

УДК 539.3

**М.О. Соловей**, д-р техн. наук  
**О.П. Кривенко**, канд. техн. наук  
**О.О. Міщенко**  
**О.Б. Калашніков**

## **ВРАХУВАННЯ ХАРАКТЕРИСТИК КОМПОЗИТНОГО МАТЕРІАЛУ В СКІНЧЕННОЕЛЕМЕНТНІЙ МОДЕЛІ НЕОДНОРІДНОЇ ОБОЛОНКИ**

Наведено основні поняття щодо композитних матеріалів, сформульовано їхні загальні ознаки та описано шляхи визначення ефективних пружних характеристик. Виходячи з розробленої скінченноелементної моделі, узагальнено поняття композитного матеріалу пружної оболонки.

У сучасній техніці та будівництві як раціональні конструкції та їх елементи застосовуються неоднорідні оболонки різноманітної форми з геометричними особливостями за товщиною. Усе частіше поряд з **традиційними матеріалами (ТМ)** в оболонках використовуються **композитні матеріали (КМ)**. Останні характеризуються комплексом властивостей [1 - 11], які значно відрізняються від властивостей традиційних матеріалів [17]. У теперішній час існує велика кількість різних видів КМ. Прикладами застосування КМ в оболонкових конструкціях є: конструктивні елементи літальних апаратів і суден, балони тиску, цистерни, резервуари та куполи [13,16-22], тощо. У будівництві композити знаходять все ширше застосування при створенні несучих конструкцій. Проблеми дослідження стержнів, пластин та оболонок із КМ розглядалися в багатьох монографіях [8,9,16,18,19, 23 - 27].

Висока міцність КМ при відносно малій об'ємній вазі, стійкість проти атмосферних впливів, а також інші цінні властивості визначають їхню ефективність і перспективність у застосуванні. Суттєво це стосується оболонок, що виготовлені з композитних матеріалів багатошарової структури. Конструкції, що створені з КМ з волокнистою структурою, характеризуються високою несучою спроможністю за вибраними напрямками. Зростаючі потреби практики та впровадження нових композитних матеріалів вимагають подальшого удосконалення методів розрахунку оболонкових конструкцій неоднорідної структури.

У монографії [28] висвітлено питання розробки з єдиних методологічних позицій тривимірної теорії термпружності

скінченноелементного методу розв'язування статичних задач геометрично нелінійного термопружного деформування, стійкості та закритичної поведінки широкого класу тонких пружних неоднорідних оболонки складної форми та структури. На базі універсального ізопараметричного просторового скінченного елемента (СЕ) з полілінійними функціями форми та введеними додатковими змінними параметрами побудовано розрахункову модель методу скінчених елементів, що враховує одним СЕ за товщиною геометричні особливості конструктивних елементів (змінність товщини, злами та гранованість обшивки, ребра, накладки, виїмки, отвори) і неоднорідності матеріалу (вставки та багат шарову структуру) тонкої оболонки. Застосована моментна схема скінчених елементів. Досліджуються малі термопружні деформації. Задача геометрично нелінійного деформування сформульована в приростах. Зв'язок між компонентами тензорів деформацій і напружень для анізотропного матеріалу встановлений узагальненим законом Дюамеля-Неймана.

Для моделювання термопружних властивостей неоднорідного матеріалу оболонки застосовано підхід, що базується на структуруванні неоднорідностей матеріалу за товщиною та у плані оболонки за допомогою багат шарового просторового СЕ. Прийнято, що кожний СЕ може складатися з довільного числа шарів різної змінної товщини. Шари СЕ жорстко поєднані між собою в монолітний пакет і деформуються спільно без проковзування та відриву по поверхнях контактів, де виконується вимога рівності компонент вектора переміщень. Використовується неklasична гіпотеза деформівної прямої, яка визначена наступним чином: пряма у напрямку товщини оболонки до деформування залишається прямою і після деформування, скорочуючись або подовжуючись при цьому. Ця пряма не обов'язково є нормаллю до серединної поверхні оболонки. У цьому напрямку розподіл переміщень приймається лінійним, що є загальноприйнятим припущенням у теорії тонких оболонок. Прийнята кінематична гіпотеза при певних обмеженнях на властивості матеріалів шарів забезпечує достатню точність результатів у задачах стійкості та коливань тонких багат шарових оболонок [29, 30].

