

УДК 539.3

ВПЛИВ НАГРІВУ НА СТІЙКІСТЬ І ВЛАСНІ КОЛИВАННЯ СФЕРИЧНОЇ ПАНЕЛІ ПРИ ЗМІНІ УМОВ КОМБІНОВАНОГО ЗАКРІПЛЕННЯ КОНТУРУ

О.П. Кривенко¹,
канд. техн. наук

¹Київський національний університет будівництва і архітектури
Повітрофлотський просп., 31, м. Київ. 03680

Вивчається вплив величини попереднього нагріву на втрату стійкості та власні коливання пружної пологої осесиметричної сферичної панелі при комбінованому закріпленні контуру: одна частина контуру жорстко затиснута, інша має шарнірне опирання. Розглядається послідовна зміна одного типу кінематичних граничних умов на інший.

Ключові слова: гнучка оболонка, нелінійне деформування, стійкість, власна частота, власна форма коливань, термосилове навантаження, комбіноване закріплення контуру.

Вступ

Одною з найважливіших задач на стадії проектування тонкостінних оболонкових конструкцій, що широко застосовуються в будівництві, авіаційній, ракето-космічній техніці й інших галузях промисловості, є динамічний розрахунок. Необхідним елементом дослідження динаміки оболонок є визначення власних частот і форм малих коливань [1-4], особливо це стосується частот із нижнього спектру.

Власні коливання оболонок без урахування початкових зусиль і переміщень досліджувались у багатьох роботах. Відомо, що наявність силових статичних навантажень істотно впливає на частоти і форми коливань [5-11]. А той факт, що при навантаженнях, рівних критичним, нижча частота власних коливань оболонки стає рівною нулю, дозволяє точніше визначати параметри критичних навантажень. За останнє десятиріччя кількість робіт за тематикою зросла. Впливу температурних навантажень на коливання оболонок приділено значно менше уваги [12-15]. При цьому, в [13] зазначено, що вплив температурних полів на частоти власних коливань є більш відчутним при наявності напружень, що викликані дією силових навантажень. У [7] відмічено, що найчутливішими до впливу на власні коливання статичних навантажень є тонкостінні оболонкові конструкції. Саме тому пружні тонкі та середньої товщини оболонки, що знаходяться під дією термосилового навантаження, є об'єктом нашого дослідження.

Форма нелінійного деформування, стійкість та коливання оболонок залежать від низки факторів, до яких відноситься і спосіб закріплення конструкції [16-18]. Зазвичай оболонки знаходяться під дією силових і

температурних полів. Температурні деформації можуть істотно змінити жорсткість тонкої оболонки. При цьому вплив нагріву на втрату стійкості та власні коливання гнучких оболонок при зміні граничних умов залишається ще недостатньо вивченою проблемою.

Постановка задачі та метод дослідження.

Внаслідок експлуатації тонкостінних конструкцій при статичних і динамічних навантаженнях часто виникають нелінійні ефекти, що пов'язані з появою великих переміщень. Отже, моделювання роботи таких елементів необхідно виконувати з урахуванням геометрично нелінійних співвідношень. Особливо це важливо при дослідженні динамічної поведінки конструкції. Така ситуація може виникнути при визначенні частот і форм власних коливань оболонки відносно деякого початкового деформованого стану, яке може бути обумовлено дією статичного навантаження такого, як гідростатичний тиск, власна вага, снігове навантаження тощо. Тому такий підхід покладено в основу методики розрахунку.

У роботі розглянуто питання впливу нагріву на стійкість і власні коливання тонких пологих осесиметричних сферичних панелей, що навантажені тиском, при зміні параметрів комбінованого закріплення контуру.

Для розв'язання поставленої задачі використовується комплексний підхід, що базується на геометрично нелінійній скінченноелементній методиці [16, 17, 19, 20] дослідження напружено-деформованого стану (НДС), стійкості та позакритичної поведінки тонких неоднорідних оболонок при термосилових навантаженнях у поєднанні зі скінченноелементною методикою [11] розрахунку неоднорідних оболонок на власні коливання з урахуванням переднапруженого стану на кожному кроці термосилового навантаження.

Методика [16, 17, 19, 20] спирається на співвідношення тривимірної теорії термопружності, скінченноелементне формулювання задачі у приростах і використання моментної схеми скінченних елементів. Методика призначена для чисельного дослідження статичних процесів геометрично нелінійного деформування, втрати стійкості та закритичної поведінки широкого класу тонких неоднорідних оболонок, що знаходяться в умовах складного термосилового навантаження. Достовірність методики обґрунтована чисельними дослідженнями збіжності та точності розв'язків для різних класів пружних неоднорідних оболонок.

Методика розрахунку неоднорідних оболонок на власні коливання з урахуванням переднапруженого стану [11] базується на скінченноелементних співвідношеннях, в яких на кожному кроці

навантаження враховуються накопичені на попередніх ($s-1$) кроках

$$\sigma_{s-1}^{ij} = \sum_{k=1}^{s-1} \Delta_k \sigma^{ij}.$$

Задача з визначення власних частот і форм коливань неоднорідної оболонки реалізується кроковим методом за два етапи.

На першому етапі на кожному кроці навантаження за методикою [16, 17] розв'язується статична задача нелінійного деформування оболонки. На цьому етапі при відповідних приростах навантаження визначається НДС оболонки: її деформована форма (нові координати) та прирости полів переміщень і напружень.

На другому етапі поточного кроку при визначеній на першому етапі новій формі оболонки та наявності її переднапруженого стану навантаження приймається рівним нулю (тобто «знімається»), і розв'язується задача на власні коливання за методикою [11]. На цьому етапі (для кожного кроку навантаження) власні частоти та власні форми коливань обчислюються до появи від'ємного значення основного тону (найнижчої) частоти, оскільки за динамічним критерієм навантаження, при якому з'являється від'ємне значення основного тону частоти, відповідає моменту втрати стійкості оболонки і приймається за критичне [7]. Надалі, на наступних кроках навантаження, визначення частот власних коливань оболонки не виконується, а досліджується лише її закритична поведінка. Точність розрахунку на власні коливання оболонки з урахуванням переднапруженого стану підтверджується збігом величини верхнього критичного навантаження з отриманим в інший спосіб.

Вплив комбінованих граничних умов на стійкість і власні коливання нагрітої панелі.

Розглянуто питання нелінійного деформування, втрати стійкості та власних коливань круглої у плані пологої сферичної панелі з комбінованим закріпленням контуру: одна частина контуру оболонки жорстко затиснута, інша – шарнірно оперта. Досліджено вплив на стійкість і коливання панелі послідовної заміни першого типу закріплення на другий. Попередньо нагріта панель сталої товщини навантажувалася зовнішнім рівномірним тиском інтенсивністю q .

