

УДК 539.3

КОМПЮТЕРНЕ МОДЕЛЮВАННЯ СТІЙКОСТІ КОЛИВАНЬ КРУЖЛЯННЯ КОЛОН ГЛИБОКОГО БУРІННЯ

В.І. Гуляєв¹

д-р техн. наук

В.В. Гайдайчук²

д-р техн. наук

Л.В. Шевчук¹

асистент

¹*Національний транспортний університет, вул Суворова 1, м. Київ. 01010*²*Київський національний університет будівництва і архітектури,**Повітрофлотський просп., 31, м. Київ. 03680*

У статті на основі неголономних і фрикційних моделей контактної взаємодії розглядається задача про стійкість коливань кружляння долота бурильної колони, яка попередньо напружена поздовжньою силою і обертається під дією прикладеного до долота моменту сил різання.

Виконано комп'ютерне моделювання самозбудження коливань кружляння на простих фрикційних і кінематичних схемах з простими геометричними тілами. Отримані результати дозволили встановити найбільш важливі фактори, що впливають на характер протікання розглянутих коливальних процесів.

Ключові слова: бурильна колона, долото, коливання кружляння, кінематична модель, стійкість.

1. Вступ. За запасами паливно-енергетичних покладів Україна належить до відносно забезпечених ресурсами країн світу. За весь період буріння було розвідано понад 314 родовищ нафти та газу, серед яких 57 класифікують як середні, великі та унікальні за своїми запасами.

Для збільшення об'ємів видобування нафти і газу в Україні необхідне відкриття нових великих і значних за запасами (більше 30 млн.т.) родовищ. Це, в основному, великі і глибокі (глибше 6 км) та нові слабо освоєні території: глибоководний шельф Чорного моря, окраїнні зони ДДЗ (Дніпровсько-Донецької западини), перехідні зони від суші до моря. Крім того необхідно відмітити, що в теперішній час більшість нафтових та газових родовищ, які перебувають в експлуатації, вже вичерпали свої запаси, що призводить до спаду обсягів видобутку. Умови видобутку вуглеводневих палив з родовищ, що на даний час вже введено в розробку, постійно ускладнюються через низку чинників. Однак, оскільки потенціал цих родовищ ще не повністю використаний, тому для стабілізації видобутку нафти та газу потрібна модернізація наявних нафтовидобувних установок.

В зв'язку з тим, що проходка глибоких і криволінійних свердловин пов'язана з ускладненням умов їх буріння, досить часто їх буріння супроводжується нештатними ситуаціями і аваріями. Тому практичне впровадження нових методів буріння глибоких свердловин вимагає відповідного математичного моделювання для проектування їх траєкторій і використання сучасних техніки та технології для їх проходки. При цьому найбільший інтерес представляють питання визначення зовнішніх і внутрішніх сил, а також крутних моментів, що діють на бурильну колону в свердловині у процесах її спуску, підйому й функціонування.

Серед задач розвитку технологій глибокого буріння питання створення комп'ютерного забезпечення для їх моделювання набули найбільш гостру актуальність також у зв'язку з початком у третьому тисячолітті видобутку сланцевого газу.

Сланцевий газ – це природний газ, що видобувається з горючих сланців, який складається переважно з метану. Масштабне промислове виробництво сланцевого газу було розпочато в США на початку 2000-х років компанією Devon Energy на родовищі Barnett Shale, яка на цьому родовищі в 2002 р. вперше пробурила горизонтальну свердловину. Завдяки різкому зростанню його видобутку, названому в засобах масової інформації «газовою революцією», в 2009 році США стали світовим лідером видобутку цього виду палива (745,3 млрд куб. м).

Великі поклади сланцевого газу виявлені також в ряді держав Європи, зокрема, в Австрії, Англії, Угорщині, Німеччині, Польщі, Швеції, Україні. У 2010 році Україна видала ліцензії на розвідку сланцевого газу для компаній Exxon Mobil і Shell.

Оскільки бурильна колона представляє собою дуже гнучку конструкцію, в процесі буріння вона знаходиться в режимі складного динамічного руху. Він включає поздовжні, крутильні і поперечні коливання, які, як правило, виявляються суттєво нелінійними із-за контактної взаємодії бурильної колони зі стінкою свердловини.

Так, на рис. 1,а показано осьове биття низу бурильної колони. Рисунок 1,б відображає випадок, коли бурильна колона здійснює плоске згинальне коливання і б'ється об стінку свердловини. В результаті фрикційної контактної взаємодії долота, що обертається, з породою БК може переходити в режим торсійних автоколивань (рис. 1,в). Один із самих складних видів коливань виникає при згинальних коливаннях бурильної колони, що супроводжується безвідривним контактом долота і породи. В результаті цієї взаємодії долото перекочується по поверхні дна і стінки, приходячи в режим так званого *whirl vibration* (коливань «кружляння»), рухаючись в напрямі обертання колони (пряме кружляння, «forward whirl») або протилежному напрямі (обернене кружляння, «backward whirl»).

Ці коливання є однією із основних причин передчасного руйнування елементів бурильної колони. Вони знижують ефективність буріння, пошкоджують стінку свердловини, визивають труднощі в управлінні траєкторією свердловини.

В зв'язку з цим добування вуглеводневих палив виявляється пов'язаним із значними технологічними труднощами проходки глибоких свердловин та високим показником аварійності бурильного виробництва. Причини виникнення аварій при буріння пов'язані з можливістю появи нештатних ситуацій, викликаних критичними станами квазістатичної рівноваги і коливань бурильних колон (БК).