У запропонованій методиці спосіб моделювання неоднорідностей матеріалу є однаковою як для обшивки оболонки, так і для ділянок зі ступінчасто-змінною товщиною, де розміщуються ребра, накладки, канали, виїмки. Таким чином, прийнятий підхід до структурування неоднорідностей матеріалу відповідає принципу моделювання неоднорідної оболонки на основі єдиної розрахункової моделі – просторового скінченного елемента.

Структурування неоднорідностей матеріалу оболонки за товщиною зведено в [28] до моделювання неоднорідного матеріалу в межах скінченного елемента необхідною кількістю шарів. Матеріали шарів представляються як однорідні анізотропні матеріали з заданими термопружними властивостями. При реалізації цього підходу в обчислювальному комплексі були створені бази ізотропних, трансверсально-ізотропних та ортотропних матеріалів шарів, які відповідають найпоширенішим варіантам симетрії їх пружних характеристик. Надалі будь-які матеріали шарів, термопружні властивості яких задаються безпосередньо через відомі технічні сталі, будемо відносити до класу **традиційних матеріалів**. Подібне визначення не суперечить загально прийнятому поняттю.

Існує багато визначень терміну «**композитні матеріали**», що пов'язано з різноманітністю методів і підходів до проектування композитних матеріалів та виконаних досліджень [1-16,18]. Для кожної окремої галузі матеріалознавства є своя різна термінологія, що ускладнює визначення загального поняття “композитні матеріали”. Як приклад одного з узагальнюючих можна привести наступне визначення КМ [10]:

“**Композиционные материалы** (от лат. compositio – сочетание), материалы, образованные объемным сочетанием химически разнородных компонентов с четкой границей раздела между ними. Характеризуются свойствами, которыми не обладают ни один из компонентов, взятый в отдельности. Различают КМ **волокнистые** (упрочненные волокнами, нитевидными кристаллами); **слоистые** (полученные прокаткой или прессованием разнородных материалов); **дисперсно-упрочненные** (упрочнитель в виде дисперсных частиц). По прочности, жесткости и другим свойствам превосходят обычные конструкционные материалы”.

Можна виділити такі загальні ознаки композитного матеріалу [31]:

- неоднорідність (або гетерогенність) за структурою та за складом, наявність різних компонентів (або гетерофазність);
- багатоконпонентність;
- наявність границь поділу між окремими компонентами;
- відмінність фізико-технічних властивостей КМ від властивостей вихідних компонентів.

Важливою рисою всіх КМ є наявність поверхонь поділу між окремими компонентами (фазами). Поверхню поділу можна уявити як область зміни властивостей матеріалу при переході від одного компонента до іншого або від однієї структури до іншої [4]. На поверхнях поділу фаз, які відрізняються своєю хімічною стабільністю, відбувається перерозподіл деформацій і напружень між окремими компонентами і структурами.

Згідно з даними теоретичних [4,24,32] та експериментальних досліджень щодо особливостей побудови та отримання штучно створених композитних матеріалів, які визначаються як неоднорідний матеріал регулярної структури при наявності повторюваних елементів, є можливість прогнозування пружних властивостей КМ, виходячи з властивостей вихідних його компонентів, технології виготовлення, тощо [33]. У літературі терміну “компоненти” відповідають такі визначення: “шари матеріалу”, “складові”, “елементи структури”, “фази”. Таким чином, існує можливість дослідження напружено-деформованого стану неоднорідної оболонки з композитного матеріалу, враховуючи властивості компонентів, що входять до його складу. Термінологічно в літературі на ці властивості посилаються як на “характеристики”, або “властивості”, або “параметри компонентів” композитних матеріалів. Надалі введемо та будемо застосовувати термін “**мікромеханічні параметри компонентів композитних матеріалів**”. До них можна віднести, наприклад, пружні характеристики матриці й армуючих волокон, їх об’ємний вміст у композиті, розміри та взаємне розташування армуючих компонентів, тощо [33 - 35].

