УДК 539.3

ПЕРЕХІДНІ ПРОЦЕСИ В ЦИЛІНДРАХ АБО ДИСКАХ, ЩО ОБЕРТАЮТЬСЯ

О.К. Гревцев[1]
старший науковий співробітник

Н.Ю. Селіванова[2]
старший викладач

[1] *Державне підприємство «Державний дорожній науково-дослідний інститут ім. М.П. Шульгіна»*

[2] *Національний транспортний університет*

Розглянуто динамічну поведінку, яка не є усталеним процесом, механічної системи (циліндра або диска, що обертається навколо нерухомої осі) при імпульсних навантаженнях. Показано, що перехідні процеси спричиняють появу теплових ефектів, які виникають при дії зовнішніх навантажень на циліндр або диск, що обертається. Отримані розв'язки диференційного рівняння теплопровідності гіперболічного типу, яке не допускає нескінченної швидкості розповсюдження температурних збурень, на відміну від диференційного рівняння теплопровідності параболічного типу Фур'є. Розв'язані диференціальні рівняння обертання циліндра або диска навколо нерухомої осі. Показано, що рівняння руху і рівняння теплопровідності непрямо пов'язані.

Ключові слова: ізотропне пружне середовище, перехідний процес, термодинамічно обернений процес, доцентрова сила, момент обертання, кутова швидкість,час релаксації.

Динамічна поведінка механічних систем частіше розглядається як усталений процес, який не дозволяє дослідити зміну їх динамічних характеристик. При вивченні перехідних процесів, наприклад, при обертанні механічних систем, може бути досліджена зміна кутової швидкості за часом і визначена її величина після того, коли в механізмі відбулося збурення. Зазвичай механічні системи знаходяться під дією різноманітних змінних та імпульсних процесів. Тому важливо перевірити поведінку цих систем при імпульсних навантаженнях, які відрізняються від усталеного процесу. Окрім того, перехідні процеси дають змогу переконатися у появі деформацій та теплових ефектів, які обумовлені дією зовнішніх навантажень. Будь-яка деформація, у тому числі й пружна, супроводжується тепловими ефектами, тому намагання описати поведінку суцільного середовища тільки за механічною схемою, ігноруючи термомеханічні взаємодії всередені середовища, зазнає труднощів [1].

Розглянемо динамічну поведінку вала або циліндра суцільного чи з центральним отвором кінцевої довжини, в тому числі і круговий диск постійної товщини. Розв'язання задач динаміки таких тіл можна об'єднати за рахунок застосування точного розв'язку рівнянь теорії пружності, отриманого на основі розробленого одним з авторів метода [9].

Відомо з літератури [2, 3], що відсутній точний розв'язок задачі теорії пружності навіть для диска постійної товщини, який обертається зі сталою швидкістю. Ця задача розв'язується на основі гіпотез плоско-напруженого стану [3].

Припустимо, що об'ємні сили та тепловий потік, який з'являється від дії зовнішніх сил на тіло, повільно змінюються за часом. Тоді можна знехтувати інерційними членами в рівняннях руху і розглядати рух, як деяку послідовність станів рівноваги. Цей підхід до розв'язання задач динамічної теорії пружності називається квазістатичним. При квазістатичному розгляданні неусталених напружень час t є параметром [1,4,7] і тому використовують розв'язок відповідних стаціонарних задач.

Вище було зазначено, що деформація суцільного пружного середовища не завжди є суто механічним явищем, бо зміна температури в тілі може відбуватися як в результаті самого процесу деформування, так і за сторонніх причин [5].

Розглянемо в рамках теорії пружності зміну температури в тілі від дії зовнішніх сил. Зокрема, для циліндра або диска, який обертається навколо нерухомої осі, зовнішні об'ємні сили можуть бути представлені радіальною доцентровою силою:

$$F_r = \rho\omega^2\tau\,, \tag{1}$$

де ρ – щільність матеріалу, r – радіальна координата, $\omega = \omega\,(t)$ – зміна за часом кутова швидкість тіла.

Нехай у недеформованому і ненапруженому стані циліндр має температуру T_0, наприклад, нуль. Внаслідок дії доцентрової сили інерції (1) циліндр деформується, а його температура змінюється. Відомо, що зміна температури в тілі характеризується температурною змінною, яка обчислюється за формулою

$$\theta = T - T_0\,,$$

де T – абсолютна температура точки тіла.