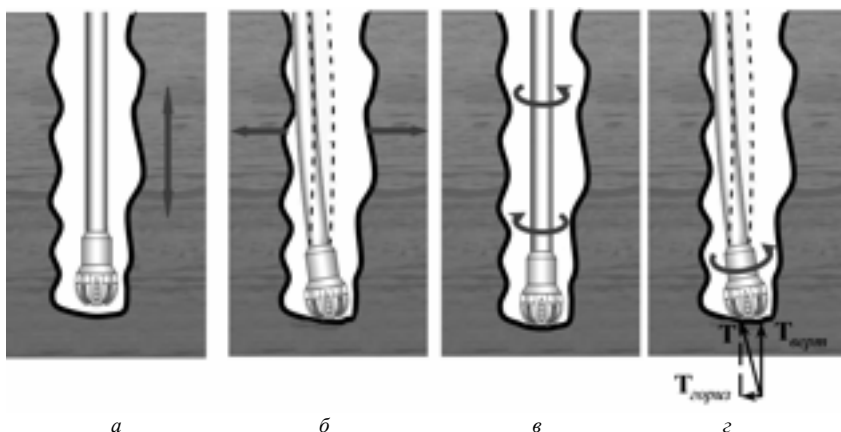


Рис. 1. Форми коливань нижньої частини конструкції бурильної колони: *а* – осьове биття долота; *б* – поперечне биття колони; *в* – крутильні автоколивання долота і колони; *г* – кружляння низу колони (whirling motion)

Явища, які лежать в основі процесу пружних згинальних коливань нижньої частини бурильної колони, що обертається, мають суттєві відмінності від ефектів, які виявлені в теорії обертання пружних валів з роторами. Ці відмінності викликані наявністю постійної відривної і безвідривної контактної взаємодії долота з дном свердловини і її стінкою. Тому задачі теоретичного прогнозування динамічної поведінки БК в процесі буріння є досить актуальними.

Теоретичне моделювання сил опору й динамічних явищ, що супроводжують буріння свердловини, дозволяє вирішувати такі фундаментальні завдання як отримання стовбура необхідної форми й зниження поздовжніх і поперечних коливань колони, а також зменшення сил контактної й фрикційної взаємодії між колоною й стінкою свердловини.

Різні наукові і технічні аспекти проектування конструкцій бурильних установок, технологічних режимів буріння в наземних умовах і в морських акваторіях, а також результати аналізу механічних ефектів, які супроводжують процеси буріння, відображені в різних публікаціях. В роботах [1, 3, 7, 9, 11] виконані дослідження процесів переміщення (спуску, підйому, функціонування) БК в криволінійних свердловинах, дана методика обчислення сил опору руху БК, запропонований спосіб їх зменшення. В статті [8] описана постановка задачі про стійкість БК, праці [2, 4, 6, 10] присвячені проблемі крутильних і згинальних коливань БК, роботи [5, 12, 13, 15] пов'язані з моделюванням коливань системи в результаті кружляння долота по дну свердловини.

Дана стаття присвячена аналізу явищ, які пов'язані з останнім видом згинальних рухів низу бурильної колони, запропоновані нові моделі, які побудовані на обліку фрикційних і неголономних ефектів, проведено комп'ютерне моделювання коливань кружляння при різних значеннях характерних параметрів.

2. Методика комп'ютерного моделювання коливань кружляння.

Як показують експерименти та спостереження, за деяких режимів коливань кружляння долота починає перекочуватися по криволінійній поверхні дна свердловини, а його центр рухається за досить складними траєкторіями, які нагадують багатопелюсткову квітку, з утворенням на поверхні стінки свердловини системи жолобів, недопустимих за технічними умовами буріння. При цьому можлива реалізація двох типів руху долота. У одному з них кочення долота відбувається з проковзуванням, і між його поверхнею та дном свердловини виникає сила тертя, направлена вздовж дотичної до траєкторії руху точки контакту. Під час другого типу руху долото, що обертається, перекочується без проковзування по поверхні дна свердловини, задовольняючи умови кінематичних в'язей. Вивчити автоколивання такої системи можна лише за методами теоретичної механіки неголономних систем та механіки пружних стрижнів.

Оскільки поверхня долота і дно свердловини можуть мати різні геометричні форми, то в процесі буріння під дією різних збурень можливі переходи руху долота від чистого вертіння (штатний процес буріння) до його додатковим коченням, відходу від вертикалі точки дотику долота з дном свердловини і викривлення осі бурильної колони. Для дослідження цих явищ необхідно поставити задачу про пружні поперечні коливання бурильної колони, в якій кінематичні в'язі є граничними умовами для рівнянь її руху.

Для моделювання коливань кружляння системи бурильна колона-долото представимо колону як довгий трубчастий пружний стрижень, який напружений поздовжньою силою T і крутним моментом M_z , що

обертається зі сталою кутовою швидкістю ω навколо своєї поздовжньої осі. В каналі труби БК з швидкістю V рухається рідина з густиною ρ_p . Дослідимо коливання стрижня в системі координат $Oxyz$, що обертається, відносно осі Oz , направленою вздовж поздовжньої осі недеформованого стрижня.

Для виведення рівнянь динаміки виділимо елемент труби довжиною dz . Рівняння рівноваги внутрішніх моментів відносно осей Oy , Ox системи $Oxyz$, що обертається, мають вигляд [2, 6, 8, 12]:

$$\begin{aligned} dM_y - Q_x dz - Tdu - M_z d\left(\frac{dv}{dz}\right) &= 0, \\ dM_x - Q_y dz - Tdv + M_z d\left(\frac{du}{dz}\right) &= 0. \end{aligned} \quad (1)$$

де dM_y , dM_x – прирости пружних моментів; $Q_x dz$, $Q_y dz$ – моменти перерізаючих сил пружності Q_x , Q_y , відповідно з плечами dz ; Tdu , Tdv – моменти внутрішньої осьової сили попереднього напруження T , які створюються приростами du , dv на відрізку dz поперечних переміщень u , v вздовж осей Ox , Oy ; $M_z d\left(\frac{dv}{dz}\right)$, $M_z d\left(\frac{du}{dz}\right)$ – згинальні моменти, які викликані зміною орієнтації крутного моменту M_z , завдяки приростам $d\left(\frac{dv}{dz}\right)$, $d\left(\frac{du}{dz}\right)$ кутів повороту $\frac{dv}{dz}$, $\frac{du}{dz}$ на відрізку dz .