У роботі В.В. Болотіна [24] при моделюванні процесу деформування оболонки композитний матеріал за методом енергетичного згладжування (шляхом усереднення по об’єму властивостей різних компонентів КМ) наближено замінений на однорідний ортотропний матеріал з усередненими (**макроскопічними**) пружними характеристиками, які отримали назву “**ефективні фізико-механічні характеристики композитного матеріалу**”. Питаннями визначення цих характеристик займається розділ механіки – механіка композитів [8,23,24]. В останні роки визначенню пружних ефективних характеристик КМ присвячено багато робіт, у яких наводяться більш точні дані для оцінки термопружних сталей матеріалу. Вибір тієї чи іншої методики розрахунку ефективних характеристик КМ залежить від точності кінцевого результату та його узгодженості з експериментальними даними [23,25, 33,35,36].

В літературі розрізняються поняття “**конструкція з композитного матеріалу**” та “**композитна конструкція**”. Так в [37] під “композитними конструкціями” розуміються конструкції шаруватої структури, що виготовлені з матеріалів з різними фізико-механічними характеристиками. При цьому мікроструктура матеріалів шарів залишається не визначеною, а їх пружні характеристики задаються тільки через технічні сталі. Природно виникає питання про віднесення багатoshарових матеріалів до КМ навіть якщо кожен шар його складається з традиційних однорідних матеріалів.

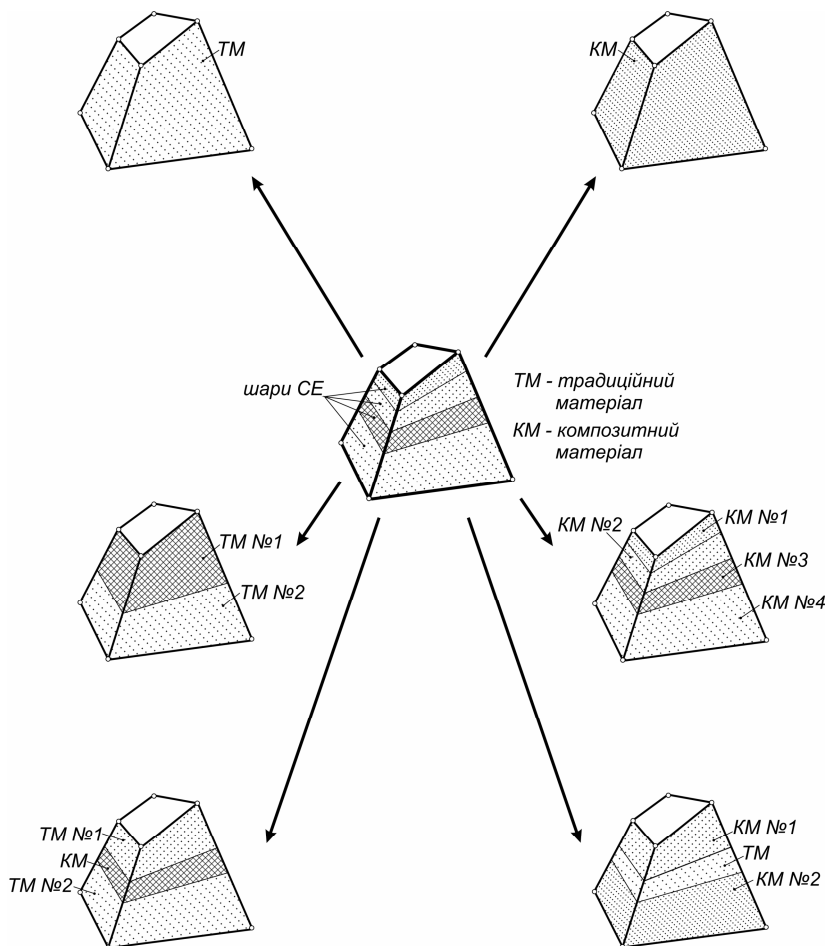
У нашому випадку в скінченноелементній моделі тонкої пружної неоднорідної оболонки [28] під “ефективними фізико-механічними характеристиками композитного матеріалу” будемо розуміти технічні сталі матеріалу шару КМ, які визначаються за розробленими в механіці композитів методиками [4]. У зв’язку цим з’являється можливість моделювання фізико-механічних характеристик як одношарового, так і багатошарового композитного матеріалу. Пружні властивості одношарового КМ визначаються в обчислювальному комплексі через програмні засоби, що враховують мікромеханічні параметри компонентів КМ [4]. Для багатошарового КМ врахування термопружних характеристик кожного шару виконується через програмно реалізовану [28] звичайну для методу скінченних елементів процедуру інтегрування віртуальної роботи внутрішніх сил СЕ. При цьому відповідно визначаються [4, 28] технічні сталі матеріалів кожного шару КМ.

