

УДК 539.3

В.В. Гайдайчук¹, д-р техн. наукЛ.В. Шевчук²

¹Київський національний університет будівництва і архітектури
Повітрофлотський просп., 31, м. Київ, Україна. 03680

²Національний транспортний університет
вул. Суворова 1, м. Київ, Україна. 01010

НЕГОЛОНОМНА ДИНАМІКА КОЛИВАНЬ КРУЖЛЯННЯ КОЛОН ГЛИБОКОГО БУРІННЯ

На основі методів неголономної механіки поставлена задача про коливання кружляння долота бурильної колони, яка попередньо напружена поздовжньою силою і обертається під дією прикладеного до долота моменту сил різання. Виконано аналіз механізму самозбудження коливань. Показано, що вони можуть бути як стійкі, так і нестійкі.

Ключові слова: бурильна колона, буріння, долото, коливання кружляння.

1. В теперішній час у світовій енергетиці проблема добування і перерозподіли нафти та газу все більше загострюється. У зв'язку з вичерпанням легкодоступних вуглеводневих палив, останнім часом все більші об'єми нафти і газу добуваються із дуже глибоких підземних резервуарів. За даними геологорозвідки ресурси газу в українському секторі акваторії Чорного і Азовського морів оцінюються в 1228 млрд.куб.м. Проте глибина цих покладів складає 7000 м і більше, а рекордна глибина буріння в Україні поки що рівна 6200 м. Однак в цих випадках проблема видобування нафти і газу пов'язана зі значними технологічними труднощами буріння глибоких свердловин. Одна з основних труднощів – можливість появи нештатних ситуацій, які викликані критичними станами квазістатичної рівноваги і коливань бурильної колони (БК) [1 – 8].

Проте найбільш складним механізмом володіють згині коливання низу БК, які викликані дією на долото змінних з часом нормальних і дотичних сил контактної і фрикційної взаємодії долота зі стінкою свердловини [9,10]. В цьому випадку геометричний центр долота починає рухатися навколо осьової лінії свердловини, обганяючи або відстаючи від обертального руху самої колони. Схожі рухи здійснюють під дією гіроскопічних сил інерції гіроскоп або ротор центрифуги пральної машини старої конструкції. У механіці вони отримали назву процесійних коливань. У роботах відмічається, що описаний вище рух центра долота має іншу природу і для його визначення використовують термін “whirling” – кружляння. Воно вивчалось на вельми спрощених фізичних і

математичних моделях з одною або двома степенями вільності при різних законах фрикційної взаємодії долота зі стінкою та дном свердловини. Ці моделі вельми далекі від реальної системи і слабо відображають реальні динамічні процеси.

Як показують експерименти та спостереження, при деяких режимах коливань кружляння долота починає перекочуватися по криволінійній поверхні дна свердловини, а його центр рухається по досить складних траєкторіях, які нагадують багатопелюсткову квітку.

Вивчення автоколивань такої системи може бути виконане лише методами неголономної механіки [11]. Справжня робота присвячена проблемі комп'ютерного передбачення і моделювання явища коливань кружляння долота і бурильної колони як неголономної системи.

2. Постановка задачі про неголономне кочення з вертінням твердого тіла по шорсткій поверхні. Розробка багатьох питань механіки неголономних систем тісно пов'язане з застосуванням методів теорії диференціальних рівнянь і диференціальної геометрії. Загальне геометричне трактування проблем руху таких систем привело до створення нового розділу диференціальної геометрії – неголономної геометрії, основу якої складає задача про кочення без ковзання однієї поверхні по іншій. Вона формулюється таким чином. Є нерухома поверхня S_1 і рухома поверхня S_2 , яка контактує з S_1 в точці дотику G . Задана вектор-функція $\vec{\omega}(t)$ залежності миттєвої кутової швидкості $\vec{\omega}$ поверхні S_2 від часу t . Потрібно побудувати траєкторії l_1 і l_2 руху точки G на кожній з поверхонь.

