + \sigma_{xzji} h_{xj};$$

$$t_3 = h_{x(j+1)}^2 \left[\left(\frac{1 - 2\alpha_{xzji}}{1 + 4\alpha_{xzji}} \right)^2 - 1 \right]; \quad t_4 = \frac{4}{3} h_{x(j+1)}^2 \frac{1 + \alpha_{xzji}}{1 + 4\alpha_{xzji}} \beta_{xzji} \sigma_{sxji}^2. \quad (9)$$

В качестве начальных условий использовали следующие выражения:

$$p_{xzji} \Big|_{i=1} = \frac{4}{3} \frac{1 + \alpha_{xzji}}{1 + 4\alpha_{xzji}} \beta_{xzji} \sigma_{sxji}^2; \quad \sigma_{xzji} \Big|_{i=1} = 0. \quad (10)$$

Таким образом, значения деформирующих напряжений в зоне пластического формирования определяли последовательно для каждого элемента, т. е. решая задачу в рекуррентном виде, и переходя далее по длине очага деформации. Направление вычислительного процесса приняли от кромок ленты к центру.

Силу плочения, приложенную к j, i -му элементарному объему, определяли следующим образом:

$$P_{xz} = 2 p_{xzji} \Delta z_{ji} \Delta x. \quad (11)$$

Момент, приложенный к j, i -му элементу:

$$M_{xz} = 2 P_{xzji} \Delta z_{ji} \Delta x x_j. \quad (12)$$

Сила и момент, приложенные к j -му сечению:

$$P_{xx} = \sum_{i=1}^{n_z/2} P_{xz}; \quad M_x = \sum_{i=1}^{n_z/2} M_{xz}, \quad (13)$$

где n_z – задаваемое количество разбиений по ширине каждого отдельного поперечного сечения.

Для определения силовых параметров при деформации металлической оболочки была разработана математическая модель напряженно-деформированного состояния металла

при изгибе листового металла. Данная модель основана на выделении элементарного поперечного сечения листа и численном решении конечно-разностной формы условия его статического равновесия. В соответствии с этим, расчетная схема включает в себя исходное состояние заготовки, характеризуемое толщиной S и исходной кривизной χ_0 , нагруженное состояние с текущей кривизной χ_1 и конечное состояние, которое характеризуется требуемой кривизной $\chi_{ост}$. Влиянием деформаций сдвига и связанными с ними касательными компонентами тензора напряжений пренебрегаем, что позволяет использовать гипотезу плоских сечений и существенно упрощает аналитическое описание условия связи деформаций и напряжений.

Непосредственно математическое моделирование заключается в разбиении поперечного сечения листа на элементарные поперечные сечения с порядковыми номерами $i = 1...n_y$ и последующем определении их геометрических характеристик (см. рис. 3):

$$\Delta S = S / n_y; \quad y_k = S/2 + \Delta S(k - 0.5). \tag{14}$$

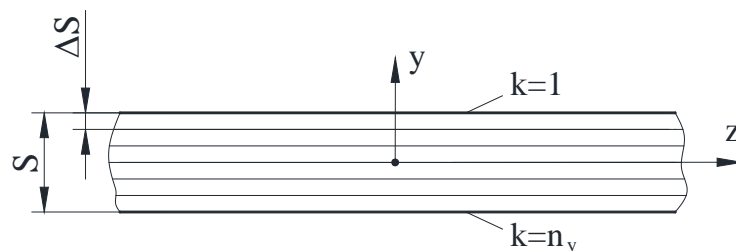


Рис. 3. Расчетная схема к определению силовых характеристик при деформации оболочки

Количественные оценки относительных деформаций напряжения-сжатия могут быть получены исходя из чисто геометрического решения изогнутого листа, имеющего начальную кривизну χ_0 [4]

$$\varepsilon_{sk} = \frac{(1 + \chi_1 y_k) \varepsilon_{cp} - (\chi_1 - \chi_0) y_k}{1 + \chi_0 y_k}, \tag{15}$$

где ε_{cp} – относительная деформация растяжения линии, соответствующей средней линии листового металла.