Дія на оболонку нагріву та тиску (яка на рис. 1, a позначена як $T + q$) реалізовувалась у такий спосіб: спочатку панель поступово нагрівалась рівномірно за об'ємом на величину $T^\circ\text{C}$, а потім при зафіксованому температурному полі навантажувалася тиском інтенсивністю q .

Розглянуто три варіанти попереднього нагріву оболонки: на $T = 0^\circ$, 20° та 40°C .

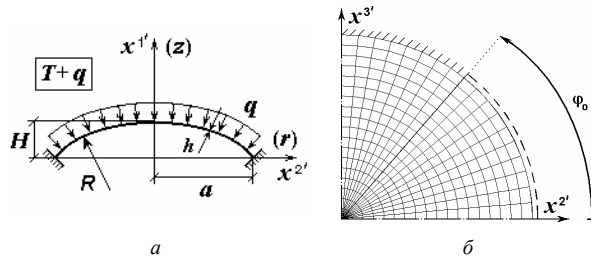


Рис. 1. Сферична панель з комбінованим спиранням по контуру

Дослідження проведено при таких вихідних даних: модуль пружності $E = 2.0 \cdot 10^6 \text{ кг/см}^2$, коефіцієнт Пуассона $\nu = 0.3$, коефіцієнт лінійного розширення $\alpha = 0.125 \cdot 10^{-4} \text{ град}^{-1}$, об'ємна вага $\rho = 7.85 \cdot 10^{-3} \text{ кг/см}^3$, прискорення вільного падіння $g = 981 \text{ см/сек}^2$, товщина панелі $h = 1 \text{ см}$. Геометрія панелі задана радіусом опорного контуру $a = 1 \text{ м}$ і радіусом серединної поверхні $R = 12.52 \text{ м}$ при параметрі пологості $k = H/h = 4$. Результати досліджень подані з використанням безрозмірних параметрів: $\bar{q} = a^4 q / (Eh^4)$, $\bar{u}^1 = u^1 / h$ (u^1 – прогин панелі вздовж декартової осі x^1). Оскільки форма деформування панелі має дві площини симетрії, за розрахункову модель було прийнято чверть панелі з рівномірною сіткою $18 \times 18 \text{ СЕ}$, що забезпечує збіжність розв'язків.

Комбіноване закріплення контуру визначалось за наступною схемою. Шарнірно оперта частина контуру панелі задавалась кутом φ_0 ($0^\circ \leq \varphi_0 \leq 90^\circ$). У зазначеному напрямку (рис. 1, б) відбувалась зміна граничних умов: заміна жорсткого затиснення на шарнірне опираання. При цьому граничним значенням кута φ_0 відповідали однорідні кінематичні умови: $\varphi_0 = 0^\circ$ – жорстке затиснення усього контуру (☹), $\varphi_0 = 90^\circ$ – шарнірне опираання по усьому контуру (☺). Проміжне значення кута φ_0 ($0^\circ < \varphi_0 < 90^\circ$) визначало комбіноване закріплення контуру оболонки (☹☺).

Досліджувалося два фактори впливу (різні граничні умови та різні величини нагріву) на стійкість і коливання сферичної панелі.

1. Результати дослідження впливу зазначених факторів на нелінійне деформування та втрату стійкості панелі наведено в роботі [18].

Результати досліджень на рис. 2 демонструють еволюцію діаграми “навантаження \bar{q} – прогин $\bar{u}^{1'}$ ” центра панелі при зміні граничних умов для трьох варіантів нагріву. Характер зміни вигляду діаграми від параметра комбінованого закріплення контуру φ_0 істотно залежить від величини попереднього нагріву оболонки [18].

Виявлено нелінійну залежність величини верхнього критичного навантаження $\bar{q}_{кр}^g$ від зміни кута φ_0 для варіантів $T = 0^\circ\text{C}$ та $T = 20^\circ\text{C}$ (рис. 3). Нелінійна залежність величини $\bar{q}_{кр}^g$ від параметра φ_0 пов’язана зі зміною форми деформування панелі [18].

Згідно з розрахунками для всіх варіантів граничних умов і нагріву на діаграмах “ $\bar{q} - \bar{u}^{1'}$ ” до верхньої критичної точки $\bar{q}_{кр}^g$ відсутні точки розгалуження (окрім випадку шарнірного опирання ($\varphi_0 = 90^\circ$) при нагрівах на $T = 0^\circ\text{C}$ та $T = 20^\circ\text{C}$). При аналізі розв’язків, які відповідають цим варіантам, виявлено, що в околі точки $\bar{q} = \bar{q}^*$ діаграми “ $\bar{q} - \bar{u}^{1'}$ ” можливе виникнення двох

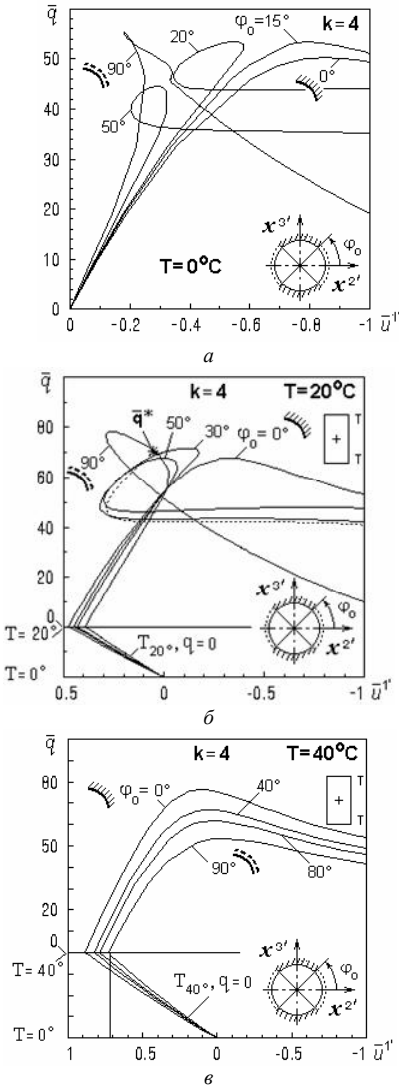


Рис. 2. Еволюція діаграм “навантаження-прогин” в центрі панелі:
 (а) без нагріву; (б) при попередньому нагріві на $T = 20^\circ\text{C}$; (е) при $T = 40^\circ\text{C}$

суміжних гілок розв'язку з розгалуженням форми рівноваги: перша відповідає осесиметричній формі деформування (а), друга – неосесиметричній (б) (рис. 3, табл. 1). Нові гілки розв'язків, що зменшують величину критичного навантаження $\bar{q}_{кр}^e$ до \bar{q}^* , показані на рис. 3 пунктирною лінією.