При розв'язанні цієї задачі необхідно враховувати, що в кожен момент часу поле швидкостей точок рухомої поверхні таке ж, як би вона оберталася з деякою кутовою швидкістю $\vec{\omega}$ навколо деякої осі, що проходить через точку дотику. Залежно від напрямку миттєвій осі обертання розрізняють чисте або власне кочення і так зване вертіння. Чисте кочення має місце у разі, коли миттєва вісь обертання рухомої поверхні лежить в дотичній площині, дотичній до обох поверхонь, і вертиться – коли миттєва вісь обертання нормальна до цієї площини.

В загальному випадку кочення поверхні S_2 по поверхні S_1 можна розкласти на чисте кочення і чисте вертіння відповідно розкладанню вектора $\vec{\omega}$ на складову $\vec{\omega}_\tau$, яка лежить в дотичній площині, і складову $\vec{\omega}_n$, нормальну до поверхонь.

Задача про кочення і вертіння суттєво ускладнюється, якщо вектори $\vec{\omega}_\tau(t)$ та $\vec{\omega}_n(t)$ не є заданими, а мають бути визначені з яких-небудь додаткових умов. Так, в неголономній механіці вважається, що поверхні

S_1 та S_2 обмежують тверді шорсткі тіла, що володіють масами, і їх взаємний рух без ковзання здійснюється в результаті прикладання до них сил, які залежать (або не залежать) від часу t . Тоді складаються динамічні рівняння руху тіл, для яких кінематичні умови їх контактної взаємодії відіграють роль неголономних в'язей. У такій постановці вирішені задачі про кочення без ковзання тіл простих форм по простих поверхнях. Зокрема, показано, що залежно від початкових умов кочення шорсткої кульки по шорсткій сферичній поверхні може супроводжуватися рухом точки їх контакту уздовж деяких гладких синусоїдальних траєкторій, кривих з точками повернення і петлеподібних кривих [11].

Мабуть, найбільш яскравим з відомих прикладів неголономних систем є двоколісні і навіть одноколісні (моноцикли) велосипеди, які зберігають стійкість свого вертикального положення, завдяки наявності неголономної керованої в'язі.

Умови кочення з вертінням можуть бути реалізовані і в системі долото-дно свердловини. Вони забезпечуються за рахунок наявності на поверхні долота діамантових вкраплень, які при коченні відіграють роль твердих інденторів, які вдавлюються в скельну породу на поверхні дна свердловини і перешкоджають ковзанню долота по ній.

Оскільки поверхня долота (рис. 1) і дна свердловини можуть мати різні геометричні форми, в процесі буріння можливі переходи руху долота від чистого вертіння (штатний процес буріння) до його додатковим коченням, відходу з вертикалі точки дотику долота з дном свердловини і



Рис. 1. Геометричні форми доліт

викривлення осі бурильної колони. Для дослідження цих явищ необхідно поставити задачу про пружні поперечні коливання бурильної колони, в якій неголономні в'язі є граничними умовами для рівнянь руху долота.

3. Основні співвідношення динаміки нижньої секції БК. Коливання кружляння долота, яке обертається з кутовою швидкістю ω , зазвичай супроводжується залученням до вібраційного процесу також і нижніх ділянок колони, які розташовані між центруючими пристроями і відіграють роль додаткових опор. Тому при аналізі механізму збудження

коливань кружляння долота будемо нехтувати впливом верхньої частини БК і виділимо її фрагмент завдовжки l (рис. 2).

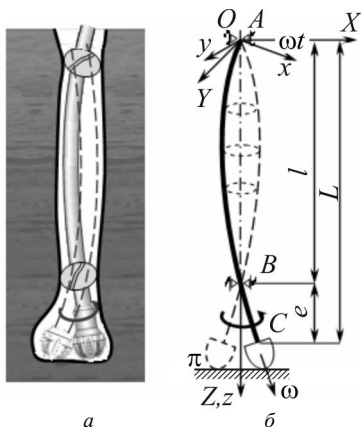


Рис. 2. Структурна (а) і розрахункова (б) схемиколивань кружлянь бурильних доліт

Виділена трубчаста ділянка БК попередньо напружена прикладеним до долота крутним моментом M_z і подовжною стискуючою силою T , рівній реакції опирається долота на дно свердловини. Динаміку цієї ділянки моделюватимемо на основі теорії стисло-закручених стрижнів, що обертаються. Для цього введемо нерухому систему координат $OXYZ$ і систему координат $Oxuz$, що обертається разом з БК, із загальним початком O на опорі A (рис. 3).

