УДК 539.3+511.1

# ОЦІНКА МАКСИМАЛЬНОГО ЗНАЧЕННЯ ОСЬОВОЇ СИЛИ СТИСНЕННЯ ОБОЛОНКИ ПРИ НЕЧІТКИХ ДАНИХ ЯК ЗАДАЧА НЕВИЗНАЧЕНОГО ПРОГРАМУВАННЯ

**В.О. Бараненко**[1],
д-р техн. наук, професор кафедри будівельної механіки

**Д.Л. Волчок**[1],
канд. техн. наук, доцент кафедри будівельної механіки

[1]*Придніпровська державна академія будівництва та архітектури*

Розглянуто задачу визначення максимального значення осьової сили, яка стискує кругову циліндричну ізотропну оболонку за умов стійкості та міцності, при нечіткому завданні вихідних даних – радіусі і товщині типу «близько до», «приблизно». Фаззіфікація цих даних виконана за допомогою уведення нечітких чисел. Для їх опису взято функцію належності, яка має трикутний та гаусів вигляд. Формулюється оптимізаційна задача, яка належить до класу ССР – моделей невизначеного програмування. В роботі подається обчислювальний алгоритм реалізації моделі, який базується на використанні методу Монте-Карло. Наведено декілька числових експериментів щодо вивчення впливу нечіткої інформації на величину шуканої сили.

**Ключові слова:** циліндрична оболонка, нечіткі величини, оптимальне проектування конструкцій, невизначене програмування, нечітке моделювання.

## Вступ

В задачах проектування, в тому числі й оптимального, має місце випадок, коли початкові характеристики і параметри системи є "недосконалими" даними. Така інформація може бути отримана в умовах нечіткого чи неточного опису, вимірювання, суперечливості. Проектувальник зобов'язаний уточнити інформацію про дані у відповідності до існуючих норм проектування. В механіці домінує детермінований підхід. Тут має місце поважне відношення до всього точного, строгого, кількісного. Але, в довідниках, підручниках, монографіях значна частина даних наводиться у вигляді інтервалів, неточних чисел.

Відношення до всього неточного, нестрогого, нечіткого, випадкового досить довго у дослідників і практиків залишалось зневажливим. І тільки наприкінці 20 століття до цієї проблеми стали відноситись інакше - з'явився інтерес до розгляду більш загальних задач, де б враховувались перелічені вище невизначеності. Для формулювання і розв'язання їх став необхідним такий математичний апарат, яким мав би можливість апріорі враховувати невизначеність в завданні геометричних параметрів конструкції, характеристик властивостей матеріалу, величини навантажень, їх місце прикладення та інше [1].

Таким апаратом при дії факторів випадкової природи в механіці стала теорія ймовірностей. На її основі набула розвитку теорія надійності конструкцій [2, 3].

В кінці минулого віку для сприйняття явищ і процесів, змінні яких мають добре розрізнену границю тих множин, до яких вони належать, був розроблений в математиці новий напрямок - теорія нечітких множин (fuzzy sets theory - FST). FST була задумана як математичний апарат нечіткого виводу для роботи зі змінними лінгвістичного виду [4, 5], що відповідає явищам і процесам в гуманістичних і технічних системах. В механіці цей апарат ще не зміг знайти широкого застосування [6].

Проте результати подальшого розвитку FST відкрили шлях до роботи з "недосконалими" числовими даними в багатьох галузях техніки.

Для роботи з неясним, "грубим" описом границь множин в сучасній математиці в кінці XX віку розроблено новий апарат - теорія неточних множин RST (Rough Sets Theory) [7].

Для сприйняття недостатньої інформації було запропоновано підхід [8], суть якого полягає в тому, що кожна неточна множина може бути визначена за допомогою чітких (crisp), елементарних множин які називаються нижнім та верхнім наближеннями. Теорія неточних множин доповнює теорію нечітких множин і м'яких обчислень [9], а саме: має справу з іншим видом невизначеності та суперечливості. Разом з теорією FST, RST являє собою потужний інструмент для аналізу "недосконалих" даних в умовах нечіткості, неточності, суперечливості і неповноти.

В даній статті розглядається одна з задач механіки циліндричних оболонок - визначення максимально можливого значення прикладеного повздовжнього навантаження за умови несучої здатності при завданні "сирих" вихідних параметрів - товщини і радіусу оболонки.

Розглядається вид невизначеності - нечіткий опис параметрів. Формулюється оптимізаційна модель, яка відноситься до класу CCP-моделей математичного програмування [10] (CCP - chance constrained programming - програмування з обмеженими шансами). В якості міри шансів для даних нечіткої природи взята міра - можливість (POS - possibility). Для реалізації моделі використовується метод Монте-Карло (імітаційне моделювання).

**2. Формулювання задачі**

Розглядається ізотропна кругова циліндрична оболонка, геометричні характеристики якої радіус $R$, товщина $h$ і довжина $L$ - задані величини. Матеріал оболонки характеризується модулем пружності Юнга і Пуассона, відповідно, $E$ і $\nu$, а також міцністю матеріалу на стиснення в осьовому напрямі, в якому діє стискаюча поздовжня сила $N^*$. Умови закріплення оболонки - шарнірне опирання. Для такої механічної системи призначимо фізичні обмеження у вигляді [11]

$$g_i(x) \geq u\,;\; i = 1, 2, 3, \tag{1}$$

де $u = N^*$; $x = \{x_1, x_2\}$; $x_1 = h$; $x_2 = R$; $x_1 > x_2 > 0$; $g_1(x) = P_{kp}{}^M$; $g_2(x) = P_{kp}{}^C$; $g_3(x) = P_R$; $P_{kp}{}^M$, $P_{kp}{}^C$ - відповідно місцеве і загальне критичне зусилля; $P_R$ - міцність оболонки. Тут вирази для $g_i(x)$ - дійснозначні функції вектору $x$.

