

УДК 539.3

М.О. Соловей¹, д-р техн. наук
О.П. Кривенко¹, канд. техн. наук
О.О. Міщенко¹

¹Київський національний університет будівництва і архітектури
Повітрофлотський просп., 31, м. Київ. 03680

ВИЗНАЧЕННЯ ЕФЕКТИВНИХ ФІЗИКО-МЕХАНІЧНИХ ХАРАКТЕРИСТИК ОДНОСПРЯМОВАНОГО ВОЛОКНИСТОГО КОМПОЗИТНОГО МАТЕРІАЛУ

Розглянуто відомі методики прогнозування пружних сталей для моделі композитного матеріалу, що армований односпрямованими волокнами, через мікромеханічні параметри його складових. Запропоновано методику врахування отриманих ефективних характеристик для цього типу композитного матеріалу у шарах розробленого багатошарового скінченного елемента тонкої неоднорідної оболонки.

Ключові слова: тонка пружна оболонка, багатошаровий скінченний елемент, композитний матеріал, мікромеханічні параметри.

Вступ. В останній час у багатьох галузях техніки та будівництві все більшого застосування знаходять конструкції та їх елементи, які виготовлені з композитних матеріалів (КМ). Аналіз та виконані оцінки застосування КМ у різних галузях техніки, зокрема в авіабудуванні України, Росії та США, доводять їх ефективність [1]. Композитний матеріал характеризується можливістю проектування його з наперед заданими властивостями, що дозволяє покращити економічність і надійність несучих конструкцій. Наприклад, широке впровадження КМ на Державному підприємстві «Антонов» на протязі останніх сорока років дозволило знизити вагу літальних апаратів на 20% - 25% [1, 2]. Питання виробництва в Україні композитних матеріалів, наприклад, таких як вуглецево-вуглецевих КМ, відноситься до пріоритетних напрямків, що визначають обороноздатність і науково-технічний потенціал країни [3]. Для реалізації цієї проблеми необхідно створювати підприємства з потужними науково-дослідними відділами аналогічні російській холдинговій компанії «Композит» [3, 4].

Вихідні положення. Найбільш дослідженими в теорії композитів та розповсюдженими на практиці композитними матеріалами є матеріали з волокнистою структурою (рис. 1) [5-8]. Ці матеріали ефективно використовуються в тонкостінних оболонкових конструкціях, що мають невелику масу і різноманітні геометричні форми [2, 8-13]. У даній роботі автори розглянули деякі існуючі в теорії механіки композитів моделі

односпрямованого волокнистого композитного матеріалу та методики визначення його ефективних фізико-механічних характеристик.

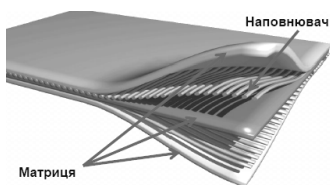


Рис. 1. Односпрямований волокнистий КМ

армуються високоміцними волокнами товщиною, що знаходиться в межах $5\div 300$ мкм [14].

У якості армуючих волокон (у залежності від виду матеріалу матриці, яку ще називають в'язучим) можуть використовуватись отримані за спеціальними технологіями волокна як металів та їх сплавів, так і неметалів [15, 16]. Наприклад, неметалевими наповнювачами можуть бути вуглецеві волокна, волокна з бору, скловолокна, органічні волокна та інші. Одними з найбільш перспективних для КМ видів волокон, які використовуються в Україні, Росії та закордоном, вважаються вуглецеві волокна [1, 3, 13, 15], що стимулює їх використання у наших дослідженнях.

Прикладом односпрямованого волокнистого матеріалу є стандартна вуглецева стрічка FibARM 200/300 ЗАТ "ХК «Композит»" [4]. Стрічка складається зі сукупності пасом волокон, що поєднанні між собою паралельно в матриці. У середньому кількість пасом на 10 см складає 35

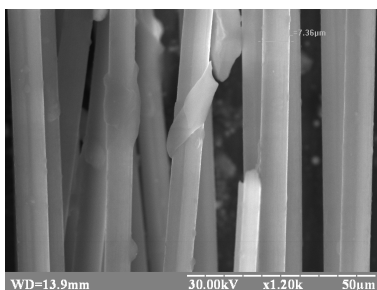


Рис. 2. Мікрофотографія вуглецевих волокон

штук. Кожне пасмо має приблизно 1000 волокон. На рис. 2 надана мікрофотографія пасма вуглецевих волокон, яка зроблена за допомогою електронного мікроскопу РЕММА-102-02 зі збільшенням у 1200 разів. Діаметр волокна у пасмі складає $7,36$ мкм.

Загалом КМ є неоднорідним матеріалом. Однак, армовані волокнисті матеріали, через їхню регулярну структуру та наявність великої кількості волокон, можна

розглядати, слідуючи підходу В.В. Болотіна [9], як однорідне суцільне середовище. Цей підхід називають методом енергетичного згладжування.

Згідно з цим методом неоднорідний композитний матеріал замінюється еквівалентним однорідним тілом з так званими *ефективними* механічними характеристиками. Ефективні (макроскопічні) характеристики визначаються шляхом усереднення по об'єму відповідних мікроскопічних властивостей компонентів композиту. Питаннями визначення цих характеристик займається механіка композитних матеріалів. В останні роки визначенню пружних ефективних характеристик КМ присвячено багато робіт, у яких наводяться різної точності дані для оцінки пружних сталих матеріалу. Вибір тієї чи іншої методики розрахунку ефективних характеристик КМ залежить від точності кінцевого результату та його узгодженості з експериментальними даними.

Постановка задачі та її вирішення. У монографіях [19, 20] висвітлено питання розробки з єдиних методологічних позицій тривимірної теорії термопружності скінченноелементного методу розв'язування статичних задач геометрично нелінійного термопружного деформування, стійкості та закритичної поведінки широкого класу тонких пружних неоднорідних оболонок складної структури. На базі універсального ізопараметричного просторового скінченного елемента (СЕ) з полілінійними функціями форми та введеними додатковими змінними параметрами побудовано розрахункову модель методу скінчених елементів, що враховує одним СЕ за товщиною геометричні особливості конструктивних елементів (змінність товщини, злами та гранованість обшивки, ребра, накладки, виїмки, отвори) і неоднорідності матеріалу (вставки та багатошарову структуру) тонкої оболонки. Застосована моментна схема скінчених елементів. Досліджуються малі термопружні деформації. Задача геометрично нелінійного деформування сформульована в приростах. Зв'язок між компонентами тензорів деформацій і напружень для анізотропного матеріалу встановлений узагальненим законом Дюамеля–Неймана. Для моделювання термопружних властивостей неоднорідного матеріалу оболонки застосовано підхід, що базується на структуруванні неоднорідностей матеріалу за товщиною та у плані оболонки за допомогою багатошарового просторового СЕ. Матеріали шарів представляються як однорідні анізотропні матеріали з заданими термопружними властивостями. Прийнято [21], що будь-які матеріали шарів, термопружні властивості яких задаються безпосередньо через відомі технічні сталі, відносяться до класу традиційних матеріалів. Ті матеріали, властивості яких визначаються через мікромеханічні характеристики їхніх компонентів, відносяться до класу композитних матеріалів.