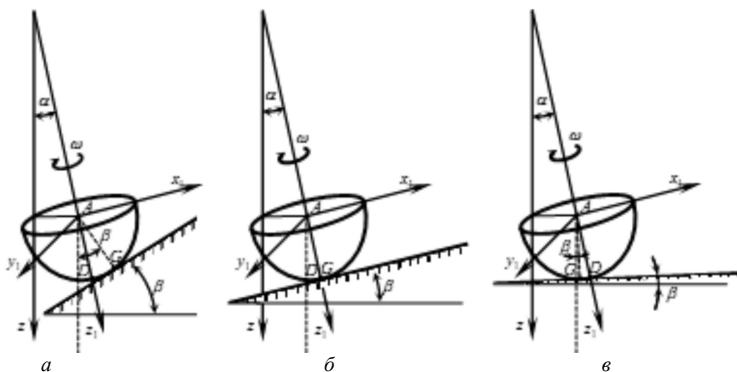


Рис. 3. Схема кочення і вертіння долота

Для кількісного аналізу кінематично збуджуваних коливань кружляння необхідно скласти рівняння динаміки всієї виділеної для розгляду двопрогонної балки ABC , що обертається, попередньо напруженої крутним моментом $M_z = -M^{fr}$ і подовжною стискуючою силою $T = -R$.

Врахуємо, що на трубу БК крім внутрішніх сил пружності діють також сили інерції, від обертання.

$$\begin{aligned}
 f_u &= (\rho F + \rho_e F_e) \omega^2 u + 2(\rho F + \rho_e F_e) \omega \frac{\partial v}{\partial t} \\
 f_v &= (\rho F + \rho_e F_e) \omega^2 v - 2(\rho F + \rho_e F_e) \omega \frac{\partial u}{\partial t}.
 \end{aligned}
 \tag{1}$$

Тоді рівняння динамічного пружного згинання БК при наявності відмічених факторів можна представити у виді:

$$\begin{aligned}
 EI \frac{\partial^4 u}{\partial z^4} - T \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} - M_z \frac{\partial^3 v}{\partial z^3} - (\rho F + \rho_l F_l) \omega^2 u - 2(\rho F + \rho_l F_l) \omega \frac{\partial v}{\partial t} + (\rho F + \rho_l F_l) \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} &= 0, \\
 EI \frac{\partial^4 v}{\partial z^4} - T \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} + M_z \frac{\partial^3 u}{\partial z^3} - (\rho F + \rho_l F_l) \omega^2 v - \\
 + 2(\rho F + \rho_l F_l) \omega \frac{\partial u}{\partial t} + (\rho F + \rho_l F_l) \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} &= 0,
 \end{aligned}
 \tag{2}$$

де $u(z, t)$, $v(z, t)$ – пружні переміщення елемента труби БК в напрямках осей Ox , Oy відповідно; EI – жорсткість труби БК при згині; ρ , ρ_l – густина матеріалу труби і промивної рідини, відповідно; F , F_l – площі поперечних перерізів стінки труби і її внутрішнього каналу, відповідно; t – час.

Для опису пружного повороту долота введемо також жорстко пов'язану з ним систему координат $Cx_1y_1z_1$, осі Cx_1 , Cy_1 якої у початковому положенні паралельні осям Ox , Oy , відповідно, а при пружній деформації долота повертаються на кути $-v'|_C$ і $u'|_C$ (рис. 3.).