Для процессов холодной обработки давлением более приемлемым является использование в качестве показателя деформированного состояния не величины относительного обжатия, а интенсивности деформации ε_{sk} , определяемые как [5]:

$$\varepsilon_{sk} = (\sqrt{2}/3) \sqrt{(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)^2 + (\varepsilon_2 - \varepsilon_3)^2 + (\varepsilon_3 - \varepsilon_1)^2}, \tag{16}$$

где $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3$ – главные линейные деформации.

Главные линейные деформации для плоского деформированного состояния связаны между собой следующими соотношениями: $\varepsilon_1 = -\varepsilon_3 = \ln(l_1/l_0) = \ln(1 + \varepsilon_{sk})$ и $\varepsilon_2 = 0$.

Переходя к аналитическому описанию функциональной связи $\sigma_y(\varepsilon_{sk})$, введем дополнительное понятие остаточной степени деформации, определяемое с учетом известного значения модуля упругости материала E [6]:

$$\varepsilon_{остk} = \varepsilon_{sk} - \sigma_{yk} / E, \tag{17}$$

а также дополнительные понятия напряжений текущей деформации материала листа:

$$\sigma_{sk} = a_0 + a_1 \varepsilon_{sk} + a_2 \varepsilon_{sk}^2 + a_3 \varepsilon_{sk}^3, \tag{18}$$

где a_0, a_1, a_2, a_3 – значения коэффициентов регрессии аналитического описания интенсивности деформационного упрочнения различных металлов и сплавов.

Полученные с учетом изложенного выше аналитические выражения при одновременном указании диапазонов их возможного использования, определяемых количественно соответствующим показателям интенсивности деформации ε_{s_k} , сведены в табл. 1.

Представленные зависимости (табл. 1) в сочетании с организацией численного интегрирования:

$$T_{y_k} = \sum_{k=1}^{n_y} \sigma_k \Delta S; M_{y_k} = \sum_{k=1}^{n_y} \sigma_k y_k \Delta S \quad (19)$$

составили полный алгоритм по расчету напряженно-деформированного состояния изгиба оболочки. Показатели относительной деформации слоя, соответствующего координате центра тяжести рассматриваемого сечения для упругопластической нагрузки ε_{cp_r} и разгрузки

$\chi_{ocm(r+1)}; \varepsilon_{ocm(r+1)}$ определяли на основе дополнительной итерационной процедуры, аналитическое описание которой имеет следующий вид:

$$\varepsilon_{cp_r} = \varepsilon_{cp_r} - T_{y_r} / (E \cdot F_S); \varepsilon_{ocm(r+1)} = \varepsilon_{s_k} - \sigma_{y_k} / E; \chi_{ocm(r+1)} = \chi_{ocm_r} - M_{y_r} / (E \cdot J_S), \quad (20)$$

где r – порядковый номер очередного цикла итерационной процедуры решения;

F_S, J_S – площадь и момент инерции поперечного сечения оболочки.

Таблица 1

Зависимости для определения напряжений и деформаций металлической оболочки

Параметр	Характер нагружения металла		
	Упругопластическое растяжение	Упругая деформация	Упругопластическое сжатие
ε_{s_k}	$\varepsilon_{s_k}^{(+)} > \varepsilon_{ocm_k} + \sigma_{s_k} / E$	$\varepsilon_{s_k}^{(+)} \leq \varepsilon_{ocm_k} + \sigma_{s_k} / E$ $\varepsilon_i^{(-)} \leq \varepsilon_{ocm_k} + \sigma_{s_k} / E$	$\varepsilon_{s_k}^{(-)} < \varepsilon_{ocm_k} + \sigma_{s_k} / E$
σ_{y_k}	σ_{s_k}	$E(\varepsilon_{s_k} - \varepsilon_{ocm_k})$	σ_{s_k}
ε_{ocm}	$\varepsilon_{s_k} - \sigma_{y_k} / E$	ε_{ocm_k}	$\varepsilon_{s_k} - \sigma_{y_k} / E$

Для оценки степени сходимости итерационных процедур решения (20) использовали следующее условие:

$$\delta_r = \left| T_{y_r} / h \right| + \left| M_{y_r} / S^2 \right| \leq 0,01. \quad (21)$$

Энергосиловые параметры определяли на основе интегрирования показателей напряженного состояния порошкового сердечника и металлической оболочки.