У нашому випадку в скінченноелементній моделі тонкої пружної неоднорідної оболонки [21] під “ефективними фізико-механічними характеристиками композитного матеріалу” розуміються технічні сталі матеріалу шару КМ, які визначаються за розробленими в механіці композитів методиками. У зв'язку цим з'являється можливість моделювання фізико-механічних характеристик як одношарового, так і багатшарового композитного матеріалу. У рамках створеної моделі багатшаровий скінченний елемент можна використовувати як СЕ, що дозволяє моделювати матеріал оболонки різними типами традиційних і композитних матеріалів шарів [21]. У межах одного СЕ волокнистий матеріал природно приймається як односпрямований, тобто всі волокна прямі, паралельні та спрямовані в одному напрямку. В різних СЕ прямі волокна можуть мати різні напрямки. За рахунок цього можна моделювати криволінійну анізотропію матеріалу шару неоднорідної оболонки. Враховуючи, що визначення ефективних характеристик реалізується за структурними параметрами компонентів матеріалу, тому на цьому етапі розроблену методику можна розглядати власне як мікромеханічну модель.

Традиційним матеріалом шару у загальному випадку є ортотропний матеріал, параметрами якого виступають термпружні технічні сталі: E_1^a, E_2^a, E_3^a – модулі пружності при розтягу-стиску в напрямку відповідних координатних осей x^a ; $G_{1^a 2^a}, G_{1^a 3^a}, G_{2^a 3^a}$ – модулі зсуву; $\nu_{1^a 2^a}, \nu_{1^a 3^a}, \nu_{2^a 3^a}$ – коефіцієнти Пуассона; $\alpha_{1^a}, \alpha_{2^a}, \alpha_{3^a}$ – коефіцієнти термічного розширення [19, 20]. Розглядувані параметри з точки зору одношарового композитного матеріалу можна розуміти як “ефективні фізико-механічні характеристики”. x^a – система криволінійних триортонормованих координат, напрямки яких збігаються з головними напрямками ортотропії матеріалу.

Прикладом композитного матеріалу шару є односпрямований волокнистий матеріал, до мікромеханічних параметрів компонентів якого відносяться: E_f, E_m – модулі пружності матеріалу волокна та матриці; G_f, G_m – модулі зсуву матеріалу волокна та матриці; ν_f, ν_m – коефіцієнти Пуассона матеріалу волокна та матриці; d_f – діаметр волокон; h_0 – товщина армованого шару; i_f – частота армування; α_f, α_m – коефіцієнти термічного розширення волокна та матриці.

Для визначення ефективних пружних характеристик односпрямованого композитного матеріалу в механіці композитних матеріалів існують різні мікромеханічні методики прогнозування

констант пружності волокнистих композитів [9, 17, 22 - 25]. В мікромеханічних методиках використовуються такі основні *гіпотези* [5]:

1) матриця та волокна вважаються жорстко зв'язаними між собою, вони деформуються спільно без проковзування;

2) кожний компонент КМ являє собою однорідний ізотропний матеріал;

3) волокна і матриця при деформування ведуть себе як лінійно-пружні матеріали;

4) справедлива гіпотеза про регуляризацію структури;

5) припускається, що напружений стан вздовж орієнтації волокон в кожному представницькому елементі матеріалу є однорідним.

На основі цих припущень матеріал в шарі СЕ вважається трансверсально-ізотропним. Ефективними пружними сталими для трансверсально-ізотропної моделі КМ є [19, 20]:

E , E' – модулі пружності для розтягу-стиску в площині ізотропії та в напрямку нормальному до неї (в напрямку волокон);

ν , ν' – коефіцієнти Пуассона, які характеризують скорочення в площині ізотропії при розтягу в цій площині та напрямку нормальному до неї;

$G = E/[2(1+\nu)]$ – модуль зсуву для площини ізотропії;

G' – модуль зсуву для площин, які нормальні до площини ізотропії.

У системі триортонормованих координат $x^{a''}$ для трансверсально-ізотропного КМ, у якого волокна направлені вздовж осі $x^{2''}$, а площина ізотропії проходить через осі $x^{1''}$ та $x^{3''}$, маємо [19, 20]

$$\begin{aligned} E_{2''} = E_{3''} = E, \quad E_{1''} = E', \quad G_{2''3''} = \frac{E}{2(1+\nu)}, \quad G_{1''2''} = G_{1''3''} = G', \\ \nu_{2''3''} = \nu_{3''2''} = \nu, \quad \nu_{1''2''} = \nu_{1''3''} = \nu', \quad \nu_{2''1''} = \nu_{3''1''} = \nu' \frac{E}{E'}, \\ \alpha_{1''} = \alpha', \quad \alpha_{2''} = \alpha_{3''} = \alpha. \end{aligned} \quad (1)$$

Для другого варіанта односпрямованого волокнистого КМ, коли волокна направлені вздовж осі $x^{2''}$, а площина ізотропії проходить через осі $x^{1''}$ та $x^{3''}$, можна необхідним чином задати термпружні сталі ортотропного матеріалу, як трансверсально-ізотропного

$$\begin{aligned} E_{1''} = E_{3''} = E, \quad E_{2''} = E', \quad G_{1''3''} = \frac{E}{2(1+\nu)}, \quad G_{1''2''} = G_{2''3''} = G', \\ \nu_{1''3''} = \nu_{3''1''} = \nu, \quad \nu_{2''1''} = \nu_{2''3''} = \nu', \quad \nu_{1''2''} = \nu_{3''2''} = \nu' \frac{E}{E'}, \\ \alpha_{1''} = \alpha_{3''} = \alpha, \quad \alpha_{2''} = \alpha'. \end{aligned} \quad (2)$$

Для третього варіанта односпрямованого волокнистого КМ, коли волокна направлені вздовж осі x^3 , а площина ізотропії проходить через осі x^1 та x^2 , залежності набувають такого вигляду:

$$\begin{aligned} E_1''=E_2''=E, \quad E_3''=E', \quad G_{1''2''}=\frac{E}{2(1+\nu)}, \quad G_{1''3''}=G_{2''3''}=G', \\ \nu_{1''2''}=\nu_{2''1''}=\nu, \quad \nu_{3''1''}=\nu_{3''2''}=\nu', \quad \nu_{1''3''}=\nu_{2''3''}=\nu' \frac{E}{E'}, \end{aligned} \quad (3)$$

$$\alpha_{1''}=\alpha_{2''}=\alpha, \quad \alpha_{3''}=\alpha'.$$

Розглянемо деякі найбільш відомі моделі деформування односпрямованого композита [5, 9, 17, 18, 22 - 25]. Прийняті вище позначення доповнимо параметром c_f – коефіцієнтом армування (або інтенсивності армування) композиту, що характеризує відносний об'ємний вміст волокон у матеріалі

$$c_f = \frac{V_f}{V} \cdot i_f, \quad (4)$$

де V – об'єм елементарної комірки КМ ($V=h_0 \cdot b_0 \cdot l_0$), V_f – об'єм волокна ($V_f=S_f \cdot l_0$), S_f – площа перерізу волокна, h_0 , b_0 , l_0 – товщина, ширина, довжина армованої комірки, i_f – частота армування (кількість волокон на одиницю ширини перерізу елементарної комірки).