Кочення поверхні S_2 по поверхні S_1 задаватимемо в рухомій системі координат $Gx_2y_2z_2$, початок G якої збігаються з точкою зіткнення поверхонь S_1 і S_2 ; вісь Gz_2 є продовженням відрізка CG ; вісь Gy_2 перпендикулярна площині, яка містить вісь OZ і відрізок CG , і орієнтована у напрямі обертання; вісь Gx_2 доповнює систему осей до правої трійки.

Умова кочення долота без ковзання дозволяє сформулювати в точці C дві групи крайових рівнянь. Вони включають два кінематичні рівняння, які задають швидкість точки C , і два динамічні рівняння, які визначають динамічну рівновагу всіх моментів відносно точки G .

Для виведення кінематичних крайових умов обчислимо абсолютну швидкість центра C , тіла S_2 , що котиться, в проєкціях на осі системи $Oxyz$.

В той же час цю швидкість можна обчислити, виходячи із аналізу пружних коливань кінця C стержня:

Прирівнюючи праві частини цих рівностей, одержимо кінематичні крайові умови

$$\begin{aligned} \dot{u} - \omega v - a \sqrt{1 - \frac{u^2 - v^2}{(R-a)^2}} \left(-\dot{u}' - \omega v' + \frac{\omega}{R-a} v \right) &= 0, \\ \dot{v} + \omega u - a \sqrt{1 - \frac{u^2 - v^2}{(R-a)^2}} \left(-\dot{v}' + \omega u' - \frac{\omega}{R-a} u \right) &= 0. \end{aligned} \quad (3)$$

Вони є неголономними, оскільки містять похідні \dot{u} і \dot{v} .

Для побудови рівнянь руху скористаємося теоремою про зміну моменту кількостей руху долота відносно точки G

$$\frac{\tilde{d} \vec{K}_G}{dt} + \vec{\Omega}_{(2)} \times \vec{K}_G = \vec{M}_G, \quad (4)$$

де \vec{K}_G – момент кількостей руху долота відносно точки, представлений

в системі $Gx_2y_2z_2$, \vec{M}_G – момент сил пружності, які діють на долото, також записаний в цій же системі.

Вектор \vec{K}_G підраховується за формулою:

$$\begin{aligned} \vec{K}_G^{(2)} &= \frac{J+ma^2}{\sqrt{u^2+v^2}} \left\{ [(-\dot{v}'+\omega u')u+(\dot{u}'+\omega v')v] \sqrt{1-\frac{u^2+v^2}{(R-a)^2}} - \omega \frac{\sqrt{u^2+v^2}}{R-a} \right\} \vec{i}_2 + \\ &\quad + \frac{J+ma^2}{\sqrt{u^2+v^2}} [(\dot{v}'-\omega u')v+(\dot{u}'+\omega v')u] \vec{j}_2 + \\ &\quad + J \left\{ [(-\dot{v}'+\omega u')u+(\dot{u}'+\omega v')v] \cdot \frac{1}{R-a} + \omega \sqrt{1-\frac{u^2+v^2}{(R-a)^2}} \right\} \vec{k}_2. \end{aligned} \quad (5)$$

Момент \vec{M}_G виражається через внутрішні згині моменти EIu'' , EIv'' і перерізувальні сили EIu''' , EIv''' на краю C бурильної колони

$$\begin{aligned} \vec{M}_G^{(2)} &= -EI \{ [u''+au'''(\cos \alpha + u' \sin \alpha)] \sin \beta + \\ &\quad + [v''+av'''(\cos \alpha + v' \sin \alpha)] \cos \beta \} \cos \alpha \vec{i}_2 + \\ &\quad + EI \{ [-u''-au'''(\cos \alpha + u' \sin \alpha)] \cos \beta + [v''+av'''(\cos \alpha + v' \sin \alpha)] \sin \beta \} \vec{j}_2 - \\ &\quad - EI \{ [u''+au'''(\cos \alpha + u' \sin \alpha)] \sin \beta + \end{aligned}$$

$$+[v'' + av'''](\cos \alpha + v' \sin \alpha)] \cos \beta \} \vec{k}_2. \quad (6)$$

Співвідношення (1)–(6) визначають трьохточкову крайову задачу динаміки нижнього прольоту бурильної колони з долотом. Вони доповнюються також початковими умовами, які задають початкове збурення системи. Чисельне розв'язання поставленої задачі здійснюється методом скінченних різниць із використанням неявної схеми по часу t .