Будемо вважати, що температурна змінна $\theta(r,z,t)$ мала і це не викликає змін існуючих фізико-механічних характеристик матеріалу тіла [4].

Отже, під час деформації змінюється температура точки тіла і в результаті може відбуватися поглинання або виділення тепла пружним неізольованим тілом при його взаємодії з навколишнім середовищем [8]. Якщо деформації тіла малі, то при зупинці дії об'ємних сил (тобто $F_r = \rho\omega^2\tau$) тіло (циліндр або диск) повертається у початковий недеформований стан. Такі деформації називаються пружними. При цьому процес деформування тіла відбувається дуже повільно і є термодинамічно оберненим [5].

У роботі [9] наведено розв'язок задачі обертання кругового полого циліндра кінцевої довжини або диска постійної товщини навколо нерухомої осі без урахування яких-небудь спеціальних гіпотез, крім загальних гіпотез лінійної теорії пружності. Показано, що при дії доцентрової сили (1) спостерігається зміна температурного поля тіла, при цьому змінна $\theta(z)$ залежить від швидкості обертання тіла. Розв'язок було отримано для усталеного процесу деформування тіла, тобто без урахування часу (стаціонарна задача). У формулі (1) кутова швидкість тіла ω приймалась сталою величиною, тобто не залежила від часу.

Отримані формули для напружень, що збігаються з напруженнями, знайденими на основі гіпотез плоско-напруженого стану, мають вигляд

$$\sigma_{11} = \frac{3+\nu}{8}\rho\omega^2\left(\alpha_1^2 + \alpha_2^2 - \frac{\alpha_1^2\alpha_2^2}{r^2} - r^2\right),$$

$$\sigma_{22} = \frac{3+\nu}{8}\rho\omega^2\left(\alpha_1^2 + \alpha_2^2 - \frac{\alpha_1^2\alpha_2^2}{r^2} - \frac{1+3\nu}{3+\nu}r^2\right),$$

$$\sigma_{13} = \sigma_{33} = 0\,. \qquad (2)$$

Температурна змінна $\theta(z)$ дорівнює

$$\theta(z) = -\frac{\nu}{4G\alpha}z^2\rho\omega^2\,. \qquad (3)$$

Також визначена потужність потоку тепла на основі рівняння теплопровідності Фурьє з урахуванням незалежності від часу температурної змінної $\theta(z)$:

$$W = \frac{\nu\lambda}{2G\alpha}\rho\omega^2\,. \qquad (4)$$

Враховуючи вище наведене, розглянемо задачу про перехідні процеси в циліндрах або дисках, що обертаються навколо нерухомої осі. Температура в будь-якій точці тіла в циліндричних координатах в момент часу t описується рівнянням теплопровідності Фурьє в частинних похідних [10]

$$\Delta T - \frac{1}{\alpha}T_{,t} + \frac{1}{\lambda}W = 0\,, \qquad (5)$$

де $\alpha = \lambda/c\rho$ − температуропровідність, λ – коефіцієнт теплопровідності, c − питома теплоємність, ρ – щільність тіла, W − кількість тепла, яке виділяється або поглинається одиницею об'єму тіла за одиницю часу.

У випадку, коли температурна змінна $\theta(r,z,t)$ має вигляд $\theta = T - T_0$, рівняння теплопровідності (5) буде мати вид

$$\Delta\theta - \frac{1}{\alpha}\theta_{,t} + \frac{1}{\lambda}W = 0\,. \qquad (6)$$

Основним недоліком класичної теорії теплопровідності Фурьє, є те, що розповсюдження тепла в тілі описується диференціальним рівнянням параболічного типу (6), яке допускає нескінченну швидкість розповсюдження тепла [10]. Це несумісне з фізичною суттю процесу, що розглядається. Іншим напрямком розвитку теорії теплопровідності є різноманітні узагальнення класичної теорії. Так, в роботі [10] шляхом введення характеристики швидкості теплової енергії, отримано більш загальне рівняння теплопровідності гіперболічного типу, яке не допускає нескінченну швидкість розповсюдження температурних збурень. Оскільки тепловий потік $\overline{q}$ встановлюється не миттєво, а характеризується кінцевим часом релаксації Максвела $\tau/2$, то узагальнений закон теплопровідності в ізотропному пружному середовищі записується у вигляді [10]

$$\overline{q}+\frac{\tau}{2}\overline{q}_{,t}=-\lambda grad\theta . \tag{7}$$

Коли $\tau=0$, вектор теплового потоку визначається за звичайним законом