Розкриваючи вирази для функцій, які входять в рівняння (1), отримаємо рівняння коливань трубчастого стрижня, що обертається, попередньо напружений силою T , крутним моментом M_z і з вмістом потоку рідини [2, 6, 12]

$$\begin{aligned} EI \frac{\partial^4 u}{\partial z^4} - \frac{\partial}{\partial z} \left(T \frac{\partial u}{\partial z} \right) - \frac{\partial^2}{\partial z^2} \left(M_z \frac{\partial v}{\partial z} \right) - (\rho_c F_c + \rho_p F_p) \omega^2 u - \\ - 2(\rho_c F_c + \rho_p F_p) \omega \frac{\partial v}{\partial t} + V^2 \rho_p F_p \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + 2V \rho_p F_p \frac{\partial^2 u}{\partial z \partial t} + (\rho_c F_c + \rho_p F_p) \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} &= 0, \\ EI \frac{\partial^4 v}{\partial z^4} - \frac{\partial}{\partial z} \left(T \frac{\partial v}{\partial z} \right) + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \left(M_z \frac{\partial u}{\partial z} \right) - (\rho_c F_c + \rho_p F_p) \omega^2 v + \\ + 2(\rho_c F_c + \rho_p F_p) \omega \frac{\partial u}{\partial t} + V^2 \rho_p F_p \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} + 2V \rho_p F_p \frac{\partial^2 v}{\partial z \partial t} + (\rho_c F_c + \rho_p F_p) \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} &= 0. \end{aligned} \quad (2)$$

Завдяки тому, що ці рівняння пов'язані, можна зробити висновок, що бурильна колона не може здійснювати плоскі коливання і форма її руху може бути лише просторовою.

Побудовані рівняння (2) повинні бути доповнені відповідними умовами на краях виділеної для розрахунку ділянки БК і умовами на проміжних опорах. Як відмічено вище, граничні умови на нижньому кінці БК формуються, виходячи із співвідношень контактної взаємодії долота зі скельною породою. Вона може бути фрикційною або кінематичною (неголономною). Для їх виведення необхідно розглянути кочення долота по верхній дна свердловини.

Для співставлення результатів аналізу коливань кружляння за фрикційною і неголономною моделями розглянемо долото сферичної форми (поверхня S_1), яке рухається по дну сферичної свердловини (поверхня S_2). Щоб описати його пружний поворот, введемо жорстко зв'язану з ним систему координат $Cx_1y_1z_1$, осі Cx_1 , Cy_1 якою у вихідному положенні паралельні осям Ox , Oy , відповідно, а при пружній деформації БК повертаються на кути $-v'|_C$ і $u'|_C$.

Кочення поверхні S_2 по поверхні S_1 задаватимемо в правій рухомій системі координат $Gx_2y_2z_2$, початок G якої збігається з точкою дотику поверхонь S_1 і S_2 , вісь Gz_2 є продовженням відрізка CG , а вісь Gy_2 перпендикулярна площині, яка містить вісь OZ і відрізок CG , і орієнтована у напрямі обертання.

Умова кочення долота із проковзуванням дозволяє сформулювати в точці C дві групи крайових рівнянь. Вони включають дві групи динамічних рівнянь, які визначають динамічну рівновагу всіх сил і моментів відносно точки G .

Вважатимемо, що переміщення u , v і кути $u' = \partial u / \partial z$, $v' = \partial v / \partial z$ малі. Для визначення швидкості центра C долота виразимо абсолютні кутові швидкості введених систем координат через кутову швидкість ω обертання системи $Oxyz$, кути u' , v' пружних поворотів долота і кутові швидкості \dot{u}' , \dot{v}' цих поворотів.

Абсолютна кутова швидкість $\Omega_{(0)}^{(0)}$ системи $Oxyz$ за означенням рівна

$$\Omega_{(0)}^{(0)} = \omega \mathbf{k} . \quad (3)$$

Абсолютна кутова швидкість системи $Cx_1y_1z_1$ в проєкціях на осі цієї ж системи складає

$$\Omega_{(1)}^{(1)} = \Omega_{(0)}^{(1)} + \dot{u}'\mathbf{j}_1 - \dot{v}'\mathbf{i}_1 = -\dot{v}'\mathbf{i}_1 + \dot{u}'\mathbf{j}_1 + \omega\mathbf{k}_1. \quad (4)$$

Абсолютна кутова швидкість системи $Cx_1y_1z_1$ в проєкціях на осі системи $Oxyz$ рівна

$$\Omega_{(1)}^{(0)} = (-\dot{v}' + \omega u')\mathbf{i} + (\dot{u}' + \omega v')\mathbf{j} + \omega\mathbf{k}. \quad (5)$$

Орієнтація системи $Gx_2y_2z_2$ по відношенню до системи $Oxyz$ задається кутом α між осями Oz і Gz_2 (рис. 2) і кутом β повороту площини x_2Gz_2 по відношенню до площини xOz :

$$\sin \alpha = \frac{\sqrt{u^2 + v^2}}{(R - a)}, \quad \cos \alpha = \sqrt{1 - \frac{(u^2 + v^2)}{(R - a)^2}}, \quad (6)$$

$$\sin \beta = \frac{v}{\sqrt{u^2 + v^2}}, \quad \cos \beta = \frac{u}{\sqrt{u^2 + v^2}}. \quad (7)$$