По розробленій методиці були проведені дослідження коливань сферичного долота постійного радіуса a при різних значеннях радіуса R дна свердловини і кутових швидкостях ω обертання колони.

4. Форми коливань кружляння долота. В результаті підрахунків встановлено, що великий вплив на динамічний процес має величина R . Встановлені найнесприятливіші випадки. Так, при великих R центр долота починає рухатися по спіралі, яка розширюється. На рис. 4 показана траєкторія руху в нерухомій і рухомій системах координат. Такий рух нестійкий. При деяких R обертання долота стійке (рис. 5), однак обертання колони і долота відбувається в різних напрямках. Воно є небезпечним, оскільки в цьому випадку відбувається викришування алмазних різців.

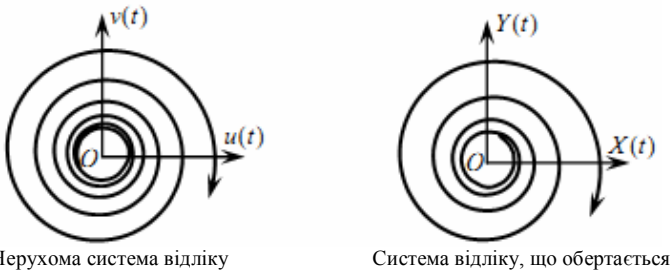


Рис. 4. Форми нестійких коливань долота
($R=0,25\text{ м}$, $a=0,2\text{ м}$, $\omega=20\text{ рад/с}$, $t=5\text{ с}$)

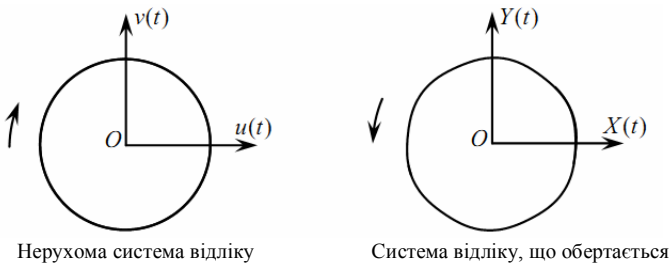
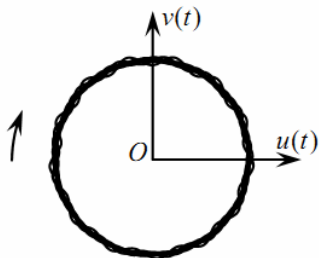
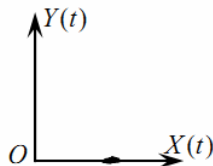


Рис. 5. Форми стійкого обертання долота
 $R=1\text{ м}$, $a=0,2\text{ м}$, $\omega=5\text{ рад/с}$, $30 \leq t \leq 40\text{ с}$)

Цікавий випадок представлений на рис. 6. Тут в нерухомій системі координат долото, яке обертається, намагається зайняти положення, в якому відбувається його чисте вертіння, тобто буріння. Однак воно також недопустиме, так як тут вісь свердловини відхиляється в бік.



Нерухома система відліку



Система відліку, що обертається

Рис. 6. Форми стійкого вертіння долота
($R=0,6699\text{ м}$, $a=0,2\text{ м}$, $\omega=5\text{ рад/с}$, $t=20\text{ с}$)

На рис. 7 показано у збільшеному масштабі форма руху долота при переході до чистого вертіння. Траєкторія яку описує центр долота в системі відліку, яка обертається разом з ним, нагадує правильну «багатопелюсткову квітку». І саме тут відбувається буріння але дещо з відхиленням.