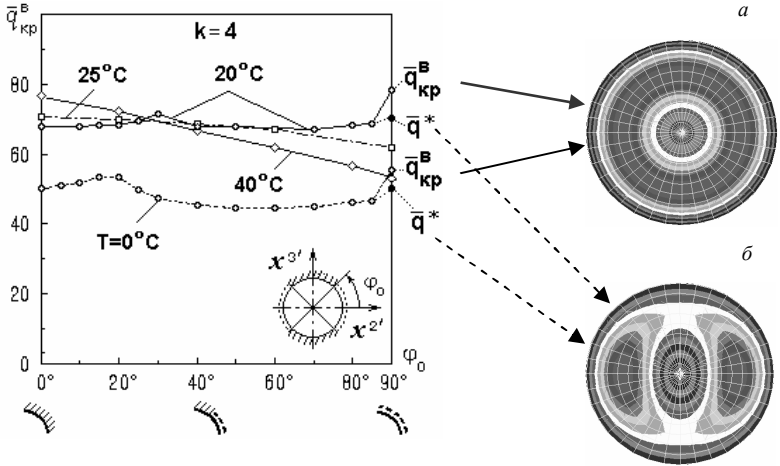


Рис. 3. Залежності $\bar{q}_{кр}^e$ від зростання області шарнірного опирання для різних величин нагріву

Таблиця 1
Вплив зміни кінематичних граничних умов та величини нагріву на значення $\bar{q}_{кр}^e$

φ_0 , град	$T = 0^\circ\text{C}$		$T = 20^\circ\text{C}$		$T = 40^\circ\text{C}$	
	$\bar{q}_{кр}^e$	$\Delta(\bar{q}_{кр}^e)$, %	$\bar{q}_{кр}^e$	$\Delta(\bar{q}_{кр}^e)$, %	$\bar{q}_{кр}^e$	$\Delta(\bar{q}_{кр}^e)$, %
0	50,40	–	67,82	–	76,40	–
20	53,50	6,15	68,72	1,33	72,15	-5,56
50	44,54	-11,63	67,79	-0,04	64,14	-16,05
90	55,48	10,08	78,35	15,53	53,50	-29,97
	$\bar{q}^* = 50,05$	-0,69	$\bar{q}^* = 69,82$	2,95		

2. Результати дослідження впливу на власні частоти та форми

коливань оболонки комбінованих граничних умов та величин нагріву подано на рис. 4 – рис. 9 та в табл. 2 – табл. 5.

Для трьох варіантів термосилового навантаження на рис. 4 спостерігається еволюція діаграм “нижча власна частота – навантаження” (“ $\omega_1 - \bar{q}$ ”) у залежності від способу закріплення контуру панелі (параметра граничних умов φ_0). Складному

характеру діаграм “ $\bar{q} - \bar{u}^I$ ” (рис. 2) відповідає своя перебудова кривих “ $\omega_1 - \bar{q}$ ”. Для ненагрітої оболонки (рис. 4, а) найменше значення частоти ω_1 отримано при $\varphi_0 = 50^\circ$ (доля шарнірного опирання складає 55%). Для нагрітої до $T = 40^\circ\text{C}$ панелі (рис. 4, в) для усіх значень \bar{q} відбувається зниження частоти ω_1 при зростанні долі шарнірного опирання (збільшення параметра φ_0). Така сама картина спостерігається для нагрітої до $T = 20^\circ\text{C}$ панелі при навантаженнях, менших за $\bar{q} \approx 60$. При підході до $\bar{q}_{кр}^6$ діаграми практично збігаються, що пов’язано з перебудовою власних форм коливань оболонки (рис. 9).

Аналіз залежності величини нижчої власної частоти ω_1 від величини нагріву для різних кінематичних граничних умов (рис. 5) показав наступне.

Підвищення нагріву приводить

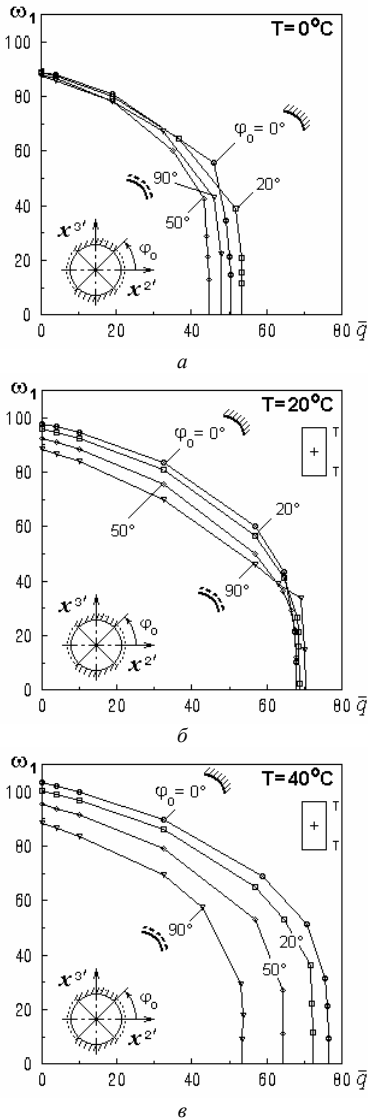


Рис. 4. Залежність діаграм “ $\omega_1 - \bar{q}$ ” від параметра граничних умов φ_0 для різних величин нагріву

до зростання частоти ω_1 при жорсткому затисненні усього контуру ($\varphi_0 = 0^\circ$) (рис. 5, а) та при незначній долі його шарнірного закріплення ($\varphi_0 = 20^\circ$) (рис. 5, б). При $\varphi_0 = 50^\circ$ зростання величини нагріву з $T = 20^\circ\text{C}$ до $T = 40^\circ\text{C}$ мало впливає на діаграми “ $\omega_1 - \bar{q}$ ”: різниця частот ω_1 для відповідних \bar{q} не перевищує 6% (рис. 5, в). При шарнірному опиранні по усьому контуру ($\varphi_0 = 90^\circ$) (рис. 5, г) ці залежності ускладнюються: при збільшенні величини тиску в діапазоні $0 \leq \bar{q} \leq 32$ нагрів практично не впливає на частоту ω_1 , як наслідок – діаграми збігаються; при подальшому навантаженні тиском нагрів на $T = 40^\circ\text{C}$ приводить до зниження власної частоти ω_1 , що пов’язано з перебудовою власних форм коливань оболонки (рис. 9).

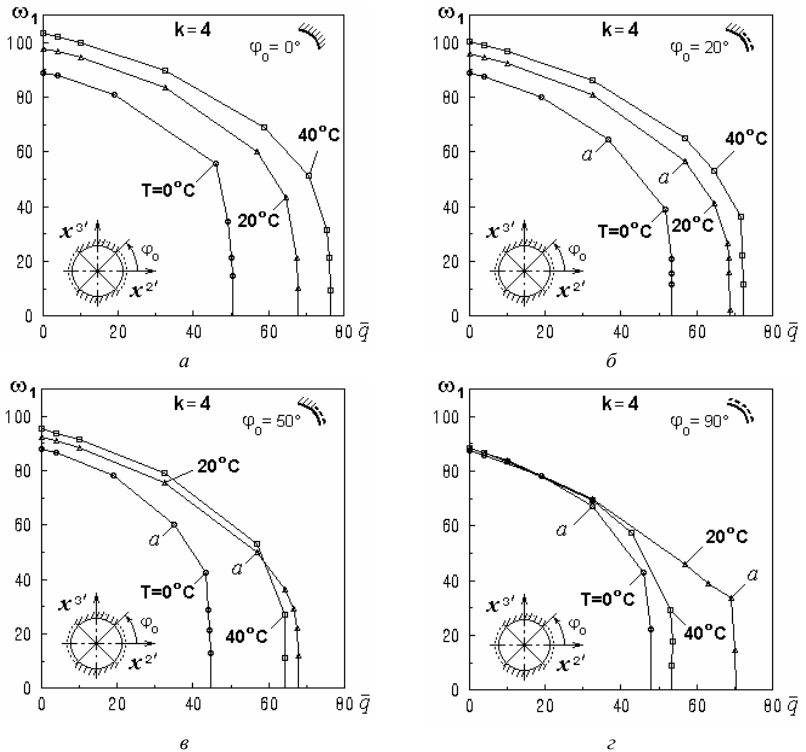






Рис. 5. Залежність діаграм “ $\omega_1 - \bar{q}$ ” від величини нагріву для різних φ_0

Побудовані графіки (рис. 5) дозволяють знайти критичні навантаження за динамічним критерієм. Навантаження, що відповідають точці $\omega_1=0$ цього графіка, визначають шукане верхнє критичне навантаження $\tilde{q}_{кр}^e$. У табл. 2 проаналізовані величини критичних навантажень, що отримані за статичним розрахунком ($\bar{q}_{кр}^e$) і за графіком “ $\omega_1 - \bar{q}$ ” ($\tilde{q}_{кр}^e$) (рис. 5). Отримано гарний збіг результатів розрахунку. При нагрівах на $T = 0^\circ\text{C}$ та $T = 20^\circ\text{C}$ і шарнірному опиранні по усьому контуру ($\varphi_0 = 90^\circ$) маємо, що знайдена за нелінійним статичним розрахунком точка розгалуження розв’язків \bar{q}^* практично збігається з відповідними величинами $\tilde{q}_{кр}^e$: для $T = 0^\circ\text{C}$ різниця складає -3,97%; для $T = 20^\circ\text{C}$ вона становить 0,72%.

Таблиця 2

Критичне навантаження, що визначено за власними частотами коливань

φ_0 , град	$T = 0^\circ\text{C}$			$T = 20^\circ\text{C}$			$T = 40^\circ\text{C}$		
	$\tilde{q}_{кр}^e$	$\bar{q}_{кр}^e$	$\Delta(\tilde{q}_{кр}^e)$, %	$\tilde{q}_{кр}^e$	$\bar{q}_{кр}^e$	$\Delta(\tilde{q}_{кр}^e)$, %	$\tilde{q}_{кр}^e$	$\bar{q}_{кр}^e$	$\Delta(\tilde{q}_{кр}^e)$, %
 0	50,32	50,40	-0,16	67,74	67,82	-0,12	76,45	76,40	0,06
 20	53,26	53,50	-0,45	68,71	68,72	-0,01	72,26	72,15	0,15
 50	44,84	44,54	0,67	67,74	67,79	0,07	64,19	64,14	0,08
 90	48,06	$\bar{q}^* =$ 50,05	-3,97	70,32	$\bar{q}^* =$ 69,82	0,72	53,23	53,50	0,05

Залежність нижчої власної частоти ω_1 від величини нагріву для різних значень параметра граничних умов φ_0 для ненавантаженої тиском панелі ($\bar{q} = 0$) приведена на рис. 6. Найменш відчутний вплив на величину ω_1 від нагріву панелі маємо при шарнірному опиранні по усьому контуру ($\varphi_0 = 90^\circ$), коли різниця за ω_1 не перевищує 1,17% (табл. 3 – 5). Найбільший – при жорсткому затисненні усього контуру ($\varphi_0 = 0^\circ$), різниця складає 16,15% (табл. 5).

В табл. 3–5 наведено чотири нижчі власні частоти коливань панелі для трьох варіантів нагріву оболонки при відсутності навантаження тиском ($\bar{q} = 0$). Графічно ці залежності зображені на рис. 7.

У всіх випадках (табл. 3–5, рис. 7, а-в) найбільші значення власних частот коливань ω_1 , ω_2 , ω_3 , ω_4 має оболонка з жорстким затисненням усього контуру ($\varphi_0 = 0^\circ$), а найменші – має оболонка з шарнірним опиранням по усьому контуру ($\varphi_0 = 90^\circ$).

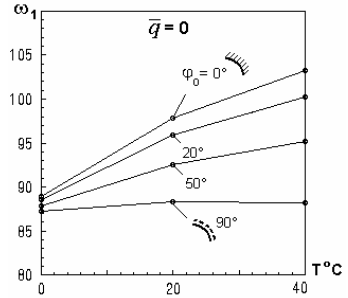


Рис. 6. Залежність власної частоти ω_1 від величини нагріву при $\bar{q} = 0$

Таблиця 3

Вплив зміни кінематичних граничних умов на нижчі власні частоти ненагрітої оболонки

φ_0 , град	$T = 0^\circ \text{C}$, $\bar{q} = 0$				
	ω_1 , Гц	Δ , % ($\varphi_0 = 0$)	ω_2 , Гц	ω_3 , Гц	ω_4 , Гц
0	88,911	–	108,81	124,55	182,91
20	88,573	-0,38	102,58	122,06	172,28
50	87,835	-1,21	99,408	118,65	164,56
90	87,279	-1,84	94,169	109,75	155,13

Таблиця 4

Вплив зміни кінематичних граничних умов на нижчі власні частоти нагрітої на $T = 20^\circ \text{C}$ оболонки

φ_0 , град	$T = 20^\circ \text{C}$, $\bar{q} = 0$					
	ω_1 , Гц	Δ , % ($\varphi_0 = 0$)	$\Delta(T = 0^\circ \text{C}, \varphi_0)$, %	ω_2 , Гц	ω_3 , Гц	ω_4 , Гц
0	97,790	–	9,99	116,25	132,73	186,73
20	95,860	-1,97	8,23	112,07	130,82	177,56
50	92,493	-5,42	5,30	109,95	128,16	170,95
90	88,300	-9,70	1,17	104,21	124,16	163,42

Таблиця 5

Вплив зміни кінематичних граничних умов на нижчі власні частоти нагрітої на $T = 40^\circ\text{C}$ оболонки

φ_0 , град	$T = 40^\circ\text{C}$, $\bar{q} = 0$						
	ω_1 , Гц	Δ , % ($\varphi_0 = 0$)	Δ , % ($T = 0^\circ\text{C}$ φ_0)	Δ , % ($T = 20^\circ\text{C}$ $\varphi_0 = 0$)	ω_2 , Гц	ω_3 , Гц	ω_4 , Гц
0	103,27	–	16,15	5,60	124,00	142,14	191,50
20	100,29	-2,89	13,23	4,62	121,23	140,85	184,03
50	95,195	-7,82	8,38	2,92	118,64	139,19	178,29
90	88,241	-14,55	1,10	-0,07	113,82	137,38	172,70

Для ненагрітої панелі (табл. 3) для різних умов закріплення контуру різниця за частотою ω_1 не перевищує 1,84%, а різниця за іншими нижчими частотами ω_2 , ω_3 , ω_4 знаходиться в діапазоні 2 – 15%.

Для нагрітої панелі на $T = 20^\circ\text{C}$ (табл. 4) і на $T = 40^\circ\text{C}$ (табл. 5) власна частота коливань ω_1 зростає відносно частоти ненагрітої оболонки відповідно на 9,99 і 16,15% при жорсткому затисненні усього контуру ($\varphi_0 = 0^\circ$) та практично не змінюється при шарнірному опираючому по усьому контуру ($\varphi_0 = 90^\circ$) – різниці складає 1,17 та 1,10%, відповідно.

Нагрів оболонки на $T = 40^\circ\text{C}$ (табл. 5) приводить до незначного зростання ω_1 відносно відповідної частоти нагрітої на $T = 20^\circ\text{C}$ панелі для параметра $\varphi_0 = 0^\circ$, $\varphi_0 = 20^\circ$, $\varphi_0 = 50^\circ$ (5,6 – 2, 92%), та зменшення на 0,07% при $\varphi_0 = 90^\circ$.

З аналізу залежностей нижчих власних частот від параметра φ_0 (рис. 7) можна зробити такі висновки. Збільшення долі шарнірно опираючому φ_0 для кожного значення нагріву приводить до падіння власних частот коливань ω_1 , ω_2 , ω_3 , ω_4 відносно відповідних величин при $\varphi_0 = 0^\circ$. Так, наприклад, при $T = 0^\circ\text{C}$ (рис. 7, а; табл. 3) це зменшення для ω_1 не перевищує 1,84%, при $T = 20^\circ\text{C}$ (рис. 7, б; табл. 4) частота ω_1 падає на 9,70%, а при $T = 40^\circ\text{C}$ (рис. 7, в; табл. 5) частота ω_1 зменшується на 14,55%.

3. Характер зміни нижчих чотирьох власних форм коливань оболонки в залежності від граничних умов і навантаження схематично зображено на рис. 9. Аналіз власних форм коливань панелі у відповідності до різних моментів навантаження (рис. 5) показав наступне.

1. Для жорстко затиснутої за контуром панелі ($\varphi_0 = 0^\circ$) нагрів на $T = 0^\circ$, 20° та 40°C не впливає на власні форми коливань. Характер перших чотирьох власних форм коливань оболонки (рис. 9, а) не змінюється при усіх рівнях навантаження, що відповідають діаграмам “ $\omega_1 - \bar{q}$ ” (рис. 5, а).

Слід відмітити, що після нагріву, стріла підйому панелі зростає, і при $T = 40^\circ\text{C}$ для жорстко затиснутої панелі досягає $k \approx 4.9$, для шарнірно опертої – $k \approx 4.7$ (рис. 2, в). При цьому власні коливання відбуваються відносно нової форми оболонки, що має більшу жорсткість, ніж вихідна (рис. 8). Для наочності форми подані у викривленому масштабі.

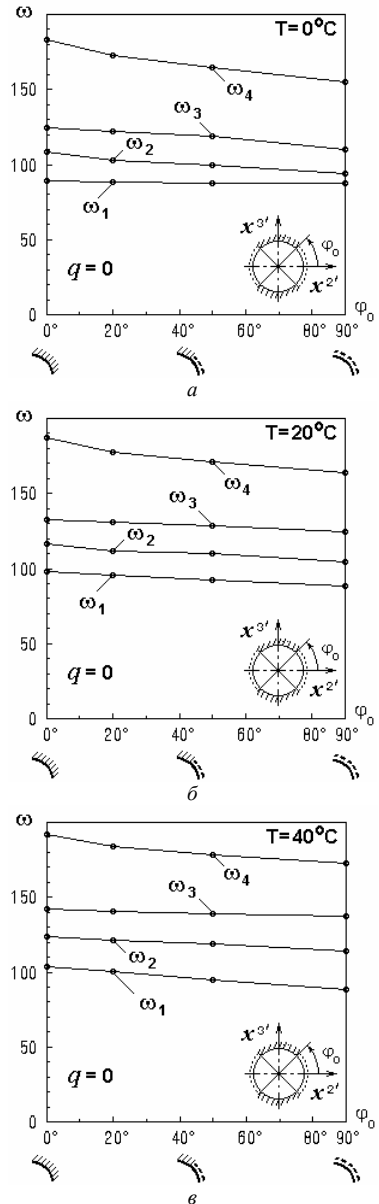


Рис. 7. Залежність нижчих власних частот від зростання області шарнірного опирання для різних величин нагріву при $\bar{q} = 0$

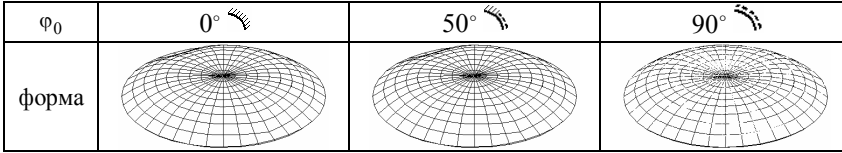
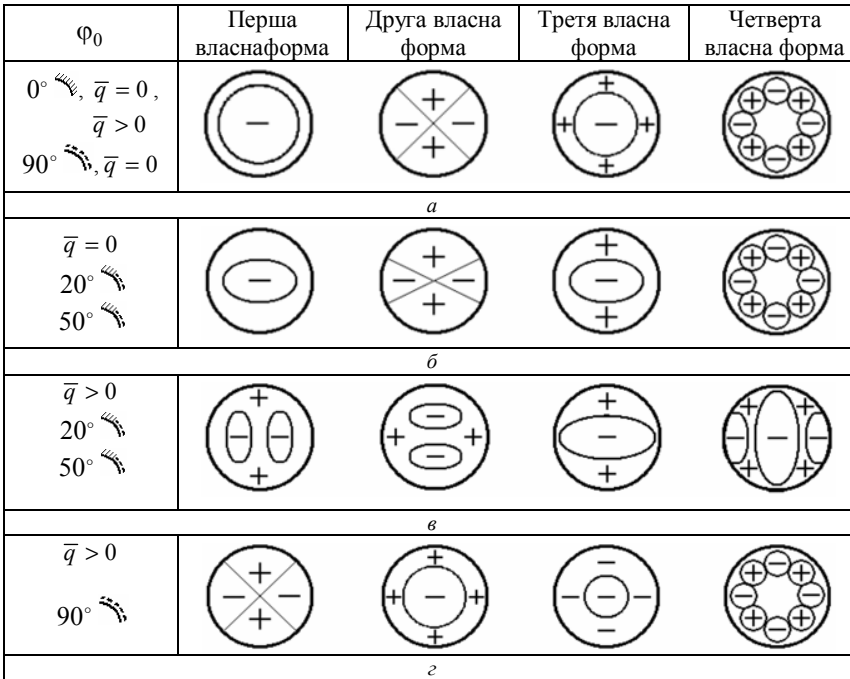


Рис. 8. Форма деформування панелі після нагріву $T = 10^\circ \div 30^\circ \text{C}$ ($\bar{q} = 0$)

Рис. 9. Вплив навантаження та граничних умов на власні форми коливань панелі

2. При комбінованому закріпленні контуру ($\varphi_0 = 20^\circ$  та $\varphi_0 = 50^\circ$ ) характер зміни перших чотирьох власних форм коливань панелі істотно залежить як від величини нагріву, так і від рівня навантаження. Для ненавантаженої тиском панелі ($\bar{q} = 0$) власні форми коливань (рис. 9, б) мало відрізняються від форм при жорсткому затисненні контуру (рис. 9, а) – кругове деформування (що відповідає першій власній частоті ω_1) приймає наближену до еліптичної форму, розтягуючись у бік шарнірного опирання, як більш слабкого способу закріплення.

При попередніх нагрівах панелі на $T = 0^\circ\text{C}$ та $T = 20^\circ\text{C}$ у процесі навантаження тиском спостерігається зміна вигляду перших власних форм коливань. При навантаженнях, що відповідають ділянкам діаграм “ $\omega_1 - \bar{q}$ ” (рис. 5, б, в) до точки “ a ”, загальний характер перших чотирьох власних форм (рис. 9, б) не змінюється. Починаючи з точки “ a ”, зростання навантаження приводить до трансформації відповідних форм (рис. 9, в). У першій власній формі з’являються дві вм’ятини, що розміщені в області шарнірного опирання.

Попередній нагрів панелі на $T = 40^\circ\text{C}$ не змінює характер перших чотирьох власних форм коливань за усією діаграмою “ $\omega_1 - \bar{q}$ ”. Цей факт можна пояснити підвищенням жорсткості оболонки через нагрів.

3. При шарнірному опиранні контуру ($\varphi_0 = 90^\circ$) перші власні форми коливань панелі, як і при розглянутому вище комбінованому закріпленні контуру оболонки, також істотно залежать від величини нагріву та рівня силового навантаження. Для ненавантаженої тиском панелі ($\bar{q} = 0$) власні форми коливань при всіх нагрівах мають вигляд схожий на форми, що має оболонка при жорсткому затисненні контуру (рис. 9, а).

При попередніх нагрівах панелі на $T = 0^\circ\text{C}$ та $T = 20^\circ\text{C}$ у процесі навантаження тиском спостерігається зміна вигляду перших власних форм коливань. При навантаженнях, що відповідають ділянкам діаграм “ $\omega_1 - \bar{q}$ ” (рис. 5, з) до точки “ a ”, характер власних форм залишається без зміни (рис. 9, а). Починаючи з точки “ a ”, зростання навантаження приводить до перебудови відповідних форм (рис. 9, з). Одержана форма власних коливань ω_1 відповідає формі втрати стійкості панелі за неосесиметричною формою (рис. 3, б).

Попередній нагрів панелі на $T = 40^\circ\text{C}$ не змінює вигляд перших чотирьох власних форм коливань за усією діаграмою “ $\omega_1 - \bar{q}$ ”. Цей факт, як і вище, можна пояснити підвищенням через нагрів жорсткості оболонки.

Висновки

Досліджено вплив на стійкість і коливання навантаженої тиском пружної сферичної панелі двох факторів: комбінованих кінематичних граничних умов та різних величин нагріву.

Застосовано комплексний підхід до розв’язування статичних задач геометрично нелінійного деформування та втрати стійкості пружних оболонок у поєднанні з методикою розрахунку тонких оболонок на власні

коливання з урахуванням переднапруженого стану на кожному кроці навантаження.

Проведені дослідження дозволили проаналізувати вплив величини попереднього нагріву та різних комбінацій закріплення контуру на втрату стійкості та власні коливання напруженої пологої осесиметричної сферичної панелі. Визначено нижчі власні частоти коливань оболонки, що залежать від величини прикладеного зовнішнього рівномірно розподіленого тиску. Проаналізовано зміну перших власних форм коливань оболонки в залежності від виду комбінованого закріплення контуру, попереднього нагріву та рівня силового навантаження.

Отримані нові результати можуть бути використані при проектуванні елементів несучих оболонкових конструкцій.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. *Репецкий О.В.* Численные расчеты собственных колебаний лопаток турбомашин с использованием МКЭ // Проблемы прочности. – 1988. – №4. – С. 31-36.
2. *Бреславский И.Д., Аврамов К.В.* Колебания геометрически нелинейных пологих оболочек переменной толщины, защемленных по части контура // Динамические системы, 2009. – Вып. 27. – С. 17-29.
3. *Каиров А.С., Моргунов С.А.* Исследование собственных колебаний лопаток турбомашин методом конечных элементов // Зб. наук. праць НУК – Миколаїв, 2012. – №5-6. – С. 76-80.
4. *Чернобрышко М.В., Аврамов К.В., Романенко В.Н., Тонконоженко А.М., Батутина Т.Я.* Собственные колебания обтекателей ракет-носителей // Вісник СевНТУ: зб. наук. пр. Серія: Механіка, енергетика, екологія. – Севастополь, 2013. – Вып. 137/2013 – С. 15-18.
5. *Болотин В.В.* О влиянии безмоментного напряженного состояния на спектр собственные колебаний тонких упругих оболочек // Изв. АН СССР: Механика и машиностроение, 1962. – № 4. – С. 52-60.
6. *Киричок И.Ф.* Динамика тонких упругих оболочек с начальными напряжениями // Прикл. механика, 1970. – № 6. – вып. 3. – С. 16-24.
7. *Агапов В.П.* Метод конечных элементов в статике, динамике и устойчивости пространственных тонкостенных подкрепленных конструкций. – Учебное пособие / М : Изд. АСВ, 2000. – 152 с.
8. *Карпов В.В., Сальников А.Ю.* Устойчивость и колебания пологих оболочек ступенчато-переменной толщины при конечных прогибах. / СПбГАСУ. СПб.: 2002. – 124 с.
9. *Гавриленко Г.Д., Майнер В.И., Кутенкова О.А.* Свободные колебания продольно сжатых подкрепленных оболочек с осесимметричными вмятинами и выпучинами // Пробл. прочности, 2009. – № 2. – С. 125-137.
10. *Жгутов В.М.* Математическое и компьютерное моделирование нелинейных свободных колебаний упругих пологих оболочек ступенчато-переменной толщины // Инженерно-строительный журнал, 2010. – №4. – С. 38-48.
11. *Баженов В.А., Кривенко О.П., Легостаев А.Д.* Стійкість і власні коливання неоднорідних оболонок з урахуванням напруженого стану // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірн. – К.: КНУБА, 2015. – Вып. 96.
12. *Киричок И.Ф.* Влияние начальных температурных напряжений на собственные колебания ортотропных цилиндрических оболочек // Тепловые напряжения в элементах конструкций, 1970. – Вып. 9. – С. 281-290.

13. *Флячок В.М., Швець Р.Н.* Влияние неравномерного нагрева на собственные колебания анизотропных цилиндрических оболочек // Тепловые напряжения в элементах конструкций, 1981. – Вып. 9. – С. 48-53.
14. *Воробьев Ю.С., Дьяконенко К.Ю., Кулишов С.Б., Скрицкий А.Н.* Влияние температурной неоднородности на колебания охлаждаемых монокристаллических лопаток газовых турбин // Вестник двигателестроения, 2009. – № 3. – С. 140-143.
15. *Быков Ю.А. Гнесин В.И.* Влияние температурной неравномерности на аэротермоупругие колебания турбинной лопатки // Технологии конструкционных материалов и машиностроения, 2011. – С. 39-44.
16. *Баженов В.А., Кривенко О.П., Соловей М.О.* Нелінійне деформування та стійкість пружних оболонок неоднорідної структури. – К.: ЗАТ «Віпол», 2010. – 316 с.
17. *Баженов В.А., Кривенко О.П., Соловей Н.А.* Нелинейное деформирование и устойчивость упругих оболочек неоднородной структуры: Модели, методы, алгоритмы, малоизученные и новые задачи. – М.: Книжный дом «ЛИБРИКОМ», 2013. – 336 с.
18. *Баженов В.А., Кривенко О.П., Соловей Н.А.* Влияние параметров комбинированного закрепления контура на потерю устойчивости пологих оболочек при термосиловых нагрузках // Труды Международной научно-практической конференции «Инженерные системы – 2012». Москва, 16–18 апреля 2012. – М.: РУДН, 2012. – С. 139-144.
19. *Vazhenov V.A., Solovei N.A., Krivenko O.P.* Modeling of Nonlinear Deformation and Buckling of Elastic Inhomogeneous Shells // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірн. – К.: КНУБА, 2014. – Вип. 92. – С. 121-147.
20. *Баженов В.А., Соловей Н.А., Кривенко О.П., Мищенко О.А.* Моделирование процессов нелинейного деформирования и потери устойчивости упругих неоднородных оболочек // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений, 2014. – № 5. – С. 14–33.

REFERENCES

1. *Repetskiy O.V.* Chislennyye raschety sobstvennykh kolebaniy lopatok turbomashin s ispolzovaniyem MKE // Problemy prochnosti. – 1988. ? №4. – С. 31-36.
2. *Breslavskiy I.D., Avramov K.V.* Kolebaniya geometricheski nelineynykh pologikh obolochek peremennoy tolshchiny. zashchemlennykh po chasti kontura // Dinamicheskiye sistemy. 2009. – Vyp. 27. – С. 17-29.
3. *Kairov A.S., Morgun S.A.* Issledovaniye sobstvennykh kolebaniy lopatok turbomashin metodom konechnykh elementov // Zb. nauk. prats NUK – Mikolaiv. 2012. ? №5-6. ? С. 76-80.
4. *Chernobryvko M.V., Avramov K.V., Romanenko V.N., Tonkonozhenko A.M., Batutina T.Ya.* Sobstvennyye kolebaniya obtekatel'ey raket-nositeley // Visnyk SevNTU: zb. nauk. pr. Seriya: Mekhanika, enerhetyka, ekolohiya. – Sevastopol', 2013. – Vyp. 137/2013 – С. 15-18.
5. *Bolotin V.V.* O vliyaniy bezmomentnogo napryazhennogo sostoyaniya na spektr sobstvenny kolebaniy tonkikh uprugikh obolochek // Izv. AN SSSR: Mekhanika i mashinostroyeniye. 1962. – № 4. – С. 52-60.
6. *Kirichok I.F.* Dinamika tonkikh uprugikh obolochek s nachalnymi napryazheniyami // Prikl. mekhanika. 1970. – № 6. – vyp. 3. – С. 16-24.
6. *Agapov V.P.* Metod konechnykh elementov v statike. dinamike i ustoychivosti prostranstvennykh tonkostennykh podkrepennykh konstruksiy. – Uchebnoye posobiye / M : Izd. ASV. 2000. – 152 s.
7. *Karpov V.V., Salnikov A.Yu.* Ustoychivost i kolebaniya pologikh obolochek stupenchato-peremennoy tolshchiny pri konechnykh progibakh. / SPbGASU. SPb.: 2002. – 124 s.
8. *Gavrilenko G.D., Matsner V.I., Kutenkova O.A.* Svobodnyye kolebaniya prodolno szhatykh podkrepennykh obolochek s osesimmetrichnymi vmyatinami i vypuchinami // Probl. prochnosti. 2009. – № 2. – С. 125-137.

9. *Zhgutov V.M.* Matematicheskoye i kompyuternoye modelirovaniye nelineynykh svobodnykh kolebaniy uprugikh pologikh obolochek stupenchato-peremennoy tolschiny // Inzhenerno-stroitelnyy zhurnal. 2010. – №4. – S. 38-48.
10. *Bazhenov V.A., Kryvenko O.P., Lehostayev A.D.* Stiykist' i vlasni kolyvannya neodnorodnykh obolonok z urakhuvanniam napruzhenoho stanu // Opir materialiv i teoriya sporud: nauk.-tekh. zbirn. – K.: KNUBA, 2015. – Vyp. 95.
11. *Kirichok I.F.* Vliyaniye nachalnykh temperaturnykh napryazheniy na sobstvennyye kolebaniya ortotropnykh tsilindricheskikh obolochek // Teplovyye napryazheniya v elementakh konstruksiy. 1970. – Vyp. 9. – S. 281-290.
12. *Flyachok V.M., Shvets R.N.* Vliyaniye neravnomernogo nagreva na sobstvennyye kolebaniya anizotropnykh tsilindricheskikh obolochek // Teplovyye napryazheniya v elementakh konstruksiy. 1981. – Vyp. 9. – S. 48-53.
13. *Vorobyev Yu.S., Diakonenko K.Yu., Kulishov S.B., Skritskiy A.N.* Vliyaniye temperaturnoy neodnorodnosti na kolebaniya okhlazhdayemykh monokristallicheskikh lopatok gazovyykh turbin // Vestnik dvigatelestroyeniya. 2009. – № 3. – S. 140-143.
14. *Bykov Yu.A., Gnesin V.I.* Vliyaniye temperaturnoy neravnomernosti na aerotermouprugiy kolebaniya turbinnoy lopatki // Tekhnologii konstruksionnykh materialov i mashinostroyeniya. 2011. – S. 39-44.
15. *Bazhenov V.A., Kryvenko O.P., Solovey M.O.* Neliniyne deformuvannya ta stiykist' pruzhnykh obolonok neodnorodnoyi struktury. – K.: ZAT «Vipol», 2010. – 316 s.
16. *Bazhenov V.A., Krivenko O.P., Solovey N.A.* Nelineynoye deformirovaniye i ustoychivost uprugikh obolochek neodnorodnoy struktury: Modeli. metody. algoritmy. maloizuchennyye i novyye zadachi. – M.: Knizhnyy dom «LIBRIKOM». 2013. – 336 s.
17. *Bazhenov V.A., Krivenko O.P., Solovey N.A.* Vliyaniye parametrov kombinirovannogo zakrepleniya kontura na poteryu ustoychivosti pologikh obolochek pri termosilovykh nagruzkakh // Trudy Mezhdunarodnoy nauchno-prakticheskoy konferentsii «Inzhenernyye sistemy – 2012». Moskva. 16–18 aprelya 2012. – M.: RUDN. 2012. – S. 139-144.
18. *Bazhenov V.A., Solovei N.A., Krivenko O.P.* Modeling of Nonlinear Deformation and Buckling of Elastic Inhomogeneous Shells // Opir materialiv i teoriya sporud: nauk.-tekh. zbirn. – K.: KNUBA, 2014. – Vyp. 92. – C. 121-147.
19. *Bazhenov V.A., Solovey N.A., Krivenko O.P., Mishchenko O.A.* Modelirovaniye protsessov nelineynogo deformirovaniya i poteri ustoychivosti uprugikh neodnorodnykh obolochek // Stroitelnaya mekhanika inzhenernykh konstruksiy i sooruzheniy. 2014. – № 5. – S. 14–33.

О.П. Кривенко

ВЛИЯНИЕ НАГРЕВА НА УСТОЙЧИВОСТЬ И СОБСТВЕННЫЕ КОЛЕБАНИЯ СФЕРИЧЕСКОЙ ПАНЕЛИ ПРИ ИЗМЕНЕНИИ УСЛОВИЙ КОМБИНИРОВАННОГО ЗАКРЕПЛЕНИЯ КОНТУРА

Изучается влияние величины предварительного нагрева на потерю устойчивости и собственные колебания упругой полой осесимметричной панели при комбинированном закреплении контура: одна часть контура защемлена, другая – шарнирно оперта. Рассматривается последовательное изменение одного типа кинематических граничных условий на другой.

Ключевые слова: гибкая оболочка, нелинейное деформирование, устойчивость, собственная частота, собственная форма колебаний, термосиловая нагрузка, комбинированное закрепление контура.

O.P. Krivenko

THE EFFECT OF HEATING ON THE STABILITY AND NATURAL VIBRATIONS OF A SPHERICAL PANEL WITH THE CHANGING COMBINED FIXATION OF THE BOUNDARY

The effect of values pre-heating on the buckling and free vibration of the axisymmetric elastic shallow panel with the combined fixation of the boundary is investigated. The panel has one section of the boundary clamped and the other hinged. The sequential partial replacement of one kind of kinematic boundary conditions by another is considered.

Key words: flexible shell, non-linear deformation, stability, eigenfrequency, eigenmode, thermo-mechanical load, combined fixation of the boundary.

Автор (вчена ступень, вчене звання, посада): кандидат технічних наук, старший науковий співробітник, провідний науковий співробітник НДІ будівельної механіки КНУБА КРИВЕНКО Ольга Петрівна.

Адреса робоча: 03680 Україна, м. Київ, Повітрофлотський проспект 31, Київський національний університет будівництва і архітектури, КРИВЕНКО Ользі Петрівні.

Адреса домашня: 03035, Україна, м. Київ, вул. Кудряшова 7-б, кв. 145, КРИВЕНКО Ользі Петрівні

Роб. тел. +38(044) 245-48-29;

мобільний тел.: +38(066) 048-32-77.

E-mail – olakop@ukr.net