Все представленные выше зависимости легли в основу математической модели процесса плющения порошковой проволоки в монометаллической оболочке.

В качестве примера реализации модели на рис. 4 представлены расчетные распределения нормальных контактных напряжений и относительной плотности вдоль очага деформации при различных обжатиях. Из анализа зависимостей видно, что интенсивность роста данных параметров увеличивается в выходе из очага деформации, а уровень возрастает при увеличении обжатия.

На рис. 5 представлена зависимость силы прокатки от толщины оболочки при различных обжатиях порошковой ленты. Из анализа данных распределений видно, что толщина оболочки оказывает влияние на энергосиловые параметры плющения порошковой проволоки. Так, например, при увеличении толщины оболочки с 0,5 до 2,0 мм сила прокатки увеличивается в 4 раза.

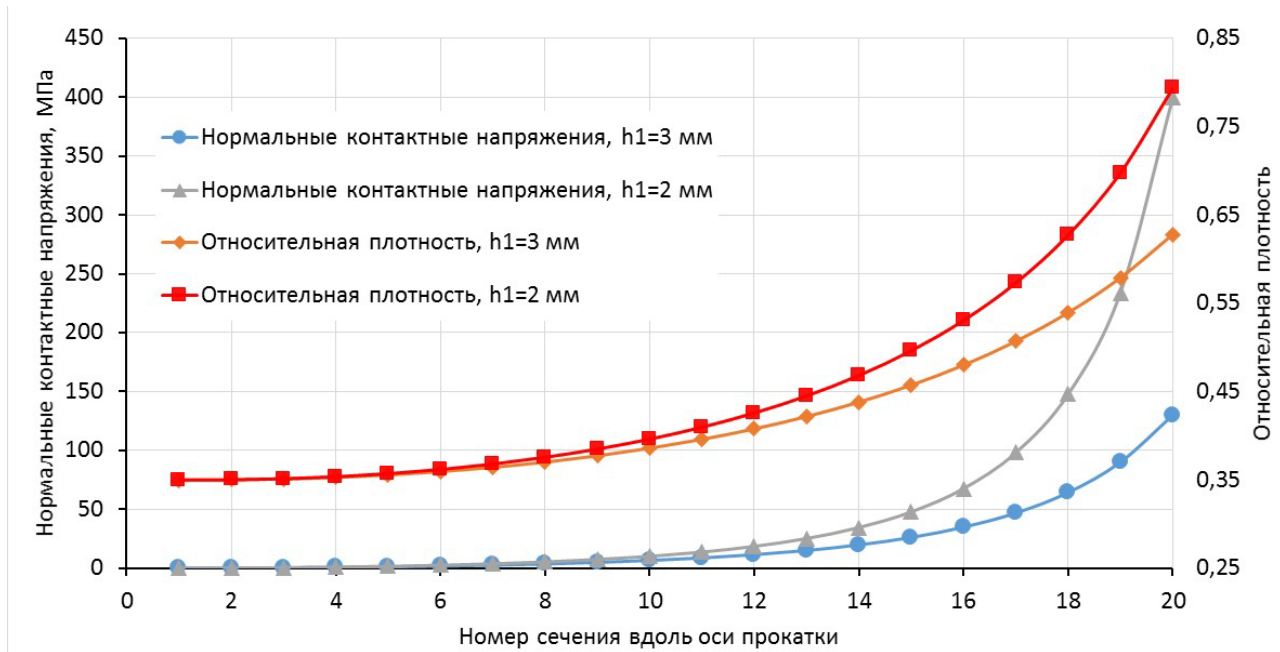


Рис. 4. Распределение нормальных контактных напряжений и относительной плотности порошкового сердечника по длине очага деформации