Висновки. На основі методів неголономної механіки, поставлена задача про коливання кружляння долота

бурильної колони, яка попередньо напружена поздовжньою силою і обертається під дією прикладеного до долота моменту сил різання. Виконано аналіз механізму самозбудження коливань. Обговорюються динамічні ефекти, викликані змодельованою контактною взаємодією долота з дном свердловини, аналізуються умови прямого і оберненого кочення долота по поверхні дна свердловини.

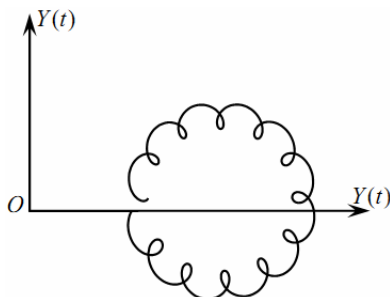


Рис. 7. Форма стійкого вертіння долота у збільшеному масштабі
($R=0,6699\text{ м}$, $a=0,2\text{ м}$, $\omega=5\text{ рад/с}$, $19 \leq t \leq 20\text{ с}$)

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Андрусенко Е.Н. Изгиб бурильной колонны в криволинейной скважине с несовершенствами осевой линии / Е.Н. Андрусенко, В.И. Гуляев, С.Н. Худолій // Прикладная математика и механика. – 2012. – №3. – С. 459 – 468.
2. Гайдайчук В.В., Худолій С.М., Гловач Л.В. Теоретична ідентифікація сил опору, що діють на криволінійні бурильні колони / В.В.Гайдайчук, С.М. Худолій, Л.В.Гловач // Опір матеріалів і теорія споруд. – 2006. – №78. – С. 52 – 60.
3. Гайдайчук В.В. Про рухомість бурильної колони в криволінійній свердловині зі спіральними геометричними недосконаlostями / В.В. Гайдайчук, С.М. Худолій, О.М. Андрусенко // Опір матеріалів і теорія споруд. – 2010.- №85 – С.74 – 85.
4. Gulyayev V.I. Free vibrations of drill strings in hyper deep vertical bore-wells /V.I. Gulyayev, O.I. Borshch // Journal of Petroleum Science and Engineering. – 2011 — V. 78. — P. 759 – 764.
5. Gulyayev V.I. The buckling of elongated rotating drill strings / V.I.Gulyayev, V.V.Gaidaichuk, I.L. Solovjov, I.V. Gorbunovich //Journal of Petroleum Science and Engineering. – 2009. – 67. – P.140–148.
6. Gulyayev V.I. The computer simulation of drill column dragging in inclined bore-holes with geometrical imperfections / V.I. Gulyayev, S.M. Hudoly, L.V. Glovach // International Journal of Solids and Structures. – 2011. – V.48. – P.110–118.
7. Gulyayev V.I. Simulation of torsion relaxation auto-oscillations of drill string bit with viscous and Coulombic friction moment models / V.I. Gulyayev, S.M. Hudoly, O.V. Glushakova // Journal of Multi-body Dynamics. – 2011 — V. 225. — P. 139 – 152.
8. Gulyayev V.I. Sensitivity of resistance forces to localized geometrical imperfections in movement of drill strings in inclined bore-holes / V.I. Gulyayev, S.N. Khudoliy, E.N. Andrusenko // Interaction and Multiscale Mechanics. – 2011. – V.4. – No.1. – P.1–16.
9. Christoforou A.P. Dynamic modelling of rotating drillstrings with borehole interactions / A.P. Christoforou, A.S. Yigit // Journal of Sound and Vibration. – 1997. – 206(2). – P.243 – 260.
10. Jansen J.D. Whirl and chaotic motion of stabilized drill collars / J.D. Jansen. // SPE Drilling Engineering. – 1992. – 7(2). – P.107 – 114.
11. Neimark Ju.I. Dynamics of Nonholonomic Systems / Ju.I. Neimark, N.A. Fufaev. (Translation of mathematical monographs, 33, Amer. Math. Soc., Providence, RI), 1972. – 519p.