Запишемо наближений вираз для критичного осьового зусилля $P_{kp}{}^M$, $P_{kp}{}^C$ у випадку шарнірного опирання стержня з кільцевим перерізом:

$$P_{kp}^M = Dx_1{}^2\,;\; D = 2\pi E / \sqrt{3(1-\nu^2)}\,; \tag{2}$$

$$P_{kp}^C = Bx_1 x_2{}^3\,;\; B = \frac{\pi^3 E}{L^2}. \tag{3}$$

Міцність оболонки на стиск $N^*$ пишемо як

$$P_R = Cx_1 x_2\,;\; C = 2\pi\sigma_0\,. \tag{4}$$

Два обмеження в (1) з означеннями (2) - (3) визначають можливість місцевої та загальної втрати стійкості оболонки як стержня.

Третє обмеження в (1) з означенням (4) забезпечує можливість неруйнування оболонки при стисканні її силою $u = N^*$.

Необхідно при заданих значеннях вихідних геометричних параметрів оболонки $h$, $R$, $L$, фізичних характеристиках $E$, $\nu$, $\sigma_0$ знайти таке максимальне значення величини $u^*$, при якому задовольняється умова несучої здатності (1)-(4).

Внаслідок маємо таку детерміновану задачу нелінійної оптимізації:

$$u^{opt} = \arg\left\{\max_{u>0} u \,\middle|\, g_i(x) \geq u\,; i = 1, 2, 3\right\}. \tag{5}$$

В постановці (5) оптимізаційної задачі всі параметри $h$, $R$, $E$, $\nu$, $\sigma_0$ або їх частина можуть бути чіткими або невизначеними, зокрема, випадковими, нечіткими, неточними.

В даній роботі, не порушуючи загальність підходу, розглядається той випадок, коли параметри $h$ і $R$ описуються за допомогою словесних кваліфікаторів, зокрема товщина $h$ дорівнює "приблизно величині $h^*$", а радіус $R$ "близький" до значення $R^*$. Можуть бути інші описи - "в інтервалі", "трохи більше, ніж", та інші.

Одночасне виконання трьох фізичних умов з нечіткою величиною $\xi = (x_1; x_2)$ де $x_1 = h$, $x_2 = R$ є нечітка подія

$$\left\{ g_i(\xi) \ge u \right\} ; \; i = 1, 2, 3 . \qquad (6)$$

У зв'язку з цим можна сформулювати задачу (5), як задачу невизначеного програмування [9]: знайти таке максимальне значення осьової стискуючої сили $\bar{u}$, при якому виконується умова

$$Pos(g_i(\xi) \ge u) \ge \beta; (0 \le \beta \le 1) , \qquad (7)$$

де $\beta$ - заданий рівень можливості, тобто

$$\bar{u}_\beta = \arg\left\{ \max_{u>0} u(\beta) \middle| Pos(g_i(\xi) \ge u) \ge \beta; i = 1, 2, 3 \right\} . \qquad (8)$$

Через $Pos$ в (7) - (8) позначено міру шансів виконання нечіткої події (6) - можливість. Має місце таке твердження: для двох нечітких чисел $A$ та $B$ ($A \subseteq \Re$; $B \subseteq \Re$) запис $Pos(A \ge B)$; $A = g_i(\xi)$; $B = u(\beta)$ означає, що можливість настання події (6) за будь-яких $A$ і $B$ являє собою найбільшу із можливостей того, що існує, принаймні, одна пара значень $x$ та $y$; $x \in \Re$; $y \in \Re$, така, що $x \ge y$, а значення $A$ та $B$ є значеннями $x$ та $y$ відповідно, тобто [9]

$$Pos(A \ge B) = \underset{x,y\in\Re}{Sup} \left\{ \min(\mu_A(x), \mu_B(y)) \middle| x \ge y \right\} \qquad (9)$$

У виразі (9) нечіткі числа $A$ і $B$ задаються функціями належності $\mu_A(x) : \Re[0;1]$; $\mu_B(y) : \Re[0;1]$, які відповідають умовам означення їх, а саме:

1) $\underset{x\in\Re}{Sup}\ \mu_A(x) = 1$; $\underset{y\in\Re}{Sup}\ \mu_B(y) = 1$ - нормальності;

2) неперервності;

3) опуклості: для будь яких $x_1, x_2 \in A \subseteq \Re;\ 0 \le \lambda \le 1$ має місце

$$\mu_A\left[\lambda x_1 + (1-\lambda)x_2\right] \le \min\left[\mu_A(x_1), \mu_A(x_2)\right] .$$

Число $B$ є дійсним і таким, що $\mu = 1$.

### 3. Нечітке моделювання

Під нечітким моделюванням тут розуміється процес виконання таких етапів дослідження: а) фаззіфікація; б) аналіз, імітаційне моделювання, оптимізація; в) дефаззіфікація.

Сутність першого етапу полягає в опису початкової вихідної інформації в термінах теорії нечітких множин, тобто тут для даних нечіткої природи уводиться відповідна функція належності. При розв'язанні практичних задач ця функція задається поза межами теорії нечітких множин, а її адекватність не можна перевірити підходами самої теорії.

Другий етап моделювання полягає в установленні відповідності між нечіткими даними і простором відображених результатів.

Третій етап є зведенням результатів другого етапу до чітких значень шуканих параметрів. Для задачі, яка розглядається тут, таким параметром є змінна $\overline{u}_\beta$ для заданого апріорі рівня $\beta$ .

### 3.1. Етап фаззіфікації

Нехай параметри $h$ і $R$ задаються нечіткими числами з відповідними функціями належності

$\mu_h(x): X \to [0;1]$; $\mu_R(x): X \to [0;1]$; $x = \{x_1 = h, x_2 = R\} \in \mathrm{X}$

$X \subseteq \Re$ - множина дійсних чисел.