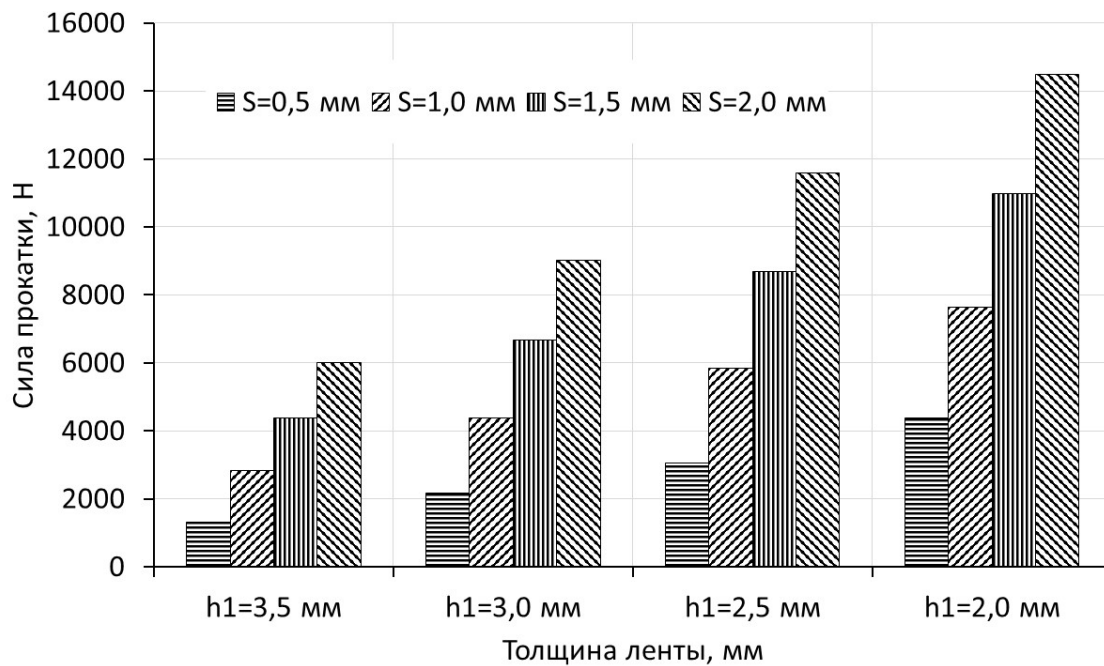


Рис. 5. Зависимость силы прокатки от толщины оболочки и обжатия

На рис. 6 показаны расчетные распределения составляющих сил прокатки при деформации порошкового сердечника и металлической оболочки. При использовании оболочки толщиной 0,1 мм данные составляющие сопоставимы, а при увеличении толщины оболочки до 2,0 мм наблюдается превышение силы деформации оболочки над силой деформации порошка от 3 до 11 раз в зависимости от обжатия.

Рассмотренные теоретические результаты подтверждают необходимость учета деформации металлической оболочки при исследовании процессов плющения порошковой проволоки.