Таким чином, коефіцієнт c_f є відносним об'ємним вмістом волокон у комірці, який є безрозмірною величиною. Для волокон круглого перерізу з діаметром d_f коефіцієнт c_f обчислюється за формулою [9, 11]:

$$c_f = \frac{\pi d_f^2}{4 h_0} \cdot i_f. \quad (3')$$

Вміст волокон у матриці може змінюватися у досить широких межах. Теоретично максимальний вміст волокон може досягати 91% об'єму комірки. Однак у реальних умовах об'ємна частка волокон в 80% вже призводить до погіршення властивостей волокнистого композиту [16].

Максимально можлива концентрація циліндричних волокон c_{\max} визначається наявністю геометричних обмежень. Величина c_{\max} залежить від типу упаковки волокон і відповідає такому стану, коли волокна торкаються одне одного (рис. 3, а, б) [16]. Для тетрагональної упаковки (рис. 3, а) $c_{\max} \approx 0,785$; для гексагональної (рис. 3, б) – $c_{\max} \approx 0,907$ [15, 16]. Однак, у реальних КМ концентрація волокон менша

ніж c_{\max} , оскільки між волокнами завжди є прошарок матриці товщиною δ_{\min} (рис. 3, з, д).

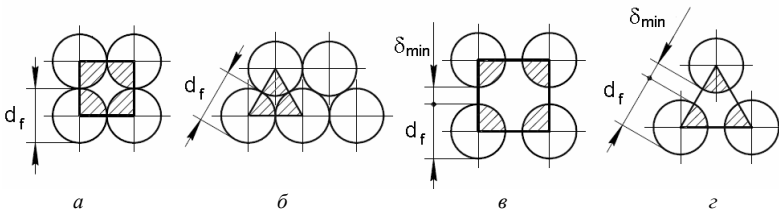


Рис. 3. Схеми упаковки односпрямованих волокон діаметром d_f : а – тетрагональна та б – гексагональна при безпосередньому контакті; в – тетрагональна та з – гексагональна з прошарками матриці δ_{\min} [16]

Окрім того, при $c_f > 0,70-0,75$ у більшості КМ виявляється схильність до утворення тріщин і розшарувань [16], тому ці значення вважаються верхньою межею для більшості матеріалів. При дуже малих значеннях c_f крихіткі волокна не можуть обмежити деформацію матриці та руйнуються. При цьому матриця ще має запас міцності та сприймає навантаження. У цьому випадку міцність КМ нижча за міцність неармованої матриці, оскільки наявність волокна рівнозначна введенню в матрицю ниткоподібних пор.

Модель Е. Рейсса і В. Фойгта [5, 9, 18, 22, 23, 26]. Для найпростішої моделі композиту – системи жорстко пов'язаних ізотропних стержнів, які рівномірно розташовані в ізотропній матриці – Фойгт запропонував обчислювати параметри КМ шляхом усереднення відповідних параметрів компонентів за об'ємом і за орієнтацією. Пізніше Рейсс запропонував усереднювати компоненти зворотного тензора. Розроблена модель КМ отримала назву *правило суміші* або модель Рейсса–Фойгта

$$E' = E_f c_f + E_m (1 - c_f), \quad \nu' = \nu_f c_f + \nu_m (1 - c_f),$$

$$G' = \frac{\chi_m + c_f + (1 - c_f)g}{(1 - c_f)\chi_m + (1 + c_f)\chi_m g} G_m,$$

$$E = \frac{E_f E_m}{E_m c_f + E_f (1 - c_f)}, \quad G = \frac{G_f G_m}{G_m c_f + G_f (1 - c_f)}, \quad (4)$$

$$\alpha' = c_f \alpha_f + (1 - c_f) \alpha_m, \quad \alpha = \frac{c_f \alpha_f E_f + (1 - c_f) \alpha_m E_m}{c_f E_f + (1 - c_f) E_m},$$

де $\chi_f = 3 - 4\nu_f$, $\chi_m = 3 - 4\nu_m$, $g = G_m / G_f$.

Модель Р. Хілла [3, 23]. За цією моделлю композит складається із волокна, яке знаходиться в коаксіальному циліндрі – матриці (модель коаксіальних циліндрів)

$$E' = E_f c_f + E_m (1 - c_f) + \frac{2c(v_f - v_m)^2 (1 - v_f) E_f E_m}{E_m c_f L_f + [L_m (1 - c_f) + (1 - v_m)] E_f},$$

$$v' = v_m - \frac{2 \cdot (v_m - v_f) \cdot (1 - v_m^2) \cdot E_f \cdot c_f}{E_m \cdot (1 - c_f) \cdot L_f + [L_m \cdot c_f + (1 + v_m)] \cdot E_f},$$

$$G' = G_m \frac{(1 - c_f) G_m + (1 + c_f) G_f}{(1 + c_f) G_m + (1 - c_f) G_f}, \quad E = \frac{2K(1 - v') \cdot E'}{E' + 4Kv'^2}, \quad (5)$$

де

$$L_m = 1 - v_m - 2v_m^2, \quad L_f = 1 - v_f - 2v_f^2,$$

$$K = \frac{(K_f + G_m)K_m + (K_f - K_m)c_f G_m}{K_f + G_m - c_f(K_f - K_m)}, \quad K_f = \frac{E_f}{3(1 - 2v_f)}, \quad K_m = \frac{E_m}{3(1 - 2v_m)}.$$

Тут K – модуль об'ємного стиснення, що відповідає дилатації в площині, яка є перпендикулярною до напрямку волокон; K_f і K_m – об'ємні модулі волокна і матриці. Зазначимо, що за цим підходом важко визначити модуль зсуву в площині ізотропії [5].

Модель О.А. Кільчинського, З. Хашіна і Б. Розена [5, 18, 23, 24]. КМ розглядається як волокно у вигляді циліндра, яке поміщено в циліндричну оболонку – матрицю, яка в свою чергу знаходиться в необмеженому середовищі з пружними параметрами, що дорівнюють ефективним параметрам композита. Цю модель прийнято називати моделлю Кільчинського-Хашіна-Розена

$$E' = E_f c_f + E_m (1 - c_f) + \frac{4c_f (1 - c_f) (v_f - v_m)^2}{\frac{(1 - c_f)}{K_f} + \frac{c_f}{K_m} + \frac{1}{G_m}},$$

$$v' = c_f v_f + (1 - c_f) v_m + \frac{c_f (1 - c_f) (v_f - v_m) (1/K_m - 1/K_f)}{(1 - c_f)/K_f + c_f/K_m + 1/G_m}, \quad (6)$$

$$G' = G_m \cdot \frac{(\eta + \delta_m c_f) \cdot (1 + \rho c_f^3) - 3c_f \cdot (1 - c_f)^2 \delta_m^2}{(\eta - c_f) \cdot (1 + \rho c_f^3) - 3c_f \cdot (1 - c_f)^2 \delta_m^2},$$

$$\gamma = \frac{G_f}{G_m}, \quad \delta_f = \frac{1}{3 - 4v_f}, \quad \delta_m = \frac{1}{3 - 4v_m}, \quad \eta = \frac{\gamma + \delta_m}{\gamma - 1}, \quad \rho = \frac{\delta_m - \gamma \delta_f}{1 + \gamma \delta_f},$$

$$E = \frac{4 \cdot K \cdot G}{K + G \left[1 + \frac{4 \cdot K \cdot (v')^2}{E'} \right]}, \quad G = G_m \frac{(1 - c_f) G_m + (1 + c_f) G_f}{(1 + c_f) G_m + (1 - c_f) G_f}.$$