Адекватною формалізацією лінгвістичних описів "приблизно", "близько до" є нечіткі числа ( $L-R$ ) типу з функцією належності [12, 13]

$$\mu(x) = \begin{cases} L\left(\dfrac{m-x}{\Delta_L}\right) & x \le m \\ R\left(\dfrac{x-m}{\Delta_R}\right) & x > m, \end{cases} \tag{10}$$

де $L, R$ - деякі функції, $m$ - дійсне число (мода) таке, що $A\left(\mu_A(m) = 1\right)$; $\Delta_L$, $\Delta_R$ - відповідно лівобічний та правобічний розкид. При збільшенні розкидів $\Delta_L$, $\Delta_R$ число $A$ стає "більш" нечітким. Таке число $A$ записується у вигляді (рис. 1).

$$A = \left(m, \Delta_L, \Delta_R\right)_{LR}, \; a = m - \Delta_L, \; b = m + \Delta_R . \tag{11}$$

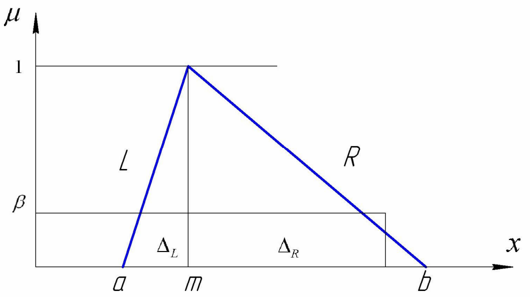


Рис. 1. Означення нечіткого числа

Використовується також інший вигляд запису нечіткого числа $A = \left(a, m, b\right)_\Delta$ .

Нехай функції $L(x)$ і $R(x)$ виконують відображення $\Re \to [0;1]$ і задовольняють таким умовам:

а) $L(-x) = L(x)$ ; $R(-x) = R(x)$ ;

б) $L(0) = 1$ ; $R(0) = 1$ ;

в) функції $L(x)$ і $R(x)$ є не зростаючими унімодальними на інтервалі $(0, +\infty)$ .

Для заданого $\beta$ - рівня із означення функцій належності $\mu_h(x)$ і $\mu_R(x)$ формуються множини $x_1 \subseteq X$ , $x_2 \subseteq X$ , $X \subseteq \Re$ (рис. 2).

$$X_k = \left[ x_k^-(\beta), x_k^+(\beta) \right]; k = 1,2. \tag{12}$$

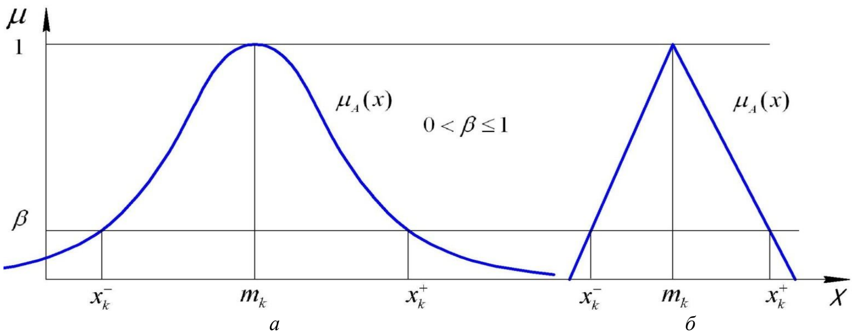


Рис. 2. Утворення множин $X_k$

Якщо $\mu(x)$ є функцією Гауса (рис. 2, *а*)

$$\mu(x) = \exp\left( -\frac{(x-m)^2}{2\sigma^2} \right); \ m, \ \sigma \text{ - параметри,} \tag{13}$$

то

$$x_k^- = m_k - \sigma_k \sqrt{-2\ln\beta} \ ; \ x_k^+ = m_k + \sigma_k \sqrt{-2\ln\beta} \ . \tag{13,а}$$

У випадку, коли $\mu(x)$ розглядається у вигляді трикутника (рис. 1, рис. 2, *б*)

$$\mu(x) = \begin{cases} \dfrac{x-a}{m-a}, a \le x \le m \\ \dfrac{b-x}{b-m}, m < x \le b, \end{cases} \tag{14}$$

то

$$x_k^- = a_k + \beta(m_k - a_k) ; \qquad x_k^+ = b_k - \beta(b_k - m) \ . \tag{14,а}$$

**3.2. Етапи імітаційного моделювання**

На основі інформації щодо формулювання задачі, етапу фаззіфікації та положень методу Монте-Карло пропонується такий алгоритм:

Початок.

1. Призначити $sw = -\infty$ ; $ss = +\infty$ .

Основний цикл: $j = 1, 2, ..., M$ .

2. Отримати в інтервалі [0,1] випадкові числа за рівномірним законом розподілу

$\xi_k = random$ ; $k = 1, 2$ .

3. З інтервалів $X_k (k = 1, 2)$ , визначених в (12), (13) або (12), (14) знайти, в залежності від функції належності, величини $x_{kj}$ ; $(k = 1, 2)$ .

$$x_{kj} = x_k^-(\beta) + (x_k^+(\beta) - x_k^-(\beta))\xi_k \ . \qquad (15)$$

4. Обчислити за означенням (2) – (4) функції $g_i = g_i(x_k)$; $i = 1, 2, 3$.

5. Знайти $w = \min\limits_i \left\{ g_{ij} \right\} : i = 1, 2, 3$ .

6. Якщо $w < ss$ , то призначити $ss = w$ .

Якщо $w > sw$ , то призначити $sw = w$ .

7. $j = j + 1$ . Повторити обчислення з кроку 2 $M$ разів (випробувань).

8. Кінець циклу.