У нашому розумінні термін “композитний матеріал” передбачає як можливу його складову поняття “шар матеріалу”, який є додатковим до термінів “компонента”, “фаза”, “елемент структури”, “складова”. У рамках створеної моделі [28] багатошаровий скінченний елемент можна використовувати як СЕ, що дозволяє моделювати матеріал оболонки різними типами традиційних і композитних матеріалів шарів (рис. 1).

Прикладом традиційного матеріалу може бути ортотропний матеріал, параметрами якого є термопружні технічні сталі:  $E_1''$ ,  $E_2''$ ,  $E_3''$  – модулі пружності при розтягу-стиску;  $G_{1''2''}$ ,  $G_{1''3''}$ ,  $G_{2''3''}$  – модулі зсуву;  $\nu_{1''2''}$ ,  $\nu_{1''3''}$ ,  $\nu_{2''3''}$  – коефіцієнти Пуассона;  $\alpha_{1''}$ ,  $\alpha_{2''}$ ,  $\alpha_{3''}$  – коефіцієнти термічного розширення. Ці параметри з точки зору одношарового композитного матеріалу можна розуміти як “ефективні фізико-механічні характеристики”.

Прикладом композитного матеріалу може бути однонаправлений волокнистий матеріал, мікромеханічними параметрами компонентів якого є:  $E_f$ ,  $E_m$  – модулі пружності матеріалу волокна та матриці;  $G_f$ ,  $G_m$  – модулі зсуву матеріалу волокна та матриці;  $\nu_f$ ,  $\nu_m$  – коефіцієнти Пуассона матеріалу волокна та матриці;  $d_f$  – діаметр волокон;  $h_0$  – товщина армованого шару;  $i_f$  – частота армування;  $\alpha_f$ ,  $\alpha_m$  – коефіцієнти термічного розширення волокна та матриці.

Таким чином, за рахунок моделювання універсальним багатошаровим СЕ композитних матеріалів у методиці [28] з’являється можливість дослідження більш широкого класу неоднорідних оболонок (рис. 2).



#### ПАРАМЕТРИ МАТЕРІАЛІВ:

*TM ортотропний* -  $E_1''$ ,  $E_2''$ ,  $E_3''$ ,  $G_1''$ ,  $G_2''$ ,  $G_3''$ ,  $\nu_1''$ ,  $\nu_2''$ ,  $\nu_3''$ ,  
 $\alpha_1''$ ,  $\alpha_2''$ ,  $\alpha_3''$ .

*KM однонаправлений волокнистий* -  $E_f$ ,  $E_m$ ,  $G_f$ ,  $G_m$ ,  $\nu_f$ ,  $\nu_m$ ,  $d_f$ ,  
 $h_0$ ,  $i_f$ ,  $\alpha_f$ ,  $\alpha_m$ .