Підхід Д.С. Аболіньша [18, 25]. Аболіньш доповнив передумови моделі Кільчинського-Хашіна-Розена двома додатковими передумовами, в результаті отримавши залежності

$$E' = E_f c_f + E_m (1 - c_f), \quad v' = v_f c_f + v_m (1 - c_f), \quad G' = \frac{G_f / G_m}{c_f + \frac{G_f}{G_m} (1 - c_f)} \cdot G_m, \quad (7)$$

$$E = \frac{E_f}{E_m} E' \left(\left(c_f + \frac{E_f}{E_m} (1 - c_f) \right) \left(\frac{E_f}{E_m} c_f + (1 - c_f) \right) - c_f (1 - c_f) \left(\frac{E_f}{E_m} v_m - v_f \right)^2 \right),$$

$$G = G_m \frac{(1 - c_f) G_m + (1 + c_f) G_f}{(1 + c_f) G_m + (1 - c_f) G_f}.$$

Модель Г.А. Ваніна [5, 9, 17, 23]. Для визначення ефективних механічних характеристик односпрямованих композитів Ванін застосував теорію еліптичних функцій Вейерштрасса і спеціальні мероморфні функції. Г.М. Савін, Л.А. Фільштинський та інші також використовували двоперіодичні функції для дослідження волокнистих КМ.

$$E = E_f c_f + E_m (1 - c_f) + \frac{8 c_f (1 - c_f) (v_f - v_m)^2 G_m}{2 - c_f + c_f (3 - 4 v_m) + (1 - c_f) (2 - 4 v_f) g},$$

$$v' = v_m - \frac{(\chi_m + 1) (v_m - v_f) c_f}{2 - c_f + \chi_m c_f + (1 - c_f) (\chi_f - 1) g}, \quad (8)$$

$$G' = \frac{\chi_m + c_f + (1 - c_f) g}{(1 - c_f) \chi_m + (1 + c_f) \chi_m} G_m,$$

$$\frac{1}{E} = \frac{(v')^2}{E'} + \frac{1}{4 G_m} \left\{ \frac{\chi_m + g}{\chi_m + 4 c_f \cdot (1 - v_m) + [1 - 4 c_f \cdot (1 - v_m)] g} + \frac{(1 - c_f) \cdot (1 - 2 \cdot v_m) + (1 - 2 \cdot v_f) \cdot g}{[1 + c_f \cdot (1 - 2 \cdot v_m)] + (1 - 2 \cdot v_f) \cdot (1 - c_f) \cdot g} \right\},$$

$$G = G_m \frac{(1 - c_f) G_m + (1 + c_f) G_f}{(1 + c_f) G_m + (1 - c_f) G_f}.$$

Аналізу та порівнянню мікромеханічних методик прогнозування ефективних фізико-механічних характеристик односпрямованого КМ

присвячено низку робіт [5, 18, 26, 27 та ін.]. Проведені розрахунки дають підставу зробити висновки, що для оціночних розрахунків можна застосовувати модель Рейсса–Фойгта (4). Поздовжні пружні характеристики, що розраховані різними методами, як правило, характеризуються незначними відхиленнями значень, на відміну від поперечних, де різниця може бути великою. У роботі [5], аналізуючи похибки при використанні кожної з моделей, відмічено, що модель Ваніна (8) показує кращу кореляцію розрахункових і експериментальних даних. Однак, наявність великої кількості моделей КМ та значний розкид експериментальних даних ускладнює вибір тієї чи іншої з них, яку б загалом можна було вважати найкращою.

У табл. на прикладі полімерного вуглепластика наведено чисельне порівняння між собою ефективних характеристик односпрямованого волокнистого КМ, що обчислені за розглянутими методиками для різного вмісту волокон $c_f=0.35, 0.55, 0.78$. Вихідні дані [5]: епоксидна матриця ЭД-20 $E_m=3,5 \text{ ГПа}$, $\nu_m=0.32$; вуглецеві волокна ЛУ-3 $E_f=250 \text{ ГПа}$, $\nu_f=0.3$. Оціночні порівняння отриманих ефективних характеристик виконані з відповідними розрахунками за моделлю (4). При $c_f=0.55$ спостерігається задовільна для даного матеріалу відповідність розрахункових і експериментально визначених ефективних характеристик.

Таблиця

Ефектив. сталі	c_f	Експерим. дані [5]	(4) «Р–Ф»	(5) «Х»	(6) «К–Ч–Р»	(7) «А»	(8) «В»
1	2	3	4	5	6	7	8
$E', \text{ ГПа}$	0.35	–	89,775	89,776 (0,001%)	89,775 (0%)	89,775 (0%)	89,775 (0%)
	0.55	154,1±7,3 (-11±-16%)	139,08	139,08 (0%)	139,08 (0%)	139,08 (0%)	139,08 (0%)
	0.78	–	195,77	195,77 (0%)	195,77 (0%)	195,77 (0%)	195,77 (0%)
1	2	3	4	5	6	7	8
ν'	0.35	–	0,313	0,312 (-0,32%)	0,311 (-0,64%)	0,312 (-0,32%)	0,312 (-0,32%)
	0.55	0,310±0,03 (0,32±1,29%)	0,309	0,308 (-0,32%)	0,307 (-0,65%)	0,307 (-0,65%)	0,307 (-0,65%)
	0.78	–	0,304	0,303 (-0,33%)	0,303 (-0,33%)	0,303 (-0,33%)	0,303 (-0,33%)
$G', \text{ ГПа}$	0.35	–	2,025	2,811 (38,81%)	2,695 (33,09%)	2,695 (33,09%)	2,695 (33,09%)
	0.55	4,4±0,3 (51,9±62,2%)	2,897	4,649 (60,48%)	4,377 (51,09%)	4,377 (51,09%)	4,377 (51,09%)
	0.78	–	5,745	10,895 (89,64%)	9,666 (68,3%)	9,666 (68,3%)	9,666 (68,3%)

1	2	3	4	5	6	7	8
$E, ГПа$	0.35	–	5,344	7,552 (41,32%)	7,324 (37,05%)	5,915 (10,68%)	6,129 (14,69%)
	0.55	9,2±0,2 (20,3±22,9%)	7,647	11,584 (51,48%)	12,103 (58,27%)	8,468 (10,74%)	7,762 (1,50%)
	0.78	–	15,157	24,18 (59,53%)	26,707 (76,20%)	16,741 (10,45%)	10,149 (-33,0%)
$G, ГПа$	0.35	–	2,417	–	2,749 (13,74%)	2,025 (-16,22%)	2,417 (0%)
	0.55	–	3,768	–	4,741 (25,82%)	2,897 (-23,12%)	3,768 (0%)
	0.78	–	8,080	–	10,851 (34,29%)	5,745 (-28,90%)	8,080 (0%)

Видно, що поздовжні пружні сталі, розраховані різними методами, мають незначні відхилення значень у межах 0,001-0,65%. Для поперечних різниця може досягати 10,45-76,20%.

Результати розрахунку та аналіз розв'язків. Застосування в розробленій методиці [19, 20] методів прогнозування ефективних пружних характеристик (мікромеханічних методик) вимагає проведення спеціальних досліджень по обґрунтуванню достовірності та точності отримуваних розв'язків. У роботі виконано порівняльний аналіз результатів розрахунку неоднорідних пластин за моментною схемою скінченних елементів (МССЕ) та з використанням програмного комплексу (ПК) NASTRAN [28, 29].

Наведено результати численних досліджень збіжності та точності розв'язків лінійних задач статички згину тонких композитних пластинок. Розглянуто одно-, дво-, три- та чотиришарові пластинки, що виготовлені з волокнистого односпрямованого КМ з перехресною схемою армування. Шари багат шарової пластинки однакової товщини. Квадратні, жорстко затиснуті по контуру пластинки, навантажені рівномірним нормальним тиском інтенсивністю q . За розрахунковий фрагмент прийнято чверть пластини (рис. 4), вісь $x^{1'}$ направлена за товщиною. Взяті такі вихідні дані: $a = 2 \text{ см}$, $h = 0.01 \text{ см}$, $q = 1 \text{ кг/см}^2$; матеріал – полімерний

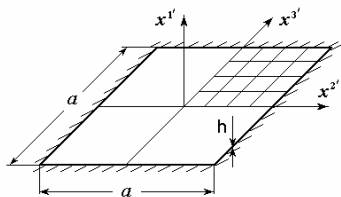


Рис. 4

вуглепластик з описаними вище мікромеханічними характеристиками.

Розв'язки за МССЕ і ПК NASTRAN швидко збігаються. Дослідження їхньої збіжності показало практичний збіг результатів для сіток 8×8 СЕ та 12×12 СЕ. За розрахункову для чверті пластини прийнято сітку 8×8 СЕ. Для

розв'язування задач визначення НДС тонких пластин в ПК NASTRAN [28, 29] застосовуються плоскі чотири-вузлові CE Plate, які можуть мати різну товщину та багатошарові CE Laminate, які подібні до Plate, але складаються з декількох шарів.

1. *Одношарова композитна пластинка*, для якої волокна направлені вздовж осі x^2 . Порівняння результатів розрахунку за MCCE і NASTRAN для форм деформування (рис. 5) та напружень (рис. 6) виконано вздовж середніх діагоналей пластини (вздовж осі x^2 та осі x^3). Напруження σ^{22} на рисунках приведені в центрі відповідних CE. Для кожної з чотирьох мікромеханічних моделей прогнозування пружних характеристик порівнювались розв'язки для трьох значень коефіцієнту $c_f = 0.35, 0.55, 0.78$. Отримано повний збіг розв'язків, що підтверджує достовірність і точність розрахунків за MCCE.

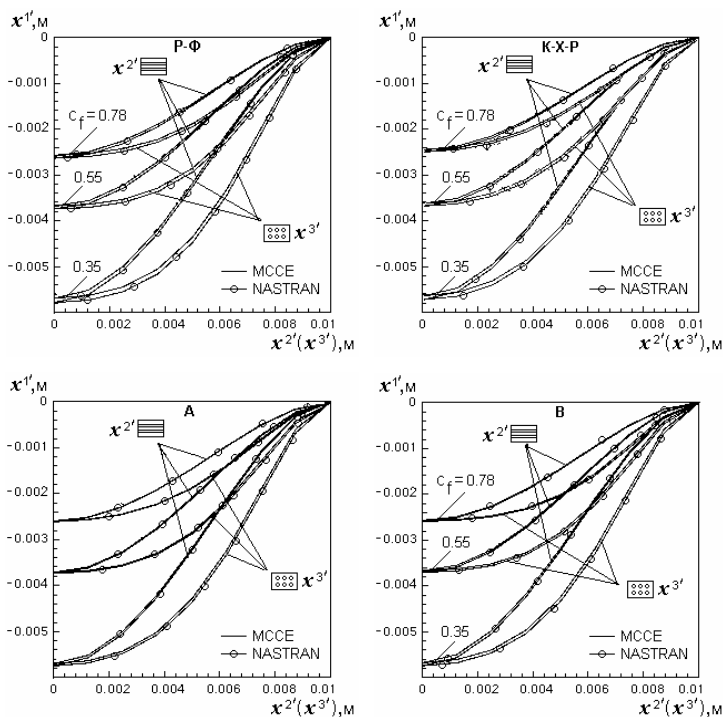


Рис. 5. Порівняння форм деформування одношарової пластинки вздовж напрямку волокон (x^2) та в поперечному напрямку (x^3) для чотирьох мікромеханічних моделей прогнозування

Оцінка впливу на напружено-деформований стан (НДС) пластинки використання різних мікроеханічних моделей виконана за МССЕ для трьох значень коефіцієнта відносного об'ємного вмісту волокон c_f (рис. 7, 8). Можна констатувати, що при низькій $c_f=0.35$ та середній $c_f=0.55$ концентрації волокон використання типу моделі (4), (6)-(8) практично не впливає на розв'язки. При високій частці волокон $c_f=0.78$ спостерігається незначна розбіжність розв'язків, найбільше це проявляється для моделі Кільчинського-Хашіна-Розена. Незначний вплив використовуваних моделей КМ на НДС одношарової пластинки можна мабуть пояснити однорідною за товщиною структурою матеріалу. Розбіг розв'язків вздовж осі $x^{3'}$ пояснюється наявністю великої різниці у визначенні величин поперечних ефективних характеристик.

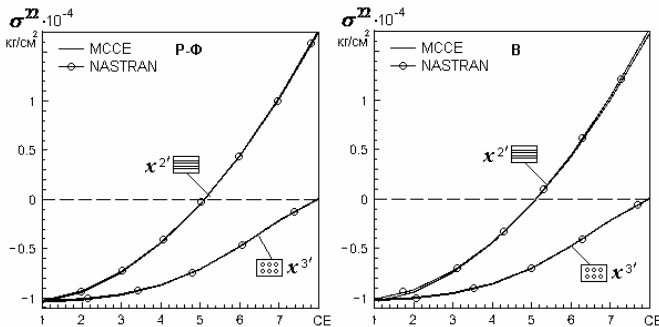


Рис. 6. Порівняння розподілу напружень σ^{22} в одношаровій пластинці вздовж напрямку волокон ($x^{2'}$) та в поперечному напрямку ($x^{3'}$)

Оцінка впливу на напружено-деформований стан (НДС) пластинки використання різних мікроеханічних моделей виконана за МССЕ для трьох значень коефіцієнта відносного об'ємного вмісту волокон c_f (рис. 7, 8). Можна констатувати, що при низькій $c_f=0.35$ та середній $c_f=0.55$ концентрації волокон використання типу моделі (4), (6)-(8) практично не впливає на розв'язки. При високій частці волокон $c_f=0.78$ спостерігається незначна розбіжність розв'язків, найбільше це проявляється для моделі Кільчинського-Хашіна-Розена. Незначний вплив використовуваних моделей КМ на НДС одношарової пластинки можна мабуть пояснити однорідною за товщиною структурою матеріалу. Розбіг

розв'язків вздовж осі x^3 пояснюється наявністю великої різниці у визначенні величин поперечних ефективних характеристик.

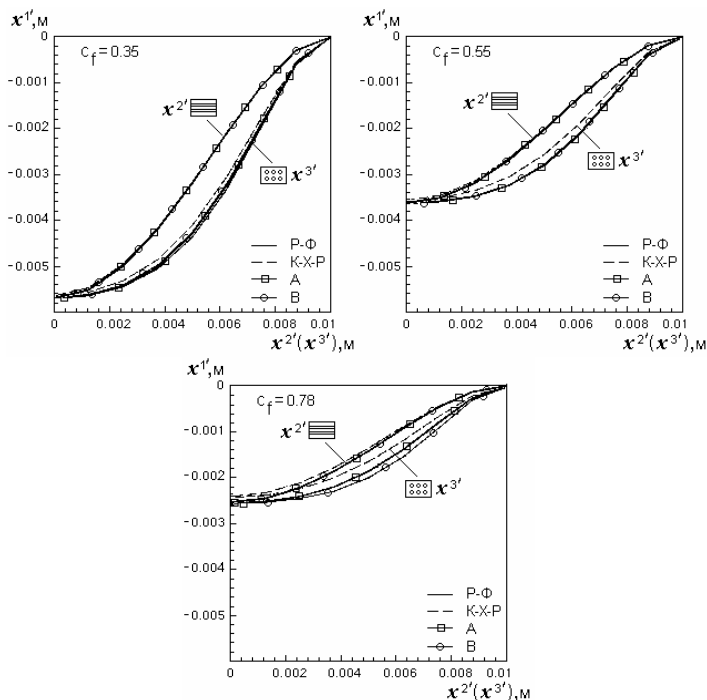


Рис. 7. Форми деформування одношарової пластинки для різного вмісту волокон при використанні чотирьох мікромеханічних методик прогнозування пружних сталей

2. *Двошарова композитна пластинка*, для якої волокна в шарах направлені перехресно: у першому шарі армування є вздовж осі x^2 , у другому – вздовж осі x^3 . Дослідження проведені при $c_f=0.55$.

Порівняння результатів розрахунку за MCCE і NASTRAN показало їх повний збіг. Характер збігу розв'язків такий самий, як для одношарової пластинки (рис. 5, 6).

На рис. 9 наведені результати розрахунків за MCCE, які дозволили проаналізувати вплив використання різних методик прогнозування ефективних сталей на форму деформування двошарової пластинки. Як і очікувалось, оскільки напрямки армування в шарах рівноправні, тому деформування за осями x^2 та x^3 у всіх випадках є однаковим. Використання моделі Кільчинського-Хашіна-Розена підвищує жорсткість

пластинки, а використання моделі Рейсса–Фойгта зменшує її жорсткість. Моделі Аболінша та Ваніна є проміжними. Відчутний вплив на НДС двошарової пластинки від використання моделі КМ можна мабуть пояснити значними відхиленнями для них величин поперечних ефективних фізико-механічних характеристик, що проявилось при істотній неоднорідності матеріалу за товщиною пластинки.

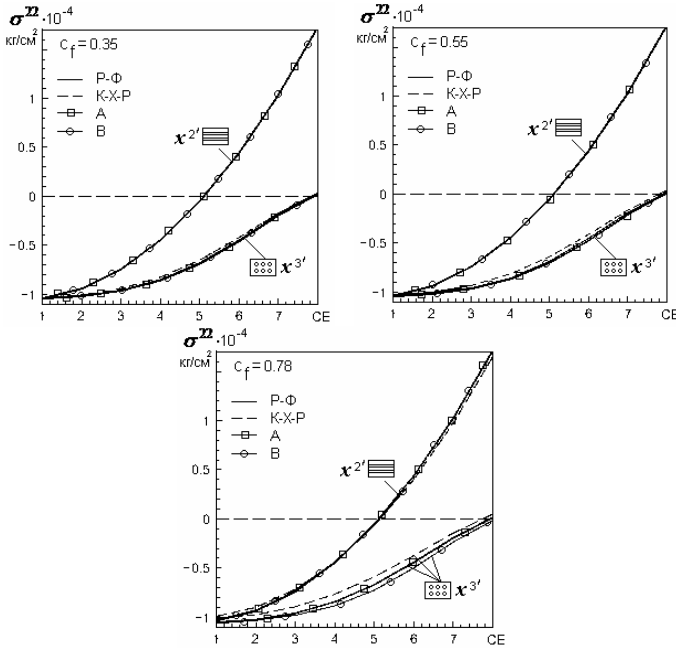


Рис. 8. Розподілу напружень σ^{22} в одношаровій пластинці для різного вмісту волокон при використанні чотирьох мікромеханічних методик прогнозування пружних сталей

3. *Тришарова композитна пластина*, для якої волокна в шарах направлені перехресно: у першому та третьому шарі – вздовж осі x^2 , у другому – вздовж осі x^3 . Дослідження проведені при $c_f=0.55$. Маємо повний збіг розв’язків отриманих за MCCE і NASTRAN.

Для тришарової пластинки використання методик прогнозування ефективних характеристик практично не впливає на розв’язки – форми деформування збігаються (рис. 10). Як у випадку одношарової пластинки, для моделі Кільчинського-Хашіна-Розена спостерігається незначне

відхилення форми деформування в поперечному напрямку від форми, що отримана при використанні інших моделей.

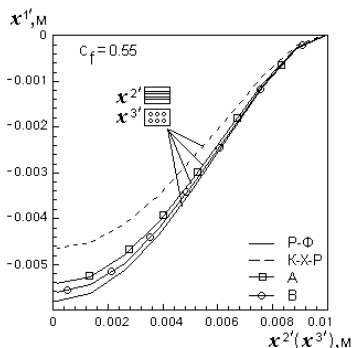


Рис. 9. Форми деформування двохшарової пластинки

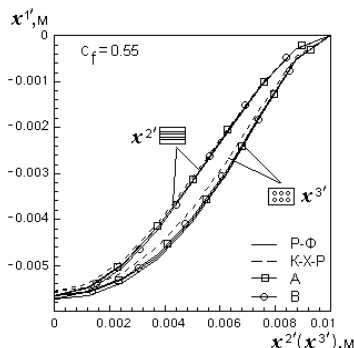


Рис. 10. Форми деформування тришарової пластинки

4. Чотиришарова композитна пластинка, для якої волокна в шарах направлені перехресно: у першому та третьому шарах – вздовж осі x^2 , у другому та четвертому – вздовж осі x^3 . Дослідження проведені при $c_f=0.55$. Маємо повний збіг розв'язків отриманих за MCCE і NASTRAN.

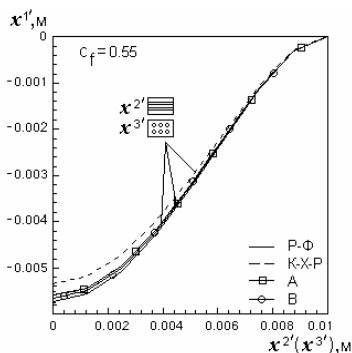


Рис.11. Форми деформування чотиришарової пластинки

Зіставлення форм деформування (рис. 11), що отримані при використанні різних мікромеханічних методик прогнозування ефективних характеристик КМ, дало практично повний збіг форм, за винятком моделі Кільчинського-Хашіна-Розена, яка для всіх розглянутих багатшарових пластинок підвищує їхню жорсткість.

Висновки

Розроблену в [19, 20] методику поширено на задачі дослідження тонких неоднорідних оболонок, шари яких виконані з композитного матеріалу волокнистої структури. У рамках створеної моделі багатшаровий скінченний елемент можна використовувати як СЕ, що дозволяє моделювати матеріал оболонки різними типами традиційних і композитних матеріалів шарів. Визначення ефективних характеристик

реалізується за структурними параметрами компонентів матеріалу на основі відомих мікромеханічних моделей прогнозування фізико-механічних сталей.

Наведено результати численних досліджень збіжності та точності розв'язків лінійних задач статички згину тонких одно-, дво-, три- та чотиришарових композитних пластинок. Наступним етапом роботи є розв'язання задач нелінійного деформування та стійкості неоднорідних пружних оболонок з композитного матеріалу.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Добриденко О.М., Скляр О.І., Турчин В.М., Беліньська Р.Б. Аналіз існуючих композитних матеріалів та оцінка їх застосування у конструкціях планерів літальних апаратів військової авіації України // Зб. наук. праць Державного науково-дослідного інституту авіації, 2012. – Вип. №15. – С. 147-152.
2. Бондарь В.Г., Бычков С.А., Король В.Н. Решение проблемы создания авиаконструкций из полимерных композиционных материалов на АНТК "Антонов" // Авиационно-космическая техника и технология: научно-техн. журнал. Вип. 8(43). Нац. аэрокосмич. ун-т им. Н.Е. Жуковского "ХАИ". – Харьков: ХАИ, 2003. – С. 5-13.
3. Гайдачук А.В. Предпосылки для полного цикла производства углерод-углеродных композиционных материалов в Украине / А.В. Гайдачук, А.В. Чесноков, И.В. Гурин, А.М. Потапов // Авиационно-космическая техника и технология, 2013. – № 2 (99). – С. 4-13.
4. ЗАО "ХК Композит" [Електронний ресурс]. – Режим доступу: <http://www.compozit.su>. – 5.12.2012.
5. Кучер М.К. Оцінка мікромеханічних моделей прогнозування ефективних констант пружності волокнистих композитів / М.М. Заразовский, Кучер М.К. // Вісник Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут». Серія Машинобудування. – 2010. – №58. – С.24 – 29.
6. Углеродные волокна и углекомпозиты: Пер. с англ. / Под ред. Э.Фитцера. – М.: Мир, 1988. – 336 с.
7. Мелешко А.И., Половников С.П. Углерод. Углеродные волокна. Углеродные композиты. – М.: Сайнс-пресс, 2007. – 192 с.
8. Алфутов Н.А., Зиновьев П.А., Попов Б.Г. Расчет многослойных пластин и оболочек из композиционных материалов. - М.: Машиностроение, 1984. - 264 с.
9. Болотин В.В., Новичков Ю.И. Механика многослойных конструкций. – М.: Машиностроение, 1980. – 375 с.
10. Андреев А.Н., Немировский Ю.В. Многослойные анизотропные оболочки и пластины. Изгиб, устойчивость, колебания. – Новосибирск: Наука, 2001. – 288 с.
11. Нарусберг В.Л., Тетерс Г.А. Устойчивость и оптимизация оболочек из композитов. – Рига: Зинатне, 1988. – 299 с.
12. Композиционные материалы. В 8-ми т. / Т. 3. Применение композиционных материалов в технике / Под ред. Б. Нотона. – М.: Мир, 1978. – 511 с.
13. Кондратенко А.Н. Полимерные композиционные материалы в изделиях зарубежной ракетно-космической техники (Обзор) / А.Н. Кондратенко, Т.А. Голубкова // Конструкции из композиционных материалов. – 2009. – № 2. – С. 24-35.
14. Композитные материалы: Справочник / Васильев В.В., Протасов В.Д., Болотин В.В. и др.; Под общей ред. В.В. Васильева, Ю.М. Тарнапольского. – М.: Машиностроение, 1990. – 512 с.

15. Новые материалы / Колл. авторов. Под научной редакцией Ю.С. Карбасова. – М.: МИСИС, 2002. – 736 с.
16. Юскаев В.Б. Композиційні матеріали: Навчальний посібник. – Суми: Видавництво СумДУ, 2006. – 199 с.
17. Ванин Г.А. Микромеханика композиционных материалов. – К.: Наукова думка, 1971 – 304 с.
18. Гоменюк С.И. Применение различных теорий определения упругих характеристик композиционного материала при расчете конструкций / С.И. Гоменюк, С.Н. Гребенюк, В.Е. Олышанецкий, А.С. Лавренко // Вестн. двигателестроения. - 2009. - № 2. - С. 139-142.
19. Баженов В.А., Кривенко О.П., Соловей М.О. Нелінійне деформування та стійкість пружних оболонок неоднорідної структури. – К.: ЗАТ «Віпол», 2010. – 316 с.
20. Баженов В.А., Кривенко О.П., Соловей Н.А. Нелинейное деформирование и устойчивость упругих оболочек неоднородной структуры: Модели, методы, алгоритмы, малоизученные и новые задачи. – М.: Книжный дом «ЛИБРИКОМ», 2013. – 336 с.
21. Соловей М.О., Кривенко О.П., Мищенко О.О., Калашиников О.Б. Врахування характеристик композитного матеріалу в скінченноелементній моделі неоднорідної оболонки // Опір матеріалів і теорія споруд. – К.: КНУБА, 2012. – Вип. 89. – С. 172-180.
22. Кристенсен Р. Введение в механику композитов. – М.: Мир. – 1982. – 334 с.
23. Композиционные материалы. В 8-ми т./Под ред. Л.Браутмана и Р.Крока./Т. 2. Механика композиционных материалов / Под ред. Дж.Сендеcki. – М.: Мир, 1978. – 568 с.
24. Кильчинский А.А. Об одной модели для определения термоупругих характеристик материалов, армированных волокнами // Прикл. механика, 1965. – Т.12, №1 – С. 65-75.
25. Аболиньш Д.С. Тензор податливости однонаправлено армированного упругого материала / Д.С.Аболиньш // Механика полимеров, 1965. – №4. – С. 52-59.
26. Композиционные материалы: Справочник / Под ред. Д.М. Карпиноса, АН УССР. Ин-т проблем материаловедения. – К: Наукова думка, 1985. – 592 с.
27. Яковенко О.О. Аналіз окремих методів визначення ефективних характеристик композиційних матеріалів // Вісн. Полтав. держ. аграр. акад., 2006. – № 4. – С. 96-99.
28. Рычков С.П. MSC.visualNASTRAN для Windows – М.:ИТ Пресс, 2004. – 552 с.
29. Шимкович Д.Г. Расчет конструкций в MSC/NASTRAN for Windows – М.:ДМК Пресс, 2003. – 448 с.

REFERENCES

1. Dobrydenko A.M., Sklar A.I., Turchin V.M., Belinsky R.B. Analysis of existing composite materials and evaluation of their use in the construction of glider aircraft air force Ukraine // Coll. sciences. papers of the State Research Institute of Aviation, 2012. - Vol. Number 15. - P. 147-152.
2. Bondar V.G., Bychkov S.A., Korol V.N. Solving the problem of creating aviakonstruktsy polymer composites ASTC "Antonov" // Aerospace and Technology Scientific and Technical . magazine. Vip . 8 (43). Nat. Aerospace. Univ. NE Zhukovsky" HAI". - Kharkov: HAI, 2003. - P.5-13.
3. Gaydachuk A.V. Prerequisites for the complete cycle of production of carbon-carbon composite materials in Ukraine / A.V. Gaydachuk, A.V. Chesnokov, I.V. Gurin, A.M. Potapov // Aerospace Engineering and Technology, 2013. - № 2 (99). - P. 4-13.
4. JSC "Holding Composite" [electronic resource]. - Mode of access : <http://www.compozit.su>. - 05.12.2012.
5. Kucher M.K. Evaluation of micromechanical models predict effective elastic constants of fiber composites / M.M. Zarazovsky, N.K. Kucher // Proceedings of the National Technical University of Ukraine "Kyiv Polytechnic Institute". Line Engineering. - 2010. - № 58. - P.24 - 29.

6. Carbon fiber and uglekompozity: Per. from English. / Ed. E.Fittsera. - New York: Wiley, 1988. - 336.
7. *Myaleshka A.I., Polovnikov S.P.* Carbon. Carbon fiber. Carbon composites. - M. Sainz Press, 2007. - 192.
8. *Alfutov N.A., Zinoviev P.A., Popov B.G.* Sheet of laminated plates and shells made of composite materials. - M.: Mechanical Engineering, 1984. - 264.
9. *Bolotin V.V., Beginners Y.I.* Mechanics of multilayer structures . - M.: Mechanical Engineering, 1980. - 375.
10. *Andreev A.N., Nemirovsky Y.V.* Multilayered anisotropic shells and plates: Bending, stability, oscillation. - Novosibirsk: Nauka, 2001. - 288.
11. *Narusberg V.L., Teters G.A.* Stability and optimization of composite membranes. - Riga Zinatne, 1988. - 299 p.
12. Composites. In 8-t / T.3. Use of composite materials in engineering / Ed. B. Naughton. - New York: Wiley, 1978. - 511.
13. *Kondratenko A.N.* Polymer composite materials in products overseas rocket and space technology (Review) / A.N. Kondratenko, T.A. Golubkova // composite structures. - 2009. - № 2. - P. 24-35.
14. Composite Materials Handbook / V.V. Vasiliev, V.D. Protasov, V.V. Bolotin etc.; Under the general editorship. V.V. Vasiliev, Y.M. Tarnapolskogo. - M.: Mechanical Engineering, 1990. - 512 p.
15. New materials / Coll. authors. Under the editorship of Y.S. Karabasova. - M.: MISA, 2002. - 736 p.
16. *Yuskayev V.B.* Composite materials: Textbook. – Amounts: SSU Publishing, 2006. - 199 p.
17. *Vanin G.A.* Micromechanics of composite materials. – Kiev: Naukova Dumka, 1971 - 304 p.
18. *Homenyuk S.I.* Application of various theories of elastic characteristics of the composite material in the calculation of structures / S.I. Homenyuk, S.N. Grebenuk, V.E. Olshanetsky, A.S. Lavrenko // Vestn. engine. - 2009. - № 2. - P. 139-142.
19. *Bazhenov V. A., Krivenko O. P., Solovei N. A.* Nonlinear Deformation and Buckling of Elastic Shells with Inhomogeneous Structure [in Ukraine] – ZAT «Vipol», (Kyiv), 2010. – 316 p.
20. *Bazhenov V. A., Krivenko O. P., Solovei N. A.* Nonlinear Deformation and Buckling of Elastic Shells with Inhomogeneous Structure: Models, Methods, Algorithms, Poorly Studied and New Problems [in Russian]. – Book House "LIBRIKOM" (Moscow), 2013. – 336 p.
21. *Solovei N. A., Krivenko O. P., Mishchenko O.A., Kalashnikov A.B.* Taking into account the characteristics of the composite material in skinchennoelementnyi model heterogeneous membrane // Strength of materials and theory of structures. - K.: KNUBA, 2012. - Vol. 89 - P. 172-180.
22. *R. Christensen,* Mechanics of Composite Materials. - New York: Wiley. - 1982. - 334.
23. Composites. In 8-t / Ed. L. Brautmana and R. Kroka. / T. 2. Mechanics of Composite Materials / Ed. Dzh. Sendetski. - New York: Wiley, 1978. – 568.
24. *Kilchinsky A.A.* On a model for determining the thermoelastic properties of materials reinforced with fibers // J. Appl. Mechanics, 1965. - v.12, № 1 - P. 65-75.
25. *Abolinh D.S.* Compliance tensor unidirectionally reinforced elastic material / D.S. Abolinh // Mechanics of Polymers, 1965. - № 4. - P. 52-59.
26. Composite Materials Handbook / Ed. D.M. Karpinos, Ukrainian Academy of Sciences. Inst of Materials. - By : Naukova Dumka, 1985. - 592 p.
27. *Yakovenko O.O.* Analysis of some methods for determining the effective characteristics of composite materials // Bulletin. Poltava. state. agrarian. Acad., 2006. - № 4. – P. 96-99.
28. *Rychkov S.P.* MSC.visual NASTRAN for Windows – M.: NT Press, 2004. – 552 p.
29. *Shimkovich D.G.* Calculation konstruktisyy in MSC / NASTRAN for Windows - M.: DMK Press, 2003. - 448.

Стаття надійшла до редакції 09.12.2013 р.

Соловей Н.А., Кривенко О.П., Мищенко О.А.

**ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЭФФЕКТИВНЫХ ФИЗИКО-МЕХАНИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК
ОДНОНАПРАВЛЕННОГО ВОЛОКНИСТОГО КОМПОЗИТНОГО МАТЕРИАЛА**

Рассмотрены известные методики прогнозирования упругих постоянных для модели композитного материала, армированного однонаправленными волокнами, по микромеханическим параметрам его составляющих. Предложена методика учета полученных эффективных характеристик для этого типа композитного материала в слоях разработанного многослойного конечного элемента тонкой неоднородной оболочки.

Ключевые слова: тонкая упругая оболочка, многослойный конечный элемент, композитный материал, микромеханические параметры.

Solovei N.A., Krivenko O.P., Mishchenko O.A.

**DETERMINATION OF THE EFFECTIVE PHYSICOMECHANICAL
CHARACTERISTICS OF UNIDIRECTIONAL FIBER COMPOSITE MATERIAL**

The known technique of forecasting the elastic constants for the model composite material reinforced with unidirectional fibers by micromechanical parameters of its components is considered. The method of effective characteristics accounting for this type of composite material in layers of the developed the multilayer finite element of an inhomogeneous thin shell is proposed.

Key words: thin elastic shell, multilayer finite element, composite material, micromechanical parameters.