9. Призначити $\overline{u}_L = ss$ ; $\overline{u}_R = sw$ , відповідне лівобічне та правобічне значення величини $\overline{u}_\beta$ .

10. Кінець.

*Зауваження*. Вибрані числа $x_k(\beta)$ $(k = 1, 2)$ є такими, що $\mu_h(x_1, x_2) \ge \beta$ , $\mu_R(x_1, x_2) \ge \beta$ тобто задовольняють основне обмеження задачі (8).

**3.3. Дефаззіфікація**

В результаті реалізації попереднього етапу моделювання обчислюються для кожного дискрету $\beta$ значення нечіткої величини $u_\beta = \left\{ u_L(\beta), u_R(\beta) \right\}_{LR}$ .

Модальне значення приймає величина при $\beta = 1$ ; $u_L(1) = u_R(1)$ .

З цих результатів сформуємо послідовність $V = \left\{ V_j \right\}$ ; $j = 1, 2, ..., T$ для $n$ дискретів, а саме: $V_1 = u_L(\beta_1)$ ; $V_2 = u_L(\beta_2)$ ; …; $V_{n-1} = u_L(\beta_{n-1})$ ; $V_n = u_L(\beta_n = 1) = u_R(\beta_n = 1)$ ; $V_{n+1} = u_R(\beta_{n-1})$ ; $V_{n+2} = u_R(\beta_{n-2})$ ;…; $V_{m-1} = u_R(\beta_2)$ ; $V_m = u_R(\beta_1)$ , де $m = 2n - 1$ ; $\beta_1 < \beta_2 < \beta_3 < ... < \beta_n = 1$ .

З елементів послідовності $\{V_i\}$ ; $i = 1, 2, ..., m$ та означення $\mu_j = \beta_j$ за допомогою операції об’єднання запишемо отриману нечітку величину $u_k^f(\beta)_{LR}$

$$u_k^f(\beta)_{LR} = \sum_{j=k}^{T_k} \frac{\mu_j}{V_j}\ ;\ k = 1, 2, ..., n\ , \tag{16}$$

де $T_k = 2n - k$ .

Для перетворення нечіткого числа $u_k^f(\beta)_{LR}$ в чітке $\overline{u}$ скористаємось способом, який запропоновано в роботі [9], а саме:

$$\overline{u} = \sum_{i=1}^{T} s_i V_i\ , \tag{17}$$

де $s_i$ - вагові коефіцієнти, які враховують інформацію про $\{\mu_i\}$; $i = 1, 2, ..., T$ ;

$$s_1 = \frac{1}{2}\left[\mu_1 + \max_{1\le j\le m} \mu_j - \max_{1\le j\le m} \mu_j\right];$$

$$s_i = \frac{1}{2}\left[\max_{1\le j\le i} \mu_j - \max_{1\le j\le i} \mu_j + \max_{i\le j\le m} \mu_j + \max_{i\le j\le m} \mu_j\right] \text{ для } i = 2, 3, ..., m-1\ ; \tag{18}$$

$$s_m = \frac{1}{2}\left[\max_{1\le j\le m} \mu_j - \max_{1\le j\le m} \mu_j + \mu_m\right].$$

Співвідношення (17)-(18) є виразом очікуваного результату (аналогія в теорії ймовірностей – математичне сподівання).

Існують також інші способи дефаззіфікації нечітких величин [12].

### 4. Числові експерименти

### 4.1. Перша інформаційна ситуація щодо вихідних даних

При таких значеннях числових даних: $E = 8{,}16 \cdot 10^6\ Н/см^2$, $\nu = 0{,}3$, $\sigma_0 = 162 \cdot 10^2\ Н/см^2$, $L = 300\ см$, $m_1 = 0{,}07\ см$, $m_2 = 10\ см$, $M = 5 \cdot 10^5$, даних таблиці 1 і функції належності гаусового виду (14) за пропонованим алгоритмом виконано декілька числових експериментів, результати яких подано в таблицях 2 - 5 і відповідних графіках (рис. 3, 4).

Таблиця 1

Параметри експериментів

| № експерименту | $\sigma_h$ , см | % | $\sigma_R$ , см | % |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 0,01 | 14 | 1 | 10 |
| 2 | 0,01 | 14 | 2 | 20 |
| 3 | 0,02 | 28 | 2 | 20 |
| 4 | 0,01 | 14 | 0,1 | 1 |

В стовпцях «%» наводиться відсоток величини $\sigma$ від точного значення параметрів $m_h = 0,07$ і $m_R = 10$.

Розв’язання детермінованої задачі (5) виконано також за методом Монте-Карло. Отримано такий результат $u^{\det} = 71251$ *Н*, з яким порівнюються розв’язки задачі оптимізації при нечітких даних (перша інформаційна ситуація): товщина оболонки «приблизно дорівнює 0,07 *см*», а радіус «близький до 10 *см*».

Таблиця 2

Експеримент 1

| $\beta$ | $u_\beta^L$ | $u_\beta^R$ | $\overline{u}_\beta$ | $\mathrm{Pr}_\beta,\%$ |
|---|---|---|---|---|
| 0,1 | 39479 | 111476 | 72877 | 2,3 |
| 0,2 | 44172 | 105052 | - | - |
| 0,3 | 47771 | 100171 | 72663 | 2,0 |
| 0,4 | 50288 | 95833 | - | - |
| 0,5 | 52774 | 92664 | 72253 | 1,4 |
| 0,6 | 55291 | 89603 | - | - |
| 0,7 | 57678 | 86184 | 71807 | 0,8 |
| 0,8 | 60524 | 82993 | 71687 | 0,6 |
| 0,9 | 63742 | 79279 | 71488 | 0,3 |
| 1 | 71251 | 71251 | 71251 | 0 |
| 0,95 | 66021 | 76773 | | |
| 0,99 | 68914 | 73667 | | |