REFERENCES

1. Andruszenko E.N. Bending drill string in a curved bore-hole axis line imperfections / E.N. Andruszenko., V.I. Gulyayev, S.N. Hudoly // Applied Mathematics and Mechanics. – 2012. – No.3. – P. 459 – 468.
2. Gaidaichuk V.V. Theoretical nature identifikatsiya forces support scho diyut on krivoliniyni drill string / V.V. Gaidaichuk, S.N. Hudoly, L.V. Glovach // Opir materialiv i teoriya sporud. – 2006. – No.78. – P. 52 – 60.
3. Gaidaichuk V.V. About ruhomist drill string in krivoliniyniyi sverdlovini, spiralnimi geometric nedoskonaloostyami / V.V. Gaidaichuk, S.N. Hudoly, E.N. Andruszenko // Opir materialiv i teoriya sporud. – 2010.- No.85 – P.74 – 85.
4. Gulyayev V.I. Free vibrations of drill strings in hyper deep vertical bore-wells /V.I. Gulyayev, O.I. Borshch // Journal of Petroleum Science and Engineering. – 2011 — V. 78. — P. 759 – 764.
5. Gulyayev V.I. The buckling of elongated rotating drill strings / V.I.Gulyayev, V.V.Gaidaichuk, I.L. Solovjov, I.V. Gorbunovich //Journal of Petroleum Science and Engineering. – 2009. – 67. – P.140–148.
6. Gulyayev V.I. The computer simulation of drill column dragging in inclined bore-holes with geometrical imperfections / V.I. Gulyayev, S.M. Hudoly, L.V. Glovach // International Journal of Solids and Structures. – 2011. – V.48. – P.110–118.

7. *Gulyayev V.I.* Simulation of torsion relaxation auto-oscillations of drill string bit with viscous and Coulombic friction moment models / V.I. Gulyayev, S.M. Hudoliy, O.V. Glushakova // *Journal of Multi-body Dynamics*. – 2011 — V. 225. — P. 139 – 152.
8. *Gulyayev V.I.* Sensitivity of resistance forces to localized geometrical imperfections in movement of drill strings in inclined bore-holes / V.I. Gulyayev, S.N. Khudoliy, E.N. Andrusenko // *Interaction and Multiscale Mechanics*. – 2011. – V.4. – No.1. – P.1–16.
9. *Christoforou A.P.* Dynamic modelling of rotating drillstrings with borehole interactions / A.P. Christoforou, A.S. Yigit // *Journal of Sound and Vibration*. – 1997. – 206(2). – P.243 – 260.
10. *Jansen J.D.* Wirl and chaotic motion of stabilized drill collars / J.D. Jansen. // *SPE Drilling Engineering*. – 1992. – 7(2). – P.107 – 114.
11. *Neimark Ju.I.* Dynamics of Nonholonomic Systems / Ju.I. Neimark, N.A. Fufaev. (Translation of mathematical monographs, 33, Amer. Math. Soc., Providence, RI), 1972. – 519p.

Стаття надійшла до редакції 23.12.2013 р.

Гайдайчук В.В., Шевчук Л.В.

НЕГОЛОНОМНАЯ ДИНАМИКА КОЛЕБАНИЙ КРУЖЕНИЯ КОЛОНН ГЛУБОКОГО БУРЕНИЯ

На основе методов неголономной механики поставлена проблема о колебании кружения долота бурильной колонны, которая предварительно напряжена продольной силой и вращается под действием прилагаемого к долоту момента сил резания. Выполнен анализ механизма самовозбуждения колебаний. Показано, что они могут быть как устойчивые, так и неустойчивые.

Ключевые слова: бурильная колонна, бурение, долото, колебания кружения.

Gaidaichuk V.V., Shevchuk L.V.

NON-HOLONOMIC DYNAMICS OF WHIRLING VIBRATIONS OF DEEP DRILL COLUMNS

On the basis of the non-holonomic mechanics methods, the problem of the whirling vibrations of a bit of a drillstring, which is prestressed by longitudinal force and rotates under the applied forces is stated. The analysis of the mechanism of the vibration self-excitation is performed. It is shown that they can be both stable and unstable.

Key words: drill string, drilling, bit, whirling.