Рис. 1. Приклади моделювання матеріалу неоднорідної оболонки універсальним багатшаровим скінченним елементом

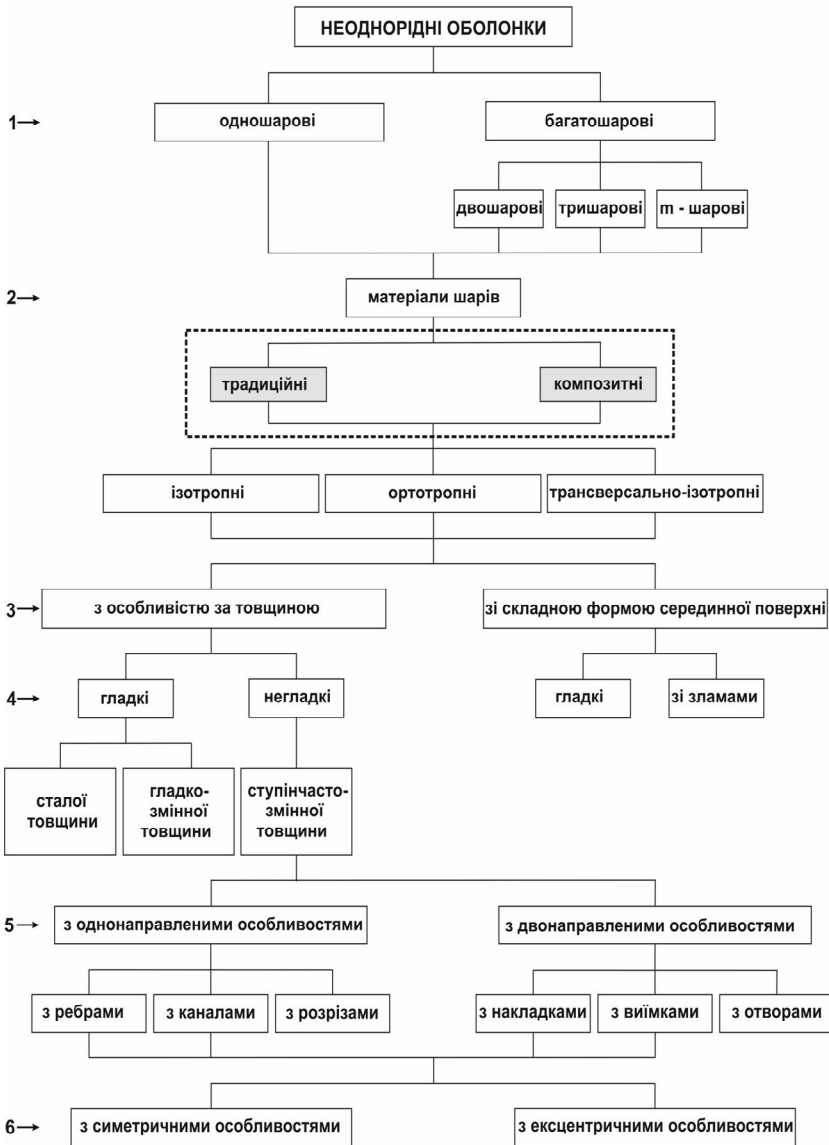


Рис. 2. Типи неоднорідних оболонок, що підпадають під розрахункову модель

## СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. *Анциферов В.Н., Бездудный Ф.Ф., Белянчиков Л.Н. и др.* Новые материалы. – М.: Мисис, 2002. – 736 с.
2. *Васильев В.В., Протасов В.Д., Болотин В.В. и др.* Композитные материалы: Справочник. – М.: Машиностроение, 1990. – 512 с.
3. *Карпинос Д.М., Тучинский Л.И., Сапожникова А.Б. и др.* Композиционные материалы в технике. – К.: Техника, 1985. – 152 с.
4. Композиционные материалы: Справочник / Под ред. *Карпиноса Д.М.*, АН УССР. Ин-т проблем материаловедения. – К.: Наукова думка, 1985. – 592 с.
5. Справочник по композитным материалам: в 2-х книгах. Кн. 1 / Под ред. *Любина Дж.*; Пер. с англ. Геллера А.Б., Гельмонта М.М. – М.: Машиностроение, 1988. – 448 с.
6. *Пилитовский Ю.Л., Трудина Т.В., Сапожникова А.Б. и др.* Композиционные материалы в машиностроении. – К.: Техника, 1990. – 139 с.
7. Композиционные материалы и новые конструкции / Редкол.: *Подстригач Я.С.* (отв. ред.) и др. – К.: Наукова думка, 1977. – 151 с.
8. *Кузьмин М.А., Лебедев Д.Л., Попов Б.Г.* Прочность, жесткость и устойчивость. Теория и практикум: Строительная механика и расчеты композитных конструкций на прочность. – М.: ИКЦ «Академкнига», 2008. – 191 с.
9. *Максимук О.В., Махницький Р.М., Щербина Н.М.* Математичне моделювання та методи розрахунку тонкостінних композитних конструкцій. – Львів: НАН України. Інститут прикладних проблем механіки і математики ім. Я.С. Підстригача, 2005. – 396 с.
10. Большая энциклопедия: в 62 томах. Под редакцией *Кондратова С.А.* – М.: Терра (2000 - 2006 гг.). Т.22. – 2006. – 592 с.