Таблиця 3

Експеримент 2

| $\beta$ | $u_\beta^L$ | $u_\beta^R$ | $\overline{u}_\beta$ | $\mathrm{Pr}_\beta,\%$ |
|---|---|---|---|---|
| 0,1 | 27107 | 132050 | 74422 | 4,4 |
| 0,2 | 34668 | 121335 | - | - |
| 0,3 | 38796 | 113522 | 73891 | 3,7 |
| 0,4 | 42536 | 107464 | 73548 | 3,2 |
| 0,5 | 45968 | 102136 | 73168 | 2,7 |
| 0,6 | 49203 | 97420 | - | - |
| 0,7 | 52415 | 93241 | 72508 | 1,8 |
| 0,8 | 56124 | 88248 | 72059 | 1,1 |
| 0,9 | 60784 | 82803 | 71745 | 0,7 |
| 0,95 | 63819 | 79260 | - | - |
| 0,99 | 67949 | 74675 | - | - |
| 0,999 | 70195 | 72337 | - | - |
| 0,9999 | 71146 | 71360 | - | - |
| 1 | 71251 | 71251 | 71251 | 0 |

Таблиця 4

Эксперимент 3

| $\beta$ | $u_\beta^L$ | $u_\beta^R$ | $\bar{u}_\beta$ | $\mathrm{Pr}_\beta$,% |
|---|---|---|---|---|
| 0,1 | 15421 | 162307 | 77500 | 8,8 |
| 0,2 | 23167 | 145512 | - | - |
| 0,3 | 28152 | 132473 | 76241 | 7,0 |
| 0,4 | 32679 | 124862 | 75778 | 6,4 |
| 0,5 | 37213 | 116574 | 75027 | 5,3 |
| 0,6 | 41043 | 108917 | - | - |
| 0,7 | 45391 | 103207 | 73662 | 3,4 |
| 0,8 | 50307 | 95882 | 72819 | 2,2 |
| 0,9 | 56557 | 87645 | 72024 | 1,1 |
| 1 | 71251 | 71251 | 71251 | 0 |
| 0,99 | 66532 | 76146 | 71338 | 0,12 |

Таблиця 5

Эксперимент 4

| $\beta$ | $u_\beta^L$ | $u_\beta^R$ | $\bar{u}_\beta$ | $\mathrm{Pr}_\beta$,% |
|---|---|---|---|---|
| 0,1 | 48637 | 95016 | 74828 | 0,25 |
| 0,2 | 52244 | 90949 | | |
| 0,3 | 54798 | 88060 | 71371 | 0,17 |
| 0,4 | 56894 | 85994 | | |
| 0,5 | 58696 | 84062 | 71349 | 0,14 |
| 0,6 | 60488 | 82232 | | |
| 0,7 | 62261 | 80500 | | |
| 0,8 | 64150 | 72488 | | |
| 0,9 | 66357 | 76209 | 71281 | 0,04 |
| 1 | 71251 | 71251 | 71251 | 0 |
| 0,95 | 67825 | 74732 | | |
| 0,99 | 69736 | 72781 | | |
| 0,9999 | 71101 | 71405 | | |

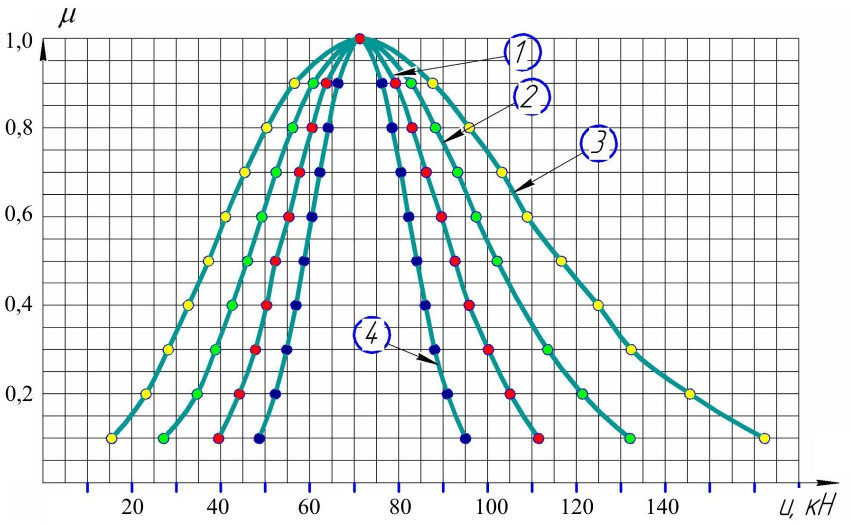


Рис. 3. Графічне зображення нечітких чисел $\overline{u}_L(\beta)$ і $\overline{u}_R(\beta)$

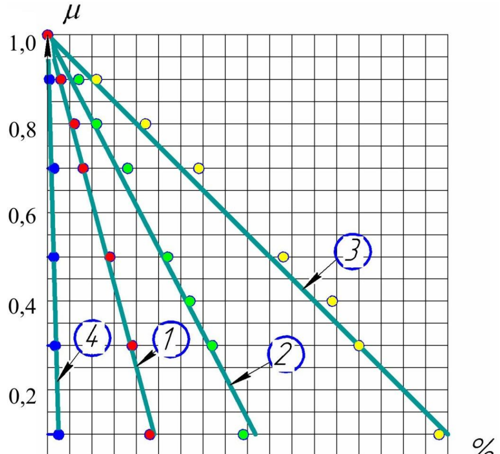


Рис. 4. Відхилення $\overline{u}(\beta)$ від розв'язку детермінованої задачі (в %)

для дискретів $\mu_i = \beta_i$ для чотирьох експериментів

### 4.2. Друга інформаційна ситуація щодо вихідних даних

В практиці застосування нечітких величин [13] найчастіше використовуються нечіткі трикутникові числа з функцією належності

(14). Нехай параметр $R$ задається таким чином: величина радіусу оболонки "трохи більше, чим 10 *см*". Фаззіфікацію цієї ситуації здійснено за допомогою уведення поняття напівчітких чисел [14] з функцією належності, наприклад, виду (13) - (14), коли $a = m$ (рис. 1, 2), тобто з коефіцієнтом розкиду нечіткості $\Delta_L = 0$ . Коли $\Delta_R = 0$ адекватно описується інформаційна ситуація "трохи менше, чим".