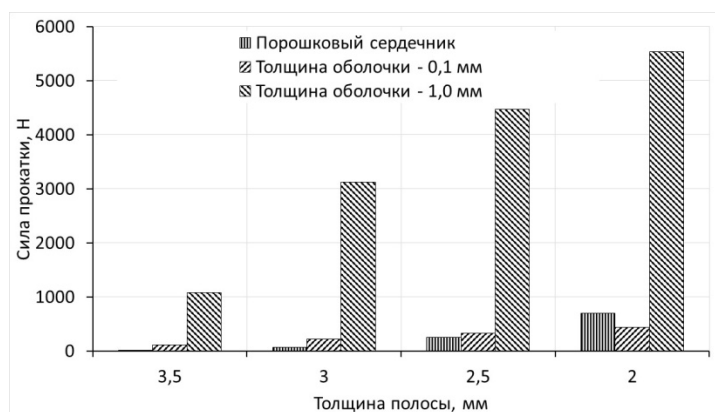


Рис. 6. Зависимость составляющих силы прокатки от толщины оболочки и обжатия

ВЫВОДЫ

Проведенные теоретические исследования показывают влияние толщины и материала оболочки порошковой ленты на энергосиловые параметры процесса, при этом составляющая от деформации оболочки может быть сопоставима с силой деформации порошкового сердечника, а также превышать её в несколько раз.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Патон Б. Е. Проблемы сварки на рубеже веков // *Автоматическая сварка*. – 1999. – № 1. – С. 4–15.
2. Грибкова С. Н. Математическое моделирование напряжений и деформаций при производстве электродной плющеньки / С. Н. Грибкова, А. И. Дворжак, А. В. Шевченко // *Вісник Харківського держтех університету сільськогосподарства*. – Харків : ХДТУСГ, 2005. – С. 44–49.
2. Прогрессивные технологические процессы штамповки деталей из порошков и оборудование / Г. М. Волкогон, А. М. Дмитриев, Е. П. Добряков [и др.]: под общ. ред. А. М. Дмитриева, А. Г. Овчинникова. – М. : Машиностроение, 1991. – 320 с.
3. Gribkov E. P. Research into the process of producing powder tapes / E. P. Gribkov, A. V. Perig, V. A. Danilyuk // *Int J Adv Manuf Technol*. – 2015. – № 77 (95–8). – P. 1087–1104. – doi: 10.1007/s00170-014-6496-x.
4. Одномерное математическое моделирование напряженно-деформированного состояния при правке растяжением с изгибом / В. И. Дунаевский, В. А. Самойлов, А. В. Сатонин, А. Б. Егоров // *Изв. вузов Черная металлургия*. – 1994. – № 9. – С. 44–47.
5. Сторожев М. В. Теория обработки металлов давлением : учебник для вузов / М. В. Сторожев, Е. А. Попов. – 4-е изд., перераб. и доп. – М. : Машиностроение, 1977. – 423 с.
6. Фридман Я. Б. Механические свойства металлов / Я. Б. Фридман // В 2 т. Т. 1. Металловедение и термическая обработка стали. – М. : Машиностроение, 1974. – 472 с.

REFERENCES

1. Paton B. E. Problemy svarki na rubezhe vekov // *Avtomaticheskaja svarka*. – 1999. – № 1. – S. 4–15.
2. Gribkova S. N. Matematicheskoe modelirovanie naprjazhenij i deformacij pri proizvodstve jelektrodnoj pljushhenki / S. N. Gribkova, A. I. Dvorzhak, A. V. Shevchenko // *Visnik Harkivs'kogo derzhteh universitetu sil'skogo gospodarstva*. – Harkiv : HDTUSG, 2005. – S. 44–49.
2. Progressivnye tehnologicheskie processy shtampovki detalej iz poroshkov i oborudovanie / G. M. Volkogon, A. M. Dmitriev, E. P. Dobryakov [i dr.]: pod obshh. red. A. M. Dmitrieva, A. G. Ovchinnikova. – M. : Mashinostroenie, 1991. – 320 s.
3. Gribkov E. P. Research into the process of producing powder tapes / E. P. Gribkov, A. V. Perig, V. A. Danilyuk // *Int J Adv Manuf Technol*. – 2015. – № 77 (95–8). – P. 1087–1104. – doi: 10.1007/s00170-014-6496-x.
4. Odnomernoe matematicheskoe modelirovanie naprjazhenno-deformirovannogo sostojaniya pri pravke rastjazheniem s izgibom / V. I. Dunaevskij, V. A. Samojlov, A. V. Satonin, A. B. Egorov // *Izv. vuzov Chernaja metal-lurgija*. – 1994. – № 9. – S. 44–47.
5. Storozhev M. V. Teorija obrabotki metallov davleniem : uchebnik dlja vuzov / M. V. Storozhev, E. A. Popov. – 4-e izd., pererab. i dop. – M. : Mashinostroenie, 1977. – 423 s.
6. Fridman Ja. B. Mehanicheskie svojstva metallov / Ja. B. Fridman // V 2 t. T. 1. Metallovedenie i ter-micheskaja obrabotka stali. – M. : Mashinostroenie, 1974. – 472 s.

Грибков Э. П. – канд. техн. наук, доц., ДГМА

ДГМА – Донбасская государственная машиностроительная академия, г. Краматорск.

E-mail: amm@dgma.donetsk.ua

Статья поступила в редакцию 24.09.2015 г.