11. Большая советская энциклопедия (в 30 томах) под редакцией академика *Прохорова А.М.* – М.: «Советская энциклопедия» (третье издание 1969-1978 гг.). Т.12. – 1973. – 624 с.
12. Українська радянська енциклопедія під редакцією *Бажана М.П.* – К.: «Українська радянська енциклопедія» (друге видання 1974-1985рр.). Т.5 – 1980. – 566 с.
13. *Марголін Г.Г.* Механіки вивчають композити. – К.: Т-во «Знання» УРСР, 1985. – 48 с.
14. *Фудзиши Т., Дзако М.* Механика разрушения композиционных материалов. – М.: Мир, 1982. – 232 с.
15. Композиционные материалы. В 8-ми т. / Под ред. *Л. Браутмана и Р. Крока.* – М.: Машиностроение, 1978. Т.2. Механика композиционных материалов. / Под ред. *Г.Сендеуки.* 1978. – 568 с.
16. *Васильев В.В.* Механика конструкций из композиционных материалов. – М.: Машиностроение, 1988. – 272 с.
17. *Кривенко П.В., Пушкарьова К.К., Барановський В.Б. та ін.* Будівельне матеріалознавство: Підручник. – К.: ТОВ УВПК «ЕксОб», 2006. – 704 с.
18. *Винсон Ж.Р., Сираковский Р.Л.* Поведение конструкций из композиционных материалов. – М.: Металлургия, 1991. – 264 с.
19. *Воробей В.В., Морозов Е.В., Татарников О.В.* Расчет термонапряженных конструкций из композиционных материалов. – М.: Машиностроение, 1992. – 240 с.
20. *Лебедев А.О., Бобир М.И., Ламашевський В.П.* Механіка матеріалів для інженерів: навч. посіб. Нац. техн. ун-т України "КПІ" – Київ, 2006. – 288 с.
21. *Будник А.Ф., Юскаєв В.Б., Будник О.А.* Неметалеві матеріали в сучасному суспільстві: навч. посіб. Сум. держ. ун-т. – Суми, 2008. – 222 с.
22. *Дзядикевич Ю.В.* Матеріали в техніці: навч. посіб. – Тернопіль: Екон. думка, 2009. – 204 с.
23. *Белозеров Л.Г., Киреев В.А.* Композитные оболочки при силовых и тепловых воздействиях. – М.: Издательство физико-математической литературы, 2003. – 388 с.
24. *Болотин В.В., Новичков Ю.И.* Механика многослойных конструкций. – М.: Машиностроение, 1980. – 375 с.