На рис. 5. і табл. 6 надано результати двох числових експериментів при таких даних: $m_h = 0,07$ *см*; $\Delta_R^h = 0,01$ *см*; $m_R = 10$ *см*;

A) $\Delta_R^R = 0,1$ *см*;

B) $\Delta_R^R = 1$ *см*.

Через $\Delta_R^h$, $\Delta_R^R$ позначено правобічний розкид параметрів $h$ та $R$ відповідно.

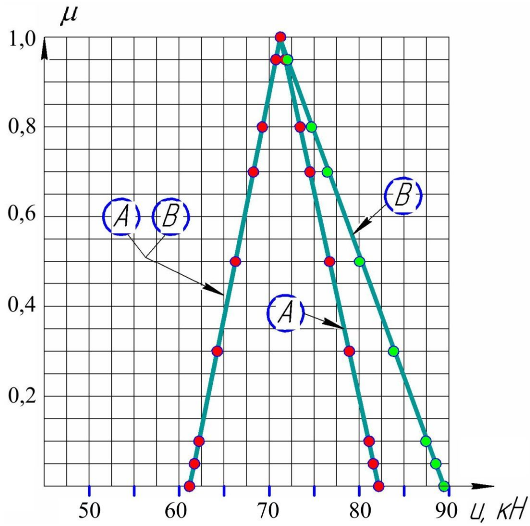

Рис. 5. Графічне зображення нечітких чисел $\overline{u}_L(\beta)$ і $\overline{u}_R(\beta)$

Таблиця 6

Результати числових експериментів A, B

| $\beta$ | Експеримент A | | Експеримент B | |
|---|---|---|---|---|
| | $u_L$ | $u_R$ | $u_L$ | $u_R$ |
| 0,0 | 61144 | 82189 | 61385 | 89442 |
| 0,05 | 61687 | 81564 | 61961 | 88545 |
| 0,1 | 62204 | 81106 | 62289 | 87430 |
| 0,3 | 64217 | 78874 | 64291 | 83827 |
| 0,5 | 66251 | 76683 | 66491 | 80053 |
| 0,7 | 68237 | 74522 | 68371 | 76467 |
| 0,8 | 69240 | 73421 | 69309 | 74701 |
| 0,95 | 70748 | 71794 | 70760 | 72105 |
| 1 | 71251 | 71251 | 71251 | 71251 |
| Результати дефаззіфікації | $\overline{u}_{0.05}^{\det} = 71428.7$, що на 0,25% більше від $\overline{u}_1^{\det}$ | | $\overline{u}_{0.05}^{\det} = 72934$, що на 2,4% більше від $\overline{u}_1^{\det}$ | |

**5. Оцінка результатів**

Для оцінки точності отриманих числових результатів у вигляді словесних висловлювань скористаємось означенням лінгвістичної змінної «Точність» [5]. На рис. 6. наведено терми та їх характеристики у формі числових інтервалів. Дані цих інтервалів можна оцінити експертним чином. Тут пропонується авторська експертна оцінка. Вона може бути іншою.

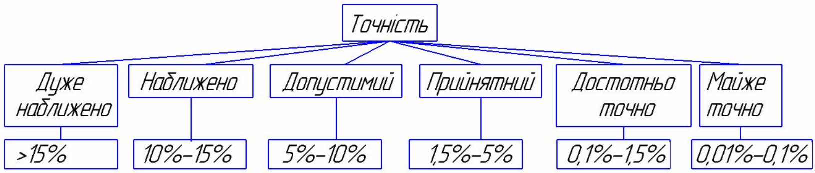


Рис. 6. Лінгвістична змінна «Точність» з її термами та експертними оцінками

За цим означенням отримано оцінки максимальної величини сили стискання $N^* = \overline{u}_\beta$ на оболонку для деяких рівнів можливості виконання умови (7). Оцінки записано в таблиці 7.

Таблиця 7

Оцінка розв’язку для деяких рівнів можливостей в залежності від нечітких даних

| № експе-рименту | Оцінка розв’язку $\overline{u}_\beta$ | | |
|---|---|---|---|
| | $\beta = 0,1$ | $\beta = 0,7$ | $\beta = 0,9$ |
| 1 | Прийнятно | Достатньо точно | Достатньо точно |
| 2 | Допустимо | Прийнятно | Достатньо точно |
| 3 | Допустимо | Допустимо | Прийнятно |
| 4 | Достатньо точно | Достатньо точно | Майже точно |

**6. Висновки**

1. Адаптовано математичний апарат теорії нечітких множин до сформульованої оптимізаційної задачі визначення максимального значення осьової сили, що діє на циліндричну оболонку, з урахуванням обмежень несучої здатності і нечіткого завдання її геометричних параметрів – товщини і радіусу.

2. Розроблено алгоритм імітаційного моделювання оптимізаційної задачі на основі використання методу Монте-Карло.

3. Алгоритм передбачає виконання трьох етапів – фаззіфікації, оптимізації і дефаззіфікації оптимальних нечітких результатів.

Використано вид адекватності опису нечітких означень «близько до», «приблизно», «трохи більше».