Тоді абсолютна кутова швидкість системи $Gx_2y_2z_2$ в проєкціях на осі цієї ж системи обчислюється так

$$\Omega_{(2)}^{(2)} = -(\omega + \dot{\beta})\sin \alpha \cdot \mathbf{i}_2 + \dot{\alpha} \cdot \mathbf{j}_2 + (\omega + \dot{\beta})\mathbf{k}_2. \quad (8)$$

Щоб сформулювати кінематичні краєві умови, підрахуємо абсолютну швидкість центру C тіла S_2 , яке котиться, в проєкціях на осі системи $Oxyz$ [14].

$$\mathbf{v}_C^{(0)} = \mathbf{v}_G^{abc} + \Omega_{(1)}^{(0)} \times \vec{GC}. \quad (9)$$

Тут \mathbf{v}_G^{abc} – абсолютна швидкість

точки G долота, \vec{GC} – вектор, який визначається формулою

$$\vec{GC} = -a \sin \alpha \cos \beta \mathbf{i} - a \sin \alpha \sin \beta \mathbf{j} - a \cos \alpha \mathbf{k}. \quad (10)$$

Побудовані вище кінематичні співвідношення дозволяють приступити до обчислення всіх сил і моментів (включаючи і фрикційні), які діють на долото, і розглянути їх рівновагу. Для цього умовно відокремимо долото від бурильної колони і спочатку розглянемо рівновагу сил, які діють на нього (рис. 3). В загальному випадку до них відносяться

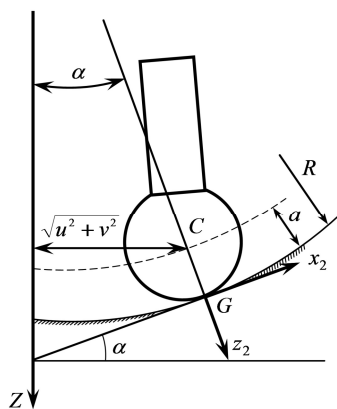


Рис. 2. Схема орієнтації осі Gz_2

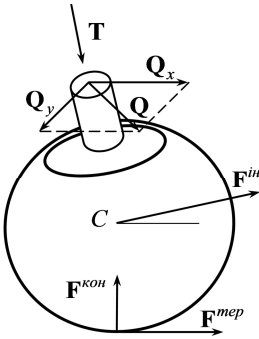


Рис. 3. Схема сил, які діють на долото

сила тертя $\mathbf{F}^{тер}$, сила інерції $\mathbf{F}^{ин}$, осьова сила \mathbf{T} , нормальна до контактуючих поверхонь сила контактної взаємодії $\mathbf{F}^{кон}$ і перерізувальна сила \mathbf{Q} , яка діє на долото із сторони відділеної бурильної колони. На основі принципу Д'Аламбера векторна сума всіх цих сил дорівнює нулю. Для спрощення постановки задачі припустимо, що момент інерції долота малий в порівнянні з інерційними характеристиками всієї системи і тому силами інерції відносно інших сил можна знехтувати.

Тоді рівняння рівноваги долота, відділеного від бурильної колони, можна записати у вигляді

$$\mathbf{Q} + \mathbf{T} + \mathbf{F}^{кон} + \mathbf{F}^{тер} = 0. \quad (11)$$

Приймемо, що $\mathbf{F}^{кон} = -\mathbf{T}$, тоді рівняння (11) спроститься

$$\mathbf{Q} + \mathbf{F}^{тер} = 0. \quad (12)$$

Зручно розглядати це рівняння в системі координат $Oxuz$, яка обертається разом з бурильною колоною. В ній

$$\mathbf{Q} = Q_x \mathbf{i} + Q_y \mathbf{j}, \quad (13)$$

де

$$Q_x = EI \frac{\partial^3 u}{\partial z^3}, \quad Q_y = EI \frac{\partial^3 v}{\partial z^3}. \quad (14)$$

Вектор сили тертя $\mathbf{F}^{тер}$ при реалізації тертя Кулона між долотом і поверхнею свердловини обчислюється так

$$\mathbf{F}^{тер} = -\mu \mathbf{v}_G^{abc} = -\mu |\mathbf{T}| \cdot \mathbf{v}_G^{abc} / |\mathbf{v}_G^{abc}|. \quad (15)$$

Для обчислення \mathbf{v}_G^{abc} скористаємося формулою (9). Із неї слідує

$$\mathbf{v}_G^{abc} = \mathbf{v}_C^{(0)} - \Omega_{(1)}^{(0)} \times \vec{GC}. \quad (16)$$

Вектор $\mathbf{v}_C^{(0)}$, який тут використовується, обчислюється з врахуванням того, що точка C приймає участь в пружних коливаннях стержня в системі координат, що обертається, і обертальному русі всієї системи зі швидкістю ω . Тоді

$$\mathbf{v}_C^{(0)} = \mathbf{v}_C^{np} + \omega \times (u\mathbf{i} + v\mathbf{j}) = u\dot{\mathbf{i}} + v\dot{\mathbf{j}} + \begin{vmatrix} 0 & 0 & \omega \\ u & v & 0 \\ \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \end{vmatrix} = (u - \omega v)\mathbf{i} + (v + \omega u)\mathbf{j}, \quad (17)$$

де $\mathbf{v}_C^{np} = \dot{u}\mathbf{i} + \dot{v}\mathbf{j}$ – швидкість руху цієї точки в системі координат $Oxyz$, що обертається.

Після обчислення добутку $\Omega_{(1)}^{(0)} \times \vec{GC}$, отримуємо, що

$$\begin{aligned} v_{G,x}^{abc} &= \dot{u} - \omega v - a \sqrt{1 - \frac{(u^2 + v^2)}{(R-a)^2}} (-\dot{u}' - \omega v') - \frac{a\omega v}{R-a}, \\ v_{G,y}^{abc} &= \dot{v} + \omega u - a \sqrt{1 - \frac{(u^2 + v^2)}{(R-a)^2}} (-\dot{v}' + \omega u') + \frac{a\omega u}{R-a}. \end{aligned} \quad (18)$$

Підставляючи рівності (13) – (15), (18) в рівняння (12), отримаємо першу групу граничних умов для рівнянь (2) пружних коливань труби бурильної колони.

$$\begin{aligned} EI \frac{\partial^3 u}{\partial z^3} - \frac{\mu |\mathbf{T}|}{\sqrt{(v_{G,x}^{abc})^2 + (v_{G,y}^{abc})^2}} \left(\dot{u} - \omega v - a \sqrt{1 - \frac{(u^2 + v^2)}{(R-a)^2}} (-\dot{u}' - \omega v') - \frac{a\omega v}{R-a} \right) &= 0, \\ EI \frac{\partial^3 v}{\partial z^3} - \frac{\mu |\mathbf{T}|}{\sqrt{(v_{G,x}^{abc})^2 + (v_{G,y}^{abc})^2}} \left(\dot{v} + \omega u - a \sqrt{1 - \frac{(u^2 + v^2)}{(R-a)^2}} (-\dot{v}' + \omega u') + \frac{a\omega u}{R-a} \right) &= 0. \end{aligned} \quad (19)$$

Динамічні краєві рівняння в точці C впливають з умови динамічної рівноваги моментів сил пружності, моментів сил інерції і реакцій в'язей, прикладених до долота. При їх виведенні суттєвий вплив на структуру цих рівнянь впливає вибір полюса і системи осей, відносно яких обчислюються моменти, що діють на долото. Зазвичай найзручніше за полюс вибирати точку зіткнення контактуючих тіл, а за систему відліку – систему координат, в якій осьові моменти інерції рухомого тіла залишаються незмінними [14]. Перша умова приводить до виключення з розгляду реакції неголономної в'язі, друга – до уникнення необхідності диференціювати моменти інерції тіла по часу. У зв'язку з цим виберемо точку G за полюс і систему координат $Gx_2y_2z_2$ за систему відліку. Для побудови рівнянь руху скористаємося теоремою про зміну моменту кількостей руху долота відносно точки G [14]

$$\frac{d\mathbf{K}_G^{(2)}}{dt} + \Omega_{(2)}^{(2)} \times \mathbf{K}_G^{(2)} = \mathbf{M}_G^{(2)}, \quad (20)$$

де $\mathbf{K}_G^{(2)}$ – момент кількостей руху долота відносно точки G , представлений в системі $Gx_2y_2z_2$, $\mathbf{M}_G^{(2)}$ – момент сил пружності, які діють на долото, також записаній в цій же системі.

Якщо розглядати неголономну модель кочення долота, то замість рівнянь (19) слід виписати рівняння кочення

$$\begin{aligned} \dot{u} - \omega v - a \sqrt{1 - \frac{u^2 + v^2}{(R-a)^2}} \left(-\dot{u}' - \omega v' + \frac{\omega v}{R-a} \right) &= 0, \\ \dot{v} + \omega u - a \sqrt{1 - \frac{u^2 + v^2}{(R-a)^2}} \left(-\dot{v}' + \omega u' - \frac{\omega u}{R-a} \right) &= 0. \end{aligned} \quad (21)$$

Таким чином система граничних умов (19), (20) дозволяє інтегрувати рівняння (2) коливань нижньої частини бурильної колони в припущенні, що долото перекочується по дну свердловини з можливістю проковзування. В граничному випадку, коли сили тертя, які викликані цим проковзуванням, стають досить великими, долото починає перекочуватися без проковзування, переходячи в режим неголономної динаміки. При такому режимі слід використовувати рівняння (20), (21).

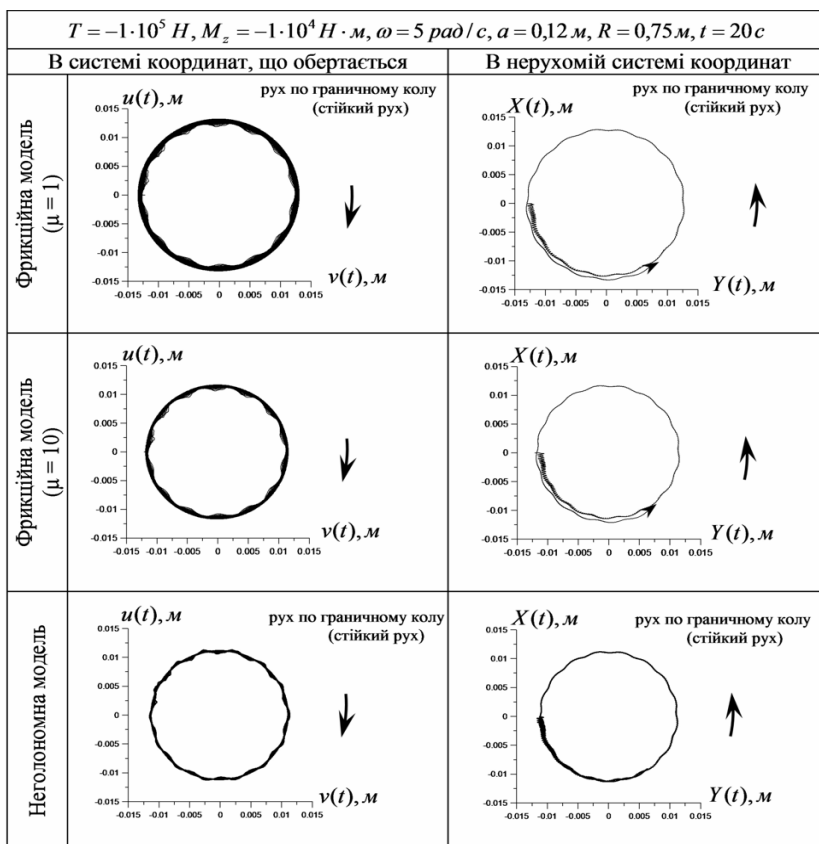
3. Стійкі і нестійкі режими фрикційної і неголономної динаміки долота. Наведені вище співвідношення визначають трьохточкову крайову задачу динаміки нижнього прольоту бурильної колони з долотом на нижньому кінці. Чисельне розв'язання поставленої задачі здійснюється методом скінченних різниць по змінній z з використанням неявної схеми інтегрування за часом t .

В результаті проведеного дослідження встановлено, що режим самозбудження даних автоколивань і їх форми в значній мірі залежать від згинальної жорсткості бурильної колони, значень T , M_z , а також геометрії контактуючих поверхонь долота і свердловини. В зв'язку з цим можна зробити висновок, що вибираючи різні значення цих параметрів можна як стабілізувати, так і дестабілізувати коливання кружляння. При цьому значну роль може відігравати також тип моделі, використаної для розрахунків. Дослідження проведені при наступних значеннях характерних параметрів системи $E = 2.1 \cdot 10^{11} \text{ Па}$, $\rho = 7.8 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$, $\rho_l = 1.5 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$, $l = 9 \text{ м}$, $e = 1 \text{ м}$, $F = \pi(r_1^2 - r_2^2) = 5.34 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2$, $F_l = \pi r_2^2 = 2.01 \cdot 10^{-2} \text{ м}^2$, $I = \pi(r_1^4 - r_2^4) = 1.94 \cdot 10^{-5} \text{ м}^4$, $r_1 = 0.09 \text{ м}$, $r_2 = 0.08 \text{ м}$.

В табл. 1 наведені форми руху центра C долота в системі координат $Oxuz$, що обертається (зліва), і нерухомій системі координат $OXYZ$ (справа). Розглянемо випадок $T = -10^{-5} \text{ Н}$, $M_z = -10^{-4} \text{ Н} \cdot \text{м}$,

$\omega = 5 \text{ рад/с}$, $a = 0,12 \text{ м}$, $R = 0,75 \text{ м}$. Моделювання виконано на відрізку часу $0 \leq t \leq 20 \text{ с}$. Вважалося, що рух системи починається після деякого її малого відхилення від вихідного вертикального стану. Дві верхні позиції в цій таблиці відносяться до випадку фрикційної взаємодії, нижня позиція відповідає неголономній моделі. Аналізуючи ці результати, можна відмітити, що при різних коефіцієнтах тертя μ , ковзання долота по дну свердловини є малим, тому траєкторії руху центра C в усіх трьох випадках практично однакові.

Таблиця 1



Важливо підкреслити, що в нерухомій системі координат долото переміщується в напрямі, протилежному напрямі ω . Такі режими називаються оберненим кружлянням долота. Хоча рух здійснюється по замкнутій кру-

говій траєкторії і тому є стійким, на думку спеціалістів він представляє суттєву небезпеку для системи.

Якщо кутову швидкість збільшити із значення $\omega = 5 \text{ рад/с}$ до $\omega = 20 \text{ рад/с}$ (табл. 2), фрикційна і неголономна моделі призводять до різних форм коливань кружляння. Для фрикційної моделі траєкторії мають вигляд спіралей, що розкручуються і тому є нестійкими.

Таблиця 2


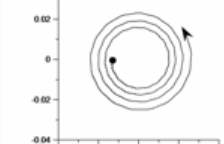
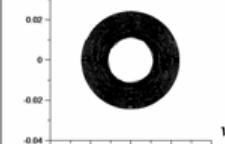
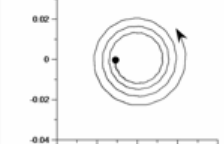
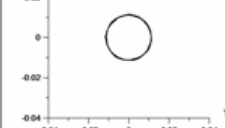

$T = -1 \cdot 10^5 \text{ Н}, M_z = -1 \cdot 10^4 \text{ Н} \cdot \text{м}, \omega = 20 \text{ рад/с}, a = 0,12 \text{ м}, R = 0,75 \text{ м}, t = 20 \text{ с}$	
В системі координат, що обертається	
Фрикційна модель ($\mu = 1$)	спіраль, що розкручується (нестійкий рух)
Фрикційна модель ($\mu = 10$)	спіраль, що розкручується (нестійкий рух)
Неголономна модель	рух по граничному колу (стійкий рух)

Однак, якщо забезпечити контакт долота із свердливиною без проковзування, то долото починає рухатися по круговій траєкторії. Такий рух є стійким. Варто відзначити, що оскільки здійснюється режим оберненого руху в системі координат, що обертається, долото встигає здійснити бі-

льше число обертів, ніж в нерухомій (лівій позиції). Тому в цій системі спіралі є більш щільними.

Підбором параметрів системи можна також забезпечити стабільний рух долота. Наприклад, якщо сферичне долото радіусом a рухається по еліпсоїдальному дну свердловини з параметрами $b = 0,2\text{ м}$ і $c = 0,3\text{ м}$, то після початкового збурення долото рухається по спіральній траєкторії, яка прямує до центральної точки. Такий режим є більш сприятливим. Оскільки навіть після якого-небудь збурення долото повертається в вихідне положення, такий режим руху є стійким.

Таблиця 3

$T = -1 \cdot 10^5 \text{ Н}$, $M_z = -1 \cdot 10^4 \text{ Н} \cdot \text{м}$, $\omega = 20 \text{ рад/с}$, $a = 0,12 \text{ м}$, $R = 0,75 \text{ м}$, $t = 20 \text{ с}$		
	В системі координат, що обертається	В нерухомій системі координат
Фрикційна модель ($\mu = 1$)	<p>$u(t), \text{ м}$</p> <p>спіраль, що розкручується (нестійкий рух)</p>  <p>$v(t), \text{ м}$</p>	<p>$X(t), \text{ м}$</p> <p>спіраль, що розкручується (нестійкий рух)</p>  <p>$Y(t), \text{ м}$</p>
Фрикційна модель ($\mu = 10$)	<p>$u(t), \text{ м}$</p>  <p>$v(t), \text{ м}$</p>	<p>$X(t), \text{ м}$</p>  <p>$Y(t), \text{ м}$</p>
Неголомона модель	<p>$u(t), \text{ м}$</p> <p>рух по граничному колу (стійкий рух)</p>  <p>$v(t), \text{ м}$</p>	<p>$X(t), \text{ м}$</p> <p>рух по граничному колу (стійкий рух)</p>  <p>$Y(t), \text{ м}$</p>

Він також є сприятливим з тієї точки зору, що напрям руху в системі координат, що обертається і нерухомій системі співпадають. Таке кружляння називається прямим.

Висновки. Розглянута задача комп'ютерного моделювання явища самозбудження коливань кружляння долота бурильної колони. Показано, що режим цих коливань є багатопараметричним, оскільки траєкторії рух залежать від форми долота, геометрії поверхні дна свердловини і кутових швидкостей обертання колони. Як показали результати розрахунків, проведених за допомогою фрикційної і неголономної моделей, стійкість режиму значною мірою визначається згинальною жорсткістю та нестійкістю нижнього прольоту колони між двома її центраторами і геометрією системи. Оскільки ця жорсткість падає зі зменшенням площі поперечного перерізу колони та збільшенням крутного моменту й осьової стискувальної сили падає, потрібно так підібрати значення цих величин, щоб унеможливити автоколивання системи.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Андрусенко Е.Н. Изгиб бурильной колонны в криволинейной скважине с несовершенствами осевой линии / Е.Н. Андрусенко, В.И. Гуляев, С.Н. Худолий // Прикладная математика и механика. – 2012. – №3. – С. 459 – 468.
2. Борщ Е.И. Спиральные бегущие волны в упругих стержнях / Е.И. Борщ, Е.В. Вашилина, В.И. Гуляев // Известия РАН. Механика твердого тела. – 2009. – №2. – С. 143 – 149.
3. Гайдайчук В.В, Худолий С.М., Гловач Л.В. Теоретична ідентифікація сил опору, що діють на криволінійні бурильні колони / В.В.Гайдайчук, С.М. Худолий, Л.В.Гловач // Опір матеріалів і теорія споруд. – 2006. – №78. – С. 52 – 60.
4. Гуляев В.И. Квантованные аттракторы в волновых моделях торсионных колебаний колонн глубокого бурения / В.И. Гуляев, О.В. Глушакова, С.М. Худолий // Известия РАН. Механика твердого тела. – 2010. – №2. – С. 134 – 147.
5. Christoforou A.P. Dynamic modelling of rotating drillstrings with borehole interactions / A.P. Christoforou, A.S. Yigit // Journal of Sound and Vibration. – 1997. – 206(2). – P.243 – 260.
6. Gulyayev V.I. Free vibrations of drill strings in hyper deep vertical bore-wells / V.I. Gulyayev, O.I. Borshch // Journal of Petroleum Science and Engineering. – 2011 — V. 78. — P. 759 – 764.
7. Gulyayev V.I. Modeling the energy-saving regimes of curvilinear bore-hole drainage/ V.I. Gulyayev, V.V. Gaidachuk, E.N. Andrusenko, N.V. Shlyun // Journal of Offshore Mechanics and Arctic Engineering. . – 2015. — V. 137, №1. — P. 011402-1 – 011402-8.
8. Gulyayev V.I. The buckling of elongated rotating drill strings / V.I.Gulyayev, V.V.Gaidachuk, I.L. Solovjov, I.V. Gorbunovich //Journal of Petroleum Science and Engineering. – 2009. – 67. – P.140–148.
9. Gulyayev V.I. The computer simulation of drill column dragging in inclined bore-holes with geometrical imperfections / V.I. Gulyayev, S.M. Hudoly, L.V. Glovach // International Journal of Solids and Structures. – 2011. – V.48. – P.110–118.
10. Gulyayev V.I. Simulation of torsion relaxation auto-oscillations of drill string bit with viscous and Coulombic friction moment models / V.I. Gulyayev, S.M. Hudoly, O.V. Glushakova // Journal of Multi-body Dynamics. – 2011 — V. 225. — P. 139 – 152.
11. Gulyayev V.I. Sensitivity of resistance forces to localized geometrical imperfections in movement of drill strings in inclined bore-holes / V.I. Gulyayev, S.N. Khudoliy, E.N. Andrusenko // Interaction and Multiscale Mechanics. – 2011. – V.4. – No.1. – P.1–16.
12. Gulyayev V.I. Nonholonomic dynamics of drill string bit whirling in a deep bore-hole / V.I. Gulyayev, L.V. Shevchuk. // Journal of Multi-body Dynamics. – 2013 – V. 227, No.3. – P.234–244.

13. *Jansen J.D.* Wirl and chaotic motion of stabilized drill collars / J.D. Jansen. // SPE Drilling Engineering. – 1992. – 7(2). – P.107 – 114.
14. *Neimark Ju.I.* Dynamics of Nonholonomic Systems / Ju.I. Neimark, N.A. Fufaev. (Translation of mathematical monographs, 33, Amer. Math. Soc., Providence, RI), 1972. – 519p.
15. *Stroud D.* Real-time whirl detector improves RSS reliability, drilling efficiency / D. Stroud, J. Pagett, D. Minett-Smith // Hart Exploration & Production Magazine. – 2011. – V.84, №8. – P.42 – 43.

REFERENCES

1. Andrusenko E.N. The buckling of a drill string in a curvilinear borehole with axial line imperfections / E.N. Andrusenko, V.I. Gulyayev, S.N. Khudolii // Journal of Applied Mathematics and Mechanics. – 2012. – V.76, №3. – P. 330 – 336.
2. Borshch E.I. Helical traveling waves in elastic rods / E. I. Borshch, E. V. Vashchilina, V.I. Gulyaev // Mechanics of Solids. – 2009. – V.44, №2. – P. 288 – 293.
3. Gaidaichuk V.V. Theoretical identification of resistance forces acting on curvilinear drill strings / V.V. Gaidaichuk, S.M. Hudoly, L.V. Glovach // Strength of Materials and Theory of Structures. – 2006. – № 78. – P. 52 – 60.
4. Gulyaev V.I. Quantized attractors in wave models of torsion vibrations of deep-hole drill strings / V. I. Gulyaev, O. V. Glushakova, S. N. Khudolii // Mechanics of Solids. – 2010. – V.45, №2. – P. 264 – 274.
5. *Christoforou A.P.* Dynamic modelling of rotating drillstrings with borehole interactions / A.P. Christoforou, A.S. Yigit // Journal of Sound and Vibration. – 1997. – 206(2). – P.243 – 260.
6. *Gulyayev V.I.* Free vibrations of drill strings in hyper deep vertical bore-wells /V.I. Gulyayev, O.I. Borshch // Journal of Petroleum Science and Engineering. – 2011 — V. 78. — P. 759 – 764.
7. *Gulyayev V.I.* Modeling the energy-saving regimes of curvilinear bore-hole drive/ V.I. Gulyayev, V.V. Gaidaichuk, E.N. Andrusenko, N.V. Shlyun// Journal of Offshore Mechanics and Arctic Engineering. . – 2015. — V. 137, №1. — P. 011402-1 – 011402-8.
8. *Gulyayev V.I.* The buckling of elongated rotating drill strings / V.I. Gulyayev, V.V. Gaidaichuk, I.L. Solovjov, I.V. Gorbunovich //Journal of Petroleum Science and Engineering. – 2009. – 67. – P.140–148.
9. *Gulyayev V.I.* The computer simulation of drill column dragging in inclined bore-holes with geometrical imperfections / V.I. Gulyayev, S.M. Hudoly, L.V. Glovach // International Journal of Solids and Structures. – 2011. – V.48. – P.110–118.
10. *Gulyayev V.I.* Simulation of torsion relaxation auto-oscillations of drill string bit with viscous and Coulombic friction moment models / V.I. Gulyayev, S.M. Hudoly, O.V. Glushakova // Journal of Multi-body Dynamics. – 2011 — V. 225. — P. 139 – 152.
11. *Gulyayev V.I.* Sensitivity of resistance forces to localized geometrical imperfections in movement of drill strings in inclined bore-holes / V.I. Gulyayev, S.N. Khudolii, E.N. Andrusenko // Interaction and Multiscale Mechanics. – 2011. – V.4. – No.1. – P.1–16.
12. *Gulyayev V I.* Nonholonomic dynamics of drill string bit whirling in a deep bore-hole / V.I. Gulyayev, L.V. Shevchuk. // Journal of Multi-body Dynamics. – 2013 – V. 227, No.3. – P.234-244.
13. *Jansen J.D.* Wirl and chaotic motion of stabilized drill collars / J.D. Jansen. // SPE Drilling Engineering. – 1992. – 7(2). – P.107 – 114.
14. *Neimark Ju.I.* Dynamics of Nonholonomic Systems / Ju.I. Neimark, N.A. Fufaev. (Translation of mathematical monographs, 33, Amer. Math. Soc., Providence, RI), 1972. – 519p.
15. *Stroud D.* Real-time whirl detector improves RSS reliability, drilling efficiency / D. Stroud, J. Pagett, D. Minett-Smith // Hart Exploration & Production Magazine. – 2011. – V.84, №8. – P.42 – 43.

Гуляев В.И., Гайдайчук В.В., Шевчук Л.В.

КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ УСТОЙЧИВОСТИ КОЛЕБАНИЙ КРУЖЕНИЯ КОЛОНН ГЛУБОКОГО БУРЕНИЯ

В статье на основе неголономной и фрикционной моделей контактного взаимодействия рассматривается задача об устойчивости колебаний кружения долота бурильной колонны, которая предварительно напряжена продольной силой и вращается под действием приложенного к долоту момента сил резания.

Выполнено компьютерное моделирование самовозбуждения колебаний кружения на простых фрикционных и кинематических схемах с простыми геометрическими телами. Полученные результаты позволили установить наиболее важные факторы, влияющие на характер протекания рассмотренных колебательных процессов.

Ключевые слова: бурильная колонна, долото, колебания кружения, кинематическая модель, устойчивость.

Gulyayev V.I., Gaidaichuk V.V., Shevchuk L.V.

COMPUTER SIMULATION OF STABILITY OF DEEP DRILL STRING WHIRLING VIBRATION

In the paper, with the use of nonholonomic and friction models, the problem on stability of deep drill string bit whirl vibration is considered. The drill string is preloaded by longitudinal force and is rotating under action of cutting moment applied to the bit.

The computer simulation of the selfexcited whirl vibration is performed with the use of simple kinematic schemes with simple geometric bodies. The analysis results permitted to establish a series of the most important factors, affecting the character of the passing processes.

Key words: drill string, bit, vibration whirling, kinematic model, stability.