25. Андреев А.Н., Немировский Ю.В. Многослойные анизотропные оболочки и пластины: Изгиб, устойчивость, колебания. – Новосибирск: Наука, 2001. – 288 с.
26. Механика композитных материалов и элементов конструкций. В 3-х томах Т.1. Механика материалов / Гузь А.Н., Хорошун Л.П., Ванин Г.А. и др. – К.: Наук. думка, 1982. – 368 с.
27. Алфутов Н.А., Зиновьев П.А., Попов Б.Г. Расчет многослойных пластин и оболочек из композиционных материалов. – М.: Машиностроение, 1984. – 264 с.
28. Баженов В.А., Кривенко О.П., Соловей М.О. Нелінійне деформування та стійкість пружних оболонок неоднорідної структури. – К.: ЗАТ “Віпол”, 2010. – 316 с.
29. Белостоцкий А.М. Конечноэлементные модели пространственных пластин, оболочек и массивов: построение, программная реализация и исследования / Сб. науч. трудов Гидропроекта, 1985. – Вып. 100. – С. 24-35.
30. Пискунов В.Г., Верижченко В.Е. Линейные и нелинейные задачи расчета слоистых конструкций. – К.: Будівельник, 1986. – 176 с.
31. Пушкарьова К.К. Загальні принципи побудови будівельних композиційних матеріалів: Конспект лекцій. – К.: КНУБА, 2002. – 20 с.
32. Победря Б.Е. Механика композиционных материалов. – М.: МГУ, 1984. – 336 с.
33. Кучер М.К., Зарозовський М.М. Оцінка мікромеханічних моделей прогнозування ефективних констант пружності волокнистих композитів // Вісник Національного технічного університету України «КПІ». Серія Машинобудування. – 2010. – № 58. – С. 24-29.
34. Гоменюк С.И., Гребенюк С.Н., Ольшанецкий В.Е., Лавренко А.С. Применение различных теорий определения упругих характеристик композиционного материала при расчете конструкций // Вестн. двигателестроения. – 2009. – № 2. – С. 139-142.
35. Верещака С.М. Упругие постоянные и обобщенные характеристики жесткости материала слоистой структуры // Вестник Национ. техн. ун-та “ХПИ”. – Тематический выпуск: Динамика и прочность машин. – Харьков: НТУ “ХПИ”. – 2008. – № 36. – С. 29-40.
36. Ташикин А.А., Шавкунов В.Е. Тепловое расширение однонаправленных и пространственных ортогонально армированных волокнистых композитов // Механика композиционных материалов и конструкций. – 2003. – Т. 9, №2. – С. 133-141.
37. Расчет композитных конструкций с учетом расслоений / В.А. Баженов, Е.А. Гоцуляк, А.И. Оглобля и др. – К.: Будівельник, 1992. – 136 с.

*Стаття надійшла до редакції 13.12.2012 р.*

*Соловей Н.А., Кривенко О.П., Мищенко О.А., Калашников А.Б.*

#### **УЧЕТ ХАРАКТЕРИСТИК КОМПОЗИТНОГО МАТЕРИАЛА В КОНЕЧНО-ЭЛЕМЕНТНОЙ МОДЕЛИ НЕОДНОРОДНОЙ ОБОЛОЧКИ**

Приведены основные понятия касательно композитных материалов, сформулированы их общие признаки, описаны пути определения их эффективных упругих характеристик. Исходя из разработанной конечно-элементной модели, обобщено понятие композитного материала упругой неоднородной оболочки.

*Solovey N.A., Kryvenko O.P., Myshchenko O.A., Kalashnikov O.B.*

#### **COMPOSITE MATERIAL CHARACTERISTICS CONSIDERATION IN A FINITE ELEMENTS MODEL OF A HETEROGENEOUS SHELL**

The basic concepts about composite materials are given, their general features are formulated, and the ways of definition of their effective elastic characteristics are described. Coming from the constructed finite elements model, the concept of a composite material of an elastic heterogeneous shell is generalized.