4. Виконано декілька числових експериментів, за якими отримано оптимальні проекти – максимальне значення повздовжньої сили, що діє на конструкцію, для конкретних рівнів можливості здійснення нечіткої події – задовільнення умов несучої здатності. Істотно, чим більше рівень можливості, тим ближче наближається до значення сили у випадку детермінованої задачі. Збільшення значень параметрів $\sigma_h$ і $\sigma_R$, $\Delta_R$ призводить до збільшення значення відхилень від детермінованого розв'язку оптимізаційної задачі. За отриманими даними, наведеними в табл. 7, можна виявити допустимі границі завдання «грубих» вихідних даних.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ


1. *Banichuk N. V.* Introduction of Optimization of Structures, Moscow-Nauka. – 1986 (in Russian).
2. *Bolotin V.V.* Statistical Methods in Structural Mechanics, Holdeu-Day, San Francisco, 1969
3. *Augusti G., Baratta A., Casiati F.* Probabilistic methods in structural engineering. - London-New York, Chapmen and Hall. 1984, 584p
4. *Zadeu L.A.* Fuzzy sets. Information and control – p. 338 – 353
5. *Заде Л.* Понятие лингвистической переменной и его применение к принятию приближённых решений. М.: Мир. - 1976. - 163 с. (Серия "Новое в зарубежной науке. Математика" вып. 3).
6. *Baranenko V.A., Vojnakov A.Yu.* Optimal design at random and fuzzy information about loading. In.J. Obrebski editor, Light weight structures in civil engineering XII LSCE (1 dec. 2000 Warsaw), 2006 p. 22-24
7. *Pawlak Z.* Rough sets, Theoretical Aspects of Reasoning about Data, - Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, - 1991.
8. *Pawlak Z.* Rough sets, International journal of information and computer science, vol. 11, №5. -1982. - p 341-356.
9. *Liu B.* Uncertain programming, Wiley, New-York, 1999.
10. *Liu B.* Theory and practice of Uncertain programming, Springer – Verlay, Berlin, - 2009
11. *Гинзбург И.Н., Кан С.Н.* Об одном методе выбора оптимальных параметров тонкостенной конструкции // «Труды VI Всесоюзной конференции по теории оболочек и пластин. Днепропетровск, 1969» - М.: Наука 1970. с. 271-273.
12. *Рутковская Д., Пилинський М., Рутковский Л.* Нейронные сети, генетические алгоритмы и нечёткие системы. М.: Горячая линия - Телеком. 2008. - 383 с.
13. *Борисов В.В., Федулов А.С., Зернов М.М.* Основы нечёткой арифметики (Серия "Основы нечёткой математики" Кн. 2) М.: Горячая линия - Телеком. 2014.
14. *Яхъева Г.Э.* Нечёткие множества и нейронные сети. - М.: Интернет - Университет Информационных технологий. - Бином. Лаборатория знаний. - 2008. - 316 с. (Серия "Основы информационных технологий").

## REFERENCES

1. *Banichuk N. V.* Introduction of Optimization of Structures, Moscow-Nauka. – 1986 (in Russian).
2. *Bolotin V.V.* Statistical Methods in Structural Mechanics, Holdeu-Day, San Francisco, 1969
3. *Augusti G., Baratta A., Casiati F.* Probabilistic methods in structural engineering. - London-New York, Chapmen and Hall. 1984, 584p
4. *Zadeu L.A.* Fuzzy sets. Information and control – p. 338 – 353
5. *Zadeu L.* Ponyatie lingvisticheskoj peremennoj i ego primenenie k prinyatiyu priblizhyonnyh reshenij (The concept of linguistic variable and its application to the adoption of approximate solutions) M.: Mir. - 1976. - 163 p. (Seriya "Novoe v zarubezhnoj nauke. Matematika" vyp. 3).
6. *Baranenko V.A., Vojnakov A.Yu.* Optimal design at random and fuzzy information about loading. In.J. Obrebski editor, Light weight structures in civil engineering XII LSCE (1 dec. 2000 Warsaw), 2006 p. 22-24
7. *Pawlak Z.* Rough sets, Theoretical Aspects of Reasoning about Data, - Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, - 1991.
8. *Pawlak Z.* Rough sets, International journal of information and computer science, vol. 11, №5. -1982. - p 341-356.
9. *Liu B.* Uncertain programming, Wiley, New-York, 1999.
10. *Liu B.* Theory and practice of Uncertain programming, Springer – Verlay, Berlin, - 2009
11. *Ginzburg I.N., Kan S.N.* Ob odnom metode vybora optimal'nyh parametrov tonkostennoj konstrukcii (A method for selecting the optimal parameters of thin-walled structure). Trudy VI Vsesoyuznoj konferencii po teorii obolochek i plastin. Dnepropetrovsk, 1969, M.: Nauka 1970. p. 271-273.
12. *Rutkovskaya D., Pilins'kij M., Rutkovskij L.* Nejronnye seti, geneticheskie algoritmy i nechyotkie sistemy (Neural networks, genetic algorithms and fuzzy systems) M.: Goryachaya liniya - Telekom. 2008. - 383 p.
13. *Borisov V.V., Fedulov A.S., Zernov M.M.* Osnovy nechyotkoj arifmetiki (Basics of fuzzy arithmetic) (Seriya "Osnovy nechyotkoj matematiki" Kn. 2) M.: Goryachaya liniya - Telekom. 2014.
14. *Yah"eva G.E.* Nechyotkie mnozhestva i nejronnye seti (Fuzzy Sets and Neural Networks). - M.: Internet - Universitet Informacionnyh tekhnologij. - Binom. Laboratoriya znanij. - 2008. - 316 p. (Seriya "Osnovy informacionnyh tekhnologij").

