

УДК 539.3

М.О. Соловей, д-р техн. наук
О.П. Кривенко, канд. техн. наук
О.Б. Калашніков

ВПЛИВ ПОПЕРЕДНЬОГО НАГРІВУ НА ВТРАТУ СТІЙКОСТІ ПОЛОГИХ ОБОЛОНОК ПРИ ДІЇ ТИСКУ

Вивчається вплив попереднього нагріву на втрату стійкості пружних пологих ізотропних оболонок при навантажуванні їх рівномірним тиском. Розглядаються круглі у плані сферична і конічна панелі та сферичні квадратні у плані панелі з центральним отвором і перехресними каналами. Досліджено вплив ексцентричного за товщиною розташування каналів на втрату стійкості квадратної у плані панелі для різних варіантів нагріву обшивки і каналів. Виконано порівняння з розв'язками, що отримані в програмному комплексі ЛПА.

В інженерній практиці через технологічну необхідність гладкі оболонкові конструкції можуть послаблюватись отворами, каналами та виїмками. Звичайно при експлуатації оболонки знаходяться у складних умовах комбінованої дії силових і температурних навантажень. Останні можуть істотно впливати на напружено-деформований стан і стійкість конструкції. Врахування нагріву та його вплив на стійкість оболонки є складною та недостатньо вивченою задачею будівельної механіки.

У роботі [1] викладений скінченноелементний метод дослідження напружено-деформованого стану та стійкості тонких пружних оболонок неоднорідної структури при дії термосилових навантажень. Створена методика базується на співвідношеннях тривимірної теорії термопружності, геометрично нелінійному формулюванні задачі в приростах і застосуванні моментної схеми скінченних елементів (МССЕ). Моделювання неоднорідної оболонки реалізується модифікованим універсальним просторовим скінченним елементом (СЕ), який, за рахунок введених додаткових змінних параметрів, може бути ексцентрично розташованим відносно серединної поверхні обшивки та змінювати свої розміри в напрямку товщини. Обґрунтування достовірності отримуваних результатів розрахунків виконано через дослідження збіжності скінченноелементних розв'язків та порівняння їх з відомими аналітичними та чисельними розв'язками, які на сьогодні не охоплюють усі розглядувані в [1] класи задач. Надалі у роботах [2 - 5] були виконані порівняння розв'язків МССЕ з розв'язками, що отримувались за допомогою програмного комплексу (ПК) ЛПА [6]. У цих роботах була вивчена можливість застосування нелінійного процесора ПК ЛПА при

розв'язуванні геометрично нелінійних задач стійкості тонких круглих у плані пологих сферичних панелей сталої, лінійно- та ступінчасто-змінної товщини при силовому навантаженні – дії тиску.

Дана робота присвячена подальшому підтвердженню достовірності отримуваних за МССЕ розв'язків у задачах стійкості пружних неоднорідних оболонок при наявності температурного поля з використанням можливостей ПК ЛПА. У геометрично нелінійному процесорі ПК ЛПА [6] застосовується кроковий алгоритм навантаження. Для визначення критичного навантаження, що є завершенням розв'язування задачі, відслідковується вироджуваність матриці лінеаризованої системи розв'язувальних рівнянь, яка відбувається або в точці розгалуження, або у верхній критичній. Можливість дослідження закритичної поведінки конструкції - відсутня. Апроксимація пружної тонкої оболонки виконувалась плоскими трикутним СЕ № 342 і чотирикутним СЕ № 344.

1. Розглядаються пологі круглі у плані сферична (рис. 1, а) та конічна (рис. 1, б) панелі сталої товщини. Оболонки, що рівномірно нагріті за об'ємом на $T^{\circ}\text{C}$, навантажуються зовнішнім рівномірно розподіленим тиском інтенсивністю q . Панелі жорстко затиснуті вздовж контуру. Вихідні данні наступні: модуль пружності $E = 19.6 \cdot 10^4 \text{ МПа}$, коефіцієнт Пуассона $\nu = 0.3$, коефіцієнт лінійного розширення $\alpha = 0.125 \cdot 10^{-4} \text{ град}^{-1}$, товщина $h = 0.01 \text{ м}$, стріла підйому $H = 3h$, розмір опорного контуру $a = 100h$, радіус серединної поверхні сферичної оболонки $R = 12.52h$. Кантором Б.Я. ця задача розв'язана варіаційним методом у високих наближеннях із застосуванням нелінійної теорії пологих оболонок [7].

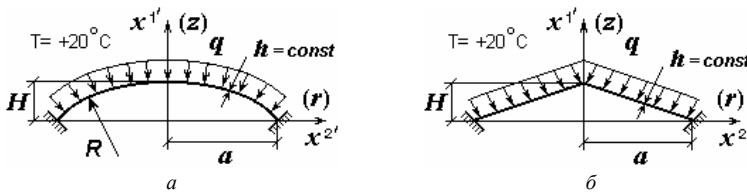


Рис. 1

Результати досліджень подані з використанням безрозмірних параметрів

$$\bar{q} = a^4 q / (Eh^4), \quad \bar{t} = \alpha T (a/h)^2, \quad k = H/h, \quad \bar{u}^I = u^I / h, \quad (1)$$

де u^I – прогин панелі вздовж осі x^1' .

При розрахунках за МССЕ та ПК ЛІРА прийнято, що панелі спочатку нагрівались до температури $T = 20^\circ\text{C}$ (що відповідає $\bar{t} = 5$), а потім при зафіксованому температурному полі навантажувались тиском.

1.1. За розрахункову скінченноелементну модель сферичної оболонки було прийнято чверть панелі з рівномірною сіткою 20×20 СЕ, яка, як показали дослідження, забезпечує збіжність розв'язків.

Результати розрахунків подані у вигляді діаграм «навантаження \bar{q} – прогин \bar{u}^I » центра панелі (рис. 2, а) та форм деформування на різних етапах навантаження (рис. 2, б, де вихідна форма панелі показана штрихпунктирною лінією; та рис. 3, а; б).

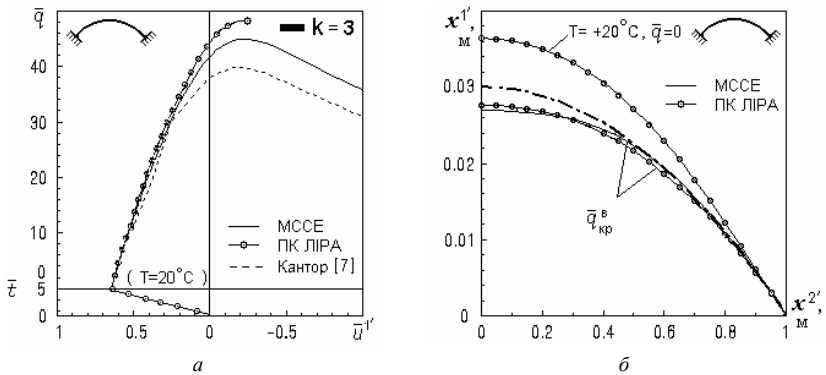


Рис. 2. Діаграми «навантаження – прогин» в центрі (а) сферичної панелі та форми деформування та втрати стійкості (б)

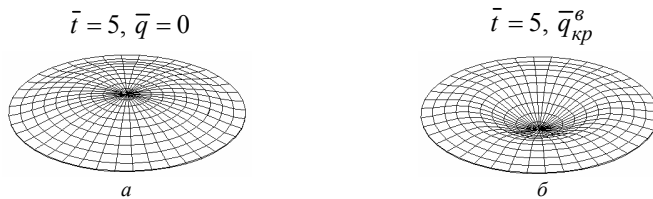


Рис. 3. Форми деформування сферичної панелі в характерних точках діаграми «навантаження – прогин»: (а) після нагріву; (б) в момент втрати стійкості

Дія попереднього нагріву спричиняє деформування оболонки в бік, протилежний дії тиску – підйом панелі в полюсі досягає $0.65h$. Маємо повний збіг діаграм та форм деформування у момент максимального

нагріву ($T = 20^{\circ}C$) та далі в докритичній області. У зоні верхнього критичного навантаження спостерігається розходження діаграм. За величиною верхнього критичного навантаження $\bar{q}_{кр}^e$ воно (порівняно з МССЕ) становить 13.4% для ПК ЛПА і -6.7% для [7], за прогином $\bar{u}_{кр}^{I'e}$ – відповідно -5.0 і -17.4% (табл. 1).

Форма втрати стійкості оболонки характеризуються проклацуванням її центральної частини (рис. 3, б).

Таблиця 1

Форма панелі	$\bar{q}_{кр}^e / \bar{u}_{кр}^{I'e}$				
	МССЕ	ПК ЛПА	$\Delta, \%$	Кантор [7]	$\Delta, \%$
Сферична	<u>42.64</u>	<u>48.37</u>	<u>13.4</u>	<u>39.8</u>	<u>-6.7</u>
	-0.242	-0.230	-5.0	-0.200	-17.4
Конічна	<u>38.39</u>	<u>34.23</u>	<u>-10.8</u>	<u>37.00</u>	<u>-3.6</u>
	-0.147	0.024	-116.3	-0.200	36.1

1.2. Відповідно до результатів роботи [7] конічній пологій панелі обертання при дії осесиметричного навантаження характерне осесиметричне нелінійне деформування. Беручи до уваги можливу складну форму деформування оболонки з параметром кривизни $k = 3$ у закритичній області, як розрахунковий фрагмент було прийнято половину конічної панелі з сіткою 20×40 СЕ.

Порівняння розв'язків представлено на рис. 4. Як і вище, маємо повний збіг діаграм «навантаження – прогин» (а) та форм деформування (б) при навантаженні оболонки попереднім нагрівом та в докритичній області. В зоні верхнього критичного навантаження спостерігається розходження діаграм: за величиною $\bar{q}_{кр}^e$ - 10.8% (для ПК ЛПА) та -3.6% (для [7]), за прогином $\bar{u}_{кр}^{I'e}$ – відповідно -116.3 і -36.1% (табл. 1). Слід зауважити, що діаграми МССЕ та [7] для ненагрітої панелі ($T = 0^{\circ}C$) повністю збігаються [1].

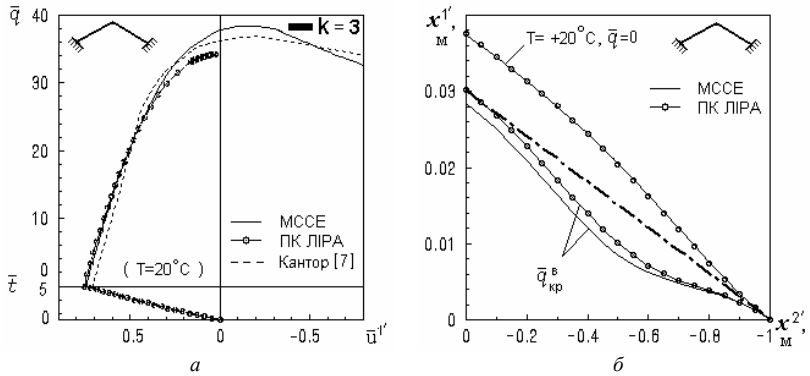


Рис. 4. Діаграми “навантаження – прогин” в центрі (а) кінцевої панелі та форми деформування і втрати стійкості (б)

Аналіз результатів підтвердив осесиметричне нелінійне деформування панелей на всіх стадіях навантаження (рис. 5) за всіма методиками розрахунку. Втрата стійкості відбувається з утворенням осесиметричної вм’ятини посередині меридіану (рис. 5, б).

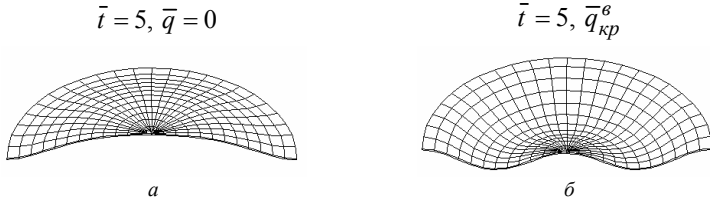


Рис. 5. Форми деформування кінцевої панелі в характерних точках діаграми “навантаження – прогин”: (а) після нагріву; (б) в момент втрати стійкості

2. Розглянуто вплив комбінованої дії термосилового навантаження на стійкість квадратної у плані сферичної панелі з послабленнями у вигляді: отворів і каналів. Попередньо нагріта шарнірно оперта вздовж контуру оболонка навантажується рівномірним нормальним тиском інтенсивністю q . Розрахунки виконано на прикладі пологої панелі з параметром кривизни $K = 32$ ($K = 2a^2/(Rh)$). Вихідні дані наступні: $E = 20.59 \cdot 10^4$ МПа, $\nu = 0.3$, $\alpha = 0.12 \cdot 10^{-4}$ град $^{-1}$, $h = 0.01$ м – товщина панелі, $a = 60h$ – розмір у плані, радіус серединної поверхні $R = 225h$. Ці задачі при дії на панель тиску розв’язані у роботі [8].

2.1. Розглядається квадратна у плані сферична панель, що має центральний квадратний отвір шириною $b_o = 12h$ (рис. 6, а, б). За розрахункову скінченноелементну модель прийнято чверть панелі з рівномірною сіткою 20×20 СЕ, яка забезпечує збіжність розв'язків. Досліджується вплив на втрату стійкості оболонки трьох варіантів рівномірного за об'ємом нагріву на $T = -20^\circ, 0^\circ, +20^\circ\text{C}$.

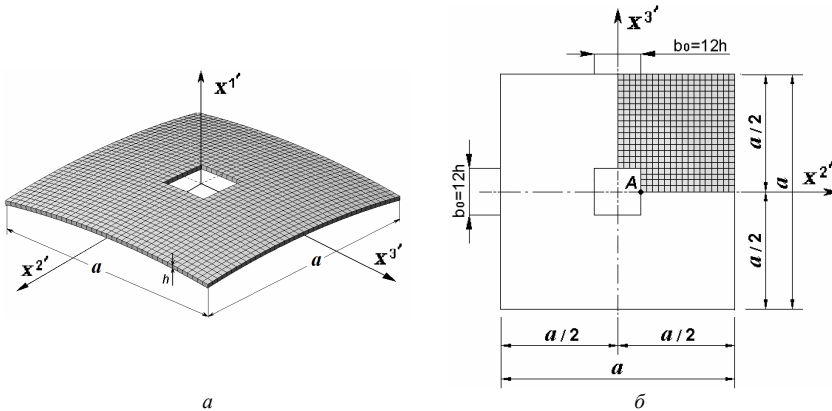


Рис. 6. Сферична панель з центральним отвором

На рис. 7 наведено діаграми « $\bar{q} - \bar{u}^{1'}$ », що отримані за МССЕ, ПК ЛІРА і в роботі [8], для оболонок без і з отвором при навантаженні лише тиском ($T = 0^\circ\text{C}$). Варіанти задач позначено відповідними значками. Для панелі без отвору (■) діаграми побудовані для центральної точки оболонки, для панелі з отвором (■) – для точки А (рис. 6, б). Спостерігається гарний збіг діаграм МССЕ та ПК ЛІРА у докритичній області та в момент втрати стійкості. У верхній критичній точці розходження за величиною $\bar{q}_{кр}^g$ становить - 1.9 та 2.9%, а за прогином $\bar{u}_{кр}^{1'g}$ – 5.7 та 7.2% (табл. 2). Порівняння з нелінійним розв'язком роботи [8] показало збіг усіх діаграм у докритичній області та їх поступове розходження в зоні верхнього критичного навантаження. Воно порівняно з розв'язком за МССЕ для панелі без і з отвором становить: за $\bar{q}_{кр}^g$ - 3.3 і - 9.9%; за $\bar{u}_{кр}^{1'g}$ – 21.3 і - 10.5%. Більше розходження результатів порівняно з ПК ЛІРА пояснюється тим, що в [8] при розв'язанні задачі

методом Бубнова – Гальоркіна утримано недостатнє число членів у розкладі переміщень у зв'язку з відсутністю необхідних обчислювальних ресурсів.

Відмітимо, що послаблення гладкої панелі одним центральним отвором в нашому прикладі призвело до зниження $\bar{q}_{кр}^e$ на 19.2 %.

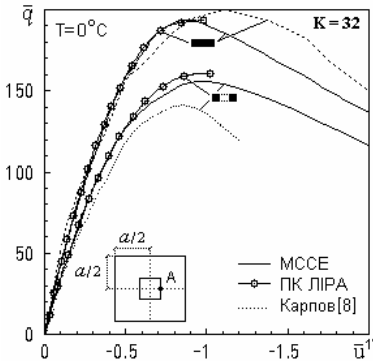


Рис. 7. Діаграми “навантаження – прогин” для панелей без і з отвором при дії тиску

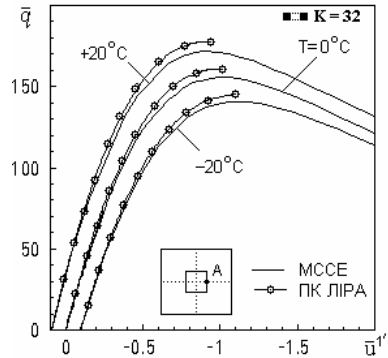


Рис. 8. Діаграми “навантаження – прогин” в т. А панелі з отвором при різних нагрівах

Таблиця 2

Варіант оболонки	$\bar{q}_{кр}^e / \bar{u}_{кр}^{l'e} (T = 0^\circ \text{C})$				
	МССЕ	ПК ЛІРА	$\Delta, \%$	Карпов [8]	$\Delta, \%$
Без отвору	<u>193.7</u>	<u>190.05</u>	<u>-1.9</u>	<u>200.0</u>	<u>3.3</u>
	-0.923	-0.976	5.7	-1.120	21.3
З отвором	<u>156.41</u>	<u>161.00</u>	<u>2.9</u>	<u>141.0</u>	<u>-9.9</u>
	-0.950	-1.018	7.2	-0.850	-10.5

Аналіз впливу трьох варіантів попереднього нагріву на втрату стійкості оболонки з отвором подано на рис. 8, 9 та в табл. 3. Для усіх варіантів нагріву розв'язки за МССЕ та ПК ЛІРА гарно збігаються за всією діаграмою « $\bar{q} - \bar{u}'$ » (рис. 8). Для величини $\bar{q}_{кр}^e$ розбіжність знаходиться у межах 3.0 – 3.5 %, для прогину панелі в точці А $\bar{u}_{кр}^{l'e}$ - у межах 0.3 – 4.1 % (табл. 3).

Таблиця 3

Варіант розрахунку	$T = -20^{\circ}\text{C}$		$T = 0^{\circ}\text{C}$		$T = +20^{\circ}\text{C}$	
	$\bar{q}_{кр}^e$	$\bar{u}'_{кр}^e$	$\bar{q}_{кр}^e$	$\bar{u}'_{кр}^e$	$\bar{q}_{кр}^e$	$\bar{u}'_{кр}^e$
МССЕ	140.83	-1.095	156.41	-0.950	171.55	-0.904
ПК ЛІРА	145.00	-1.098	161.00	-1.018	177.56	-0.941
$\Delta, \%$	3.0	0.3	2.9	7.2	3.5	4.1

Після попереднього охолодження до $T = -20^{\circ}\text{C}$ (рис. 9, а) та попереднього нагріву до $T = +20^{\circ}\text{C}$ (рис. 9, б) для обох розв'язків маємо повний збіг форм деформування, які мало відрізняються від початкової ($T = 0^{\circ}\text{C}$, $\bar{q} = 0$). Втрата стійкості панелі відбувається через проклацування її центральної частини (рис. 10).

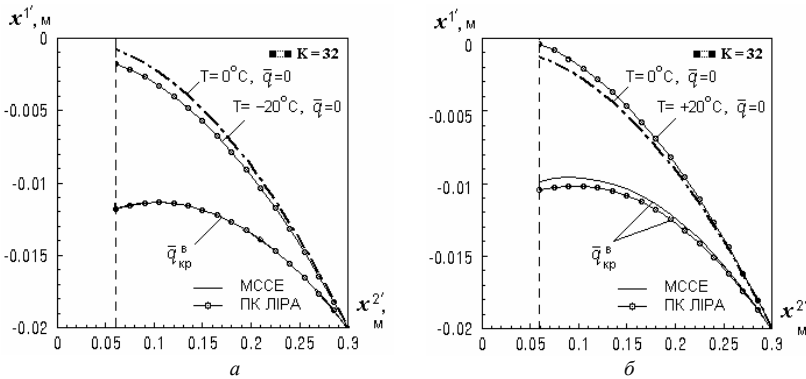


Рис. 9. Форми деформування та втрати стійкості панелі з отвором

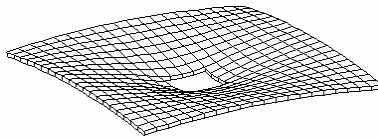


Рис. 10. Форма втрати стійкості панелі з центральним отвором

2.2. Розглядається квадратна в плані панель товщиною h , обшивка якої послаблена чотирма перехресними каналами шириною $b_k = 2h$ та глибиною $h_k = 0.3h$ (рис. 11). Осі каналів розташовані на відстані $a/3$ від контуру оболонки. За розрахункову приймалася скінченноелементна модель у вигляді чверті оболонки з двома площинами симетрії та поділом 22×22 СЕ, що забезпечує збіжність розв'язків.

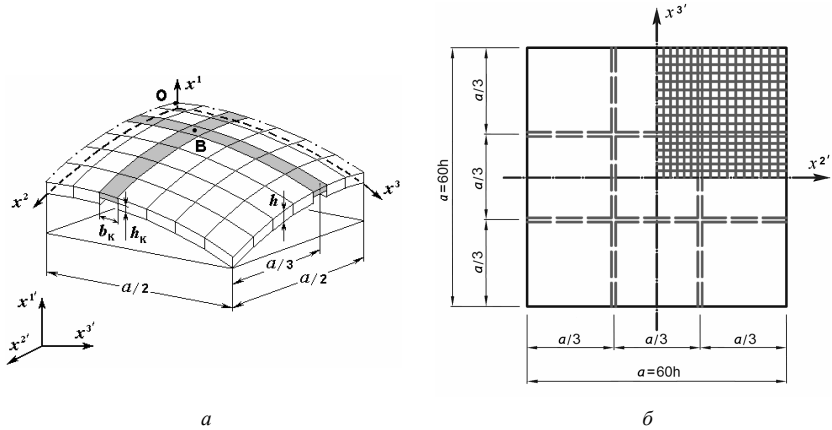


Рис. 11. Сферична квадратна в плані панель, що послаблена каналами

Вивчався вплив на нелінійне деформування та втрату стійкості пологої панелі двох факторів: розташування каналів по товщині та різних варіантів термосилового навантаження.

Порівнювались три способи ексцентричного розташування каналів відносно серединної поверхні обшивки оболонки (рис. 12, способи послаблень позначені відповідними значками):

- 1) з внутрішньої сторони (■) (а);
- 2) з внутрішньої та зовнішньої сторін симетрично до серединної поверхні (■—■) (б);
- 3) з зовнішньої сторони (■) (в).

Для всіх способів розташування каналів величини об'ємів послаблень були незмінними.

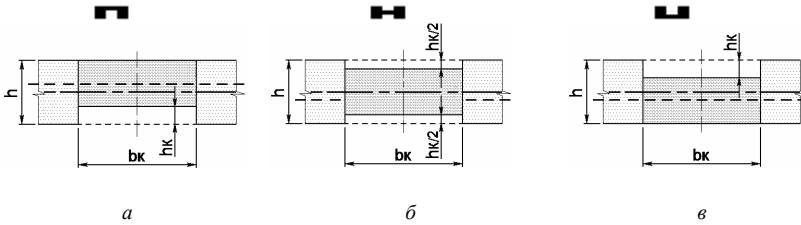


Рис. 12. Варіанти ексцентричного розташування каналів

Для кожного способу розташування каналів розглянуто чотири варіанти дії на панель тиску та рівномірного за об'ємом нагріву обшивки і каналів.

У першому варіанті на панель діяв лише тиск (відповідні результати позначені написом 1. q).

У другому варіанті канали нагрівались на $T^k = 40^\circ\text{C}$, а обшивка залишалася ненагрітою (позначення 2. $q + T_{40^\circ}^k$).

У третьому варіанті обшивка нагрівалась на $T^o = 40^\circ\text{C}$, а канали залишалися ненагрітими (позначення 3. $q + T_{40^\circ}^o$).

У четвертому варіанті канали й обшивка нагрівались разом ($T^k = 40^\circ\text{C}$, $T^o = 40^\circ\text{C}$, позначення 4. $q + T_{40^\circ}^k + T_{40^\circ}^o$).

Для першого варіанта навантаження та першого способу розташування каналів виконано порівняння діаграм «навантаження – прогин» центра панелі, що отримані за МССЕ, в роботі [8] та ПК ЛІРА (рис. 13). Отримано гарний збіг діаграм. Різниця величини верхнього критичного навантаження, що отримана за МССЕ, з розв'язками [8] та ПК ЛІРА становить відповідно 1.3% та 3.6%, для $\bar{u}_{кр}^{1'6}$ – -3.3 та 2.1%.

Для чотирьох варіантів термосилового навантаження на рис. 14 спостерігається еволюція діаграм «навантаження – прогин»

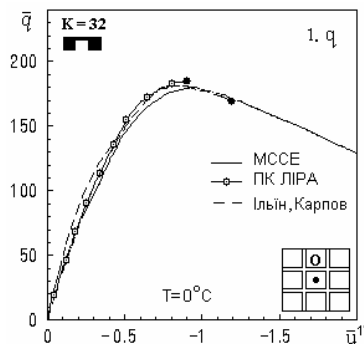


Рис. 13. Діаграми «навантаження – прогин» центра панелі при дії тиску

центра панелі в залежності від способу розташування каналів на обшивці оболонки. При всіх варіантах нагріву розташування каналів з внутрішньої сторони обшивки (■) або симетрично (■), мало впливає на величину верхнього критичного навантаження $\bar{q}_{кр}^e$ (розходження знаходиться у межах 0.5 – 1.9%, табл. 4). Найбільший вплив на $\bar{q}_{кр}^e$ справляє третій спосіб розташування каналів (■). У цьому випадку величина $\bar{q}_{кр}^e$ зменшується на 10 – 12% відносно перших двох способів розташування каналів. Більш наочно це видно на гістограмах (рис. 15).

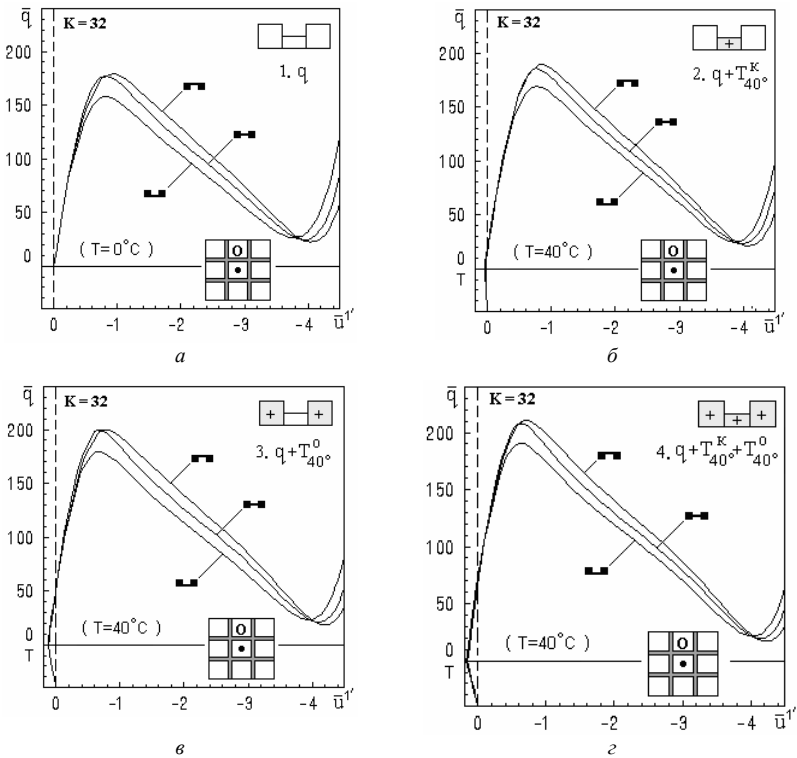


Рис. 14. Діаграми «навантаження прогин» центра панелі для трьох способів розташування каналів при чотирьох варіантах нагріву

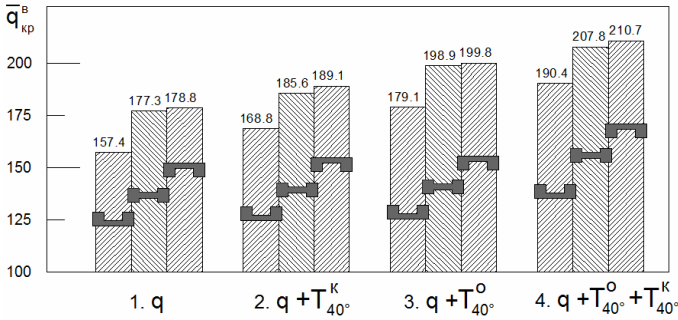





Рис. 15. Гістограми верхнього критичного навантаження для різних способів розташування каналів на обшивці при різних варіантах нагріву

Таблиця 4

Варіант навантаження	Розташування каналів на обшивці					
	з внутрішньої сторони 		симетрично 		з зовнішньої сторони 	
	$\bar{q}_{кр}^e$	$\Delta, \%$	$\bar{q}_{кр}^e$	$\Delta, \%$	$\bar{q}_{кр}^e$	$\Delta, \%$
1. q	178.8	0	177.3	0	157.4	0
2. $q + T_{40}^k$	189.1	5.8	185.6	4.7	168.8	7.2
3. $q + T_{40}^o$	199.8	11.7	198.9	12.2	179.1	13.8
4. $q + T_{40}^k + T_{40}^o$	210.7	17.8	207.8	17.2	190.4	21.0

Для трьох способів розташування каналів на рис. 16 показана зміна діаграм «навантаження – прогин» центра панелі в залежності від варіанта термосилового навантаження. Вплив на величину $\bar{q}_{кр}^e$ чотирьох варіантів нагріву для різних способів ексцентричного розташування каналів на обшивці оболонки відображено на відповідних гістограмах (рис. 17).

Аналіз отриманих результатів показав, що всі варіанти з нагрівом приводять до збільшення жорсткості оболонки. Як і очікувалось, цей ефект найбільше проявляється при одночасному нагріві обшивки та каналів, найменше – при нагріві лише каналів.

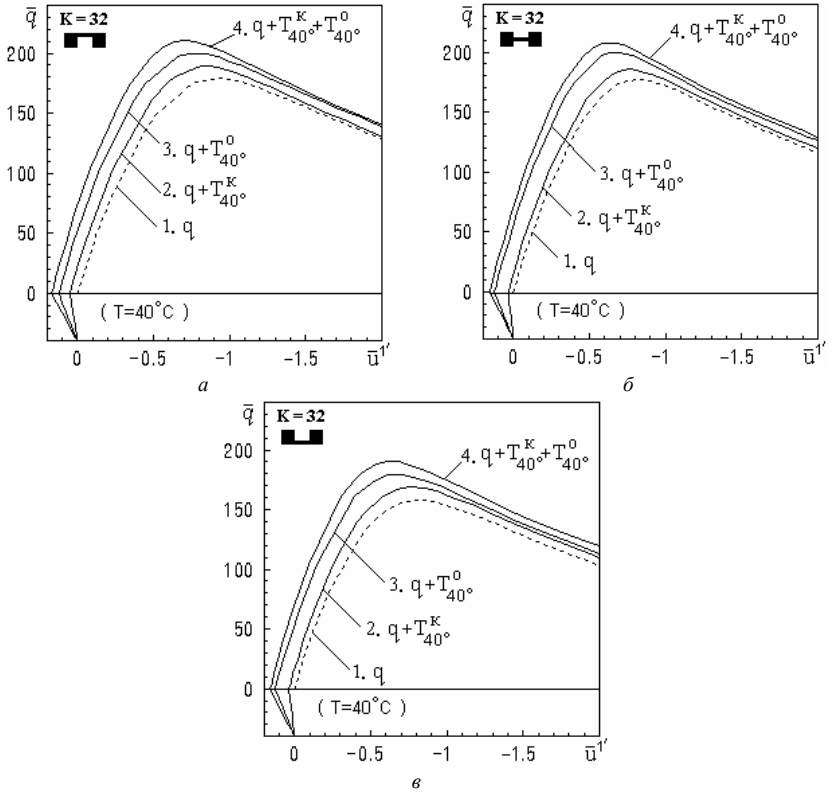


Рис. 16. Діаграми «навантаження прогин» центра панелі для чотирьох варіантів нагріву при трьох способах розташування каналів

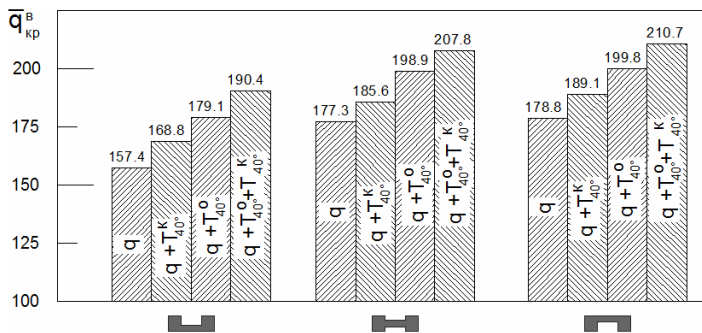


Рис. 17. Гістограми верхнього критичного навантаження для різних варіантів нагріву в залежності від способу розміщення каналів на обшивці

У всіх випадках деформування та втрата стійкості оболонок відбувається за характерною для пологих панелей формою (рис. 18).

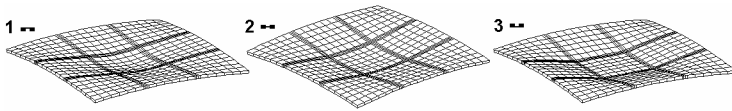


Рис. 18. Форма втрати стійкості панелі з каналами

Таким чином можна зробити висновок, що величина верхнього критичного навантаження для послабленої каналами пологої панелі зростає зі збільшенням зони нагріву незалежно від розташування розглянутих каналів.

Дослідження впливу ексцентричного розташування каналів на обшивці для різних варіантів нагріву оболонки показало, що найбільш стійкою є панель з каналами, що розташовані на її внутрішній стороні. Симетричне розташування каналів приводить до незначного зменшення величини верхнього критичного навантаження. Оболонки, у яких канали розміщені із зовнішньої сторони, мають найменшу несучу спроможність.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. *Баженов В.А., Кривенко О.П., Соловей М.О.* Нелінійне деформування та стійкість пружних оболонок неоднорідної структури. – К.: ЗАТ “Віпол”, 2010. – 316 с.
2. *Соловей М.О., Кривенко О.П., Калашиников О.Б.* Порівняльний аналіз результатів розрахунків стійкості тонких пружних оболонок // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірн. – К.: КНУБА, 2009. – Вип. 83. – С. 63-73.
3. *Соловей М.О., Кривенко О.П., Калашиников О.Б., Тамілко О.А.* Порівняльний аналіз стійкості осесиметричних оболонок лінійно-змінної товщини // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірн. – К.: КНУБА, 2010. – Вип. 84. – С. 89-95.
4. *Соловей М.О., Кривенко О.П., Міценко О.О.* Порівняльний аналіз нелінійного деформування та стійкості гранованих оболонок ступінчасто-змінної товщини // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірн. – К.: КНУБА, 2010. – Вип. 86. – С. 131-139.
5. *Соловей М.О., Кривенко О.П., Дубина О.С.* Порівняльний аналіз розв'язків у задачах стійкості гнучких сферичних панелей сталі товщини при дії рівномірного тиску // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірн. – К.: КНУБА, 2011. – Вип. 87. – С. 21-27.
6. *Лири 9.4* Примеры расчета и проектирования. Учебное пособие. / *Боговис В.Е., Гензерский Ю.В., Гераймович Ю.Д. и др.* – К.: изд-во «Факт», 2008. – 280 с.
7. *Кантор Б.Я.* Нелинейные задачи теории неоднородных пологих оболочек. – К.: Наукова думка, 1974. – 136 с.
8. *Ильин В.П., Карпов В.В.* Устойчивость ребристых оболочек при больших перемещениях. – Л.: Стройиздат, 1986. – 168 с.

Стаття надійшла до редакції 17.12.2012 р.

Соловей Н.А., Кривенко О.П., Калашиников А.Б.

ВЛИЯНИЕ ПРЕДВАРИТЕЛЬНОГО НАГРЕВА НА ПОТЕРЮ УСТОЙЧИВОСТИ ПОЛОГИХ ОБОЛОЧЕК ПРИ ДЕЙСТВИИ ДАВЛЕНИЯ

Изучается влияние предварительного нагрева на потерю устойчивости упругих пологих изотропных панелей при нагружении их равномерным давлением. Рассматриваются круглые в плане сферическая и коническая панели и квадратные в плане сферические панели с центральным отверстием и перекрестными каналами. Исследовано влияние эксцентричного по толщине расположения каналов на потерю устойчивости квадратной в плане панели для разных вариантов нагрева обшивки и каналов. Выполнено сравнение с решениями, полученными по программному комплексу ЛИРА.

Solovey N.A., Kryvenko O.P., Kalashnikov O.B.

EFFECT OF PRE-HEATING ON THE LOSS OF STABILITY OF SHALLOW SHELLS UNDER THE ACTION OF PRESSURE

The effect of pre-heating on the loss of stability of the isotropic elastic shallow panels under loading them uniform pressure is studied. Round in plan spherical and conical panels and square in plan spherical panel with a central hole and intersecting channels are considered. The effect of eccentric over the thickness channel positions to the loss of stability square in plan panel for the different variants of heating the covering and channels has been investigated. Comparison with the solutions obtained by program complex LIRA has been performed.