*Baranenko V.A., Volchok D.L.*

**ESTIMATION OF THE MAXIMUM AXIAL FORCE OF COMPRESSED SHELL WITH FUZZY DATA AS A PROBLEM OF UNCERTAIN PROGRAMMING**

In the theory of structural design, including the optimal one, where the deterministic approach dominates, it raises interest in considering more general problems in which situations are taken into account when information about the factors of the system being designed is of an uncertain nature. Uncertainty can have probable, fuzzy and inaccurate nature. To formulate and solve problems in these cases, a mathematical apparatus is needed that would have the ability to a priori take into account any kind of uncertainty. Under the influence of random factors, probability theory became popular in mechanics. Based on it, the theory of safety was developed. Accounting of the fuzzy description factors is possible within the framework of fuzzy sets theory. From the standpoint of this theory, the problem of determining the maximum value of the axial force that compresses a circular cylindrical isotropic shell under conditions of stability and strength is considered, with a fuzzy specification of the initial data - radius and thickness of the type "close to", "approximately". Under fuzzy modeling is meant the execution of such stages of research as fuzzification, analysis, simulation modeling, optimization. The fuzzification of these data is accomplished by introducing fuzzy numbers. For their description, the membership function is used, which has a triangular and Gaussian form. An optimization problem is formulated that relates to the class of CCP -models of uncertain programming. A computational algorithm for realizing the model based on the Monte Carlo method is given in the paper. Several numerical experiments to study the influence of fuzzy information on which the optimal projects were obtained - the maximum value of the longitudinal force acting on the structure, for specific levels of the possibility of performing a fuzzy event - satisfaction of the conditions of the bearing capacity are given. As higher a level of opportunity as closer result to the case of a deterministic problem. An increase in the values of the parameters leads to an increase in the deviation from the deterministic calculation results of the optimization problem. To assess the accuracy of the obtained numerical results in the form of verbal terms, the definition of the linguistic variable "Accuracy" was introduced as one of the variants of the author's expert evaluation. From the data obtained, it is possible to identify the permissible limits of the specification of "rough" initial data.

**Keywords:** cylindrical shell, fuzzy values, the optimal design of structures, uncertain programming vague, fuzzy modelling.

*Бараненко В.А., Волчок Д.Л.*

**ОЦЕНКА МАКСИМАЛЬНОГО ЗНАЧЕНИЯ ОСЕВОЙ СИЛЫ СЖАТИЯ ОБОЛОЧКИ ПРИ НЕЧЕТКИХ ДАННЫХ КАК ЗАДАЧА НЕОПРЕДЕЛЕННОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ**

Рассмотрена задача определения максимального значения осевой силы, которая сжимает круговую цилиндрическую изотропную оболочку в условиях устойчивости и прочности, при нечётком задании исходных данных - радиусе и толщине типа «близко к», «приблизительно». Фаззификация этих данных выполнена с помощью введения нечетких чисел. Для их описания взято функцию принадлежности, которая имеет треугольный и гауссов вид. Формулируется оптимизационная задача, которая относится к классу ССР - моделей неопределенного программирования. В работе подается вычислительный алгоритм реализации модели, основанный на использовании метода Монте-Карло. Приведены несколько численных экспериментов по изучению влияния нечеткой информации на величину искомой силы.

**Ключевые слова:** цилиндрическая оболочка, нечеткие величины, оптимальное проектирование конструкций, неопределенное программирования, нечеткое моделирование.

УДК 539.3+511.1
*Бараненко В.О., Волчок Д.Л.* **Оцінка максимального значення осьової сили стиснення оболонки при нечітких даних як задача невизначеного програмування** // Опір матеріалів і теорія споруд. – 2016. – Вип. 97. – С. 90 – 106.
Розглянуто задачу визначення максимального значення осьової сили, яка стискує кругову циліндричну ізотропну оболонку за умов стійкості та міцності, при нечіткому завданні вихідних даних.
Табл. 7. Іл. 5. Бібліогр. 14 назв.

*Baranenko V.A., Volchok D.L.* **Estimation of the maximum axial force of compressed shell with fuzzy data as a problem of uncertain programming** // Strength of Materials and Theory of Structures. – 2016. – Issue 97. – P. 90 – 106. – Ukr.
The problem of determining the maximum axial force that compresses isotropic circular cylindrical shell under the conditions of stability and strength with the fuzzy job output data.

*Бараненко В.А., Волчок Д.Л.* **Оценка максимального значения осевой силы сжатия оболочки при нечетких данных как задача неопределенного программирования** // Сопротивление материалов и теория сооружений. – 2016. – Вып. 97. – С. 90 – 106.
Рассмотрена задача определения максимального значения осевой силы, которая сжимает круговую цилиндрическую изотропную оболочку в условиях устойчивости и прочности, при нечетком задании исходных данных.

**Автор (вчена ступень, вчене звання, посада)***: кандидат технічних наук, доцент, заступник декана факультету ПЦБ ВОЛЧОК Денис Леонідович*
*Адреса робоча:* 49600, м. Дніпропетровськ, вул. Чернишевського, 24а ДВНЗ "Придніпровська державна академія будівництва та архітектури*, ВОЛЧОК Денис Леонідович*
***Адреса домашня:*** *49094 Україна, м. Дніпропетровськ, вул. Мандриківська 149/60, ВОЛЧОК Денис Леонідович*
***Роб. тел.*** *+38(056)7563422;* ***мобільний тел.:*** *+38(066) 727-656-0*
*E-mail – VolchokDL@yandex.ru*

**Автор (вчена ступень, вчене звання, посада)***: доктор технічних наук, професор Бараненко Валерій Олексійович*
*Адреса робоча:* 49600, м. Дніпропетровськ, вул. Чернишевського, 24а ДВНЗ "Придніпровська державна академія будівництва та архітектури*, Бараненко Валерій Олексійович*
***Адреса домашня:*** *49005 Україна, м. Дніпропетровськ, вул. Писаржевського 8а/70, Бараненко Валерій Олексійович*
***Роб. тел.*** *+38(056)7563422;* ***мобільний тел.:*** *+38(066) 125-459-7*
*E-mail – baranenko1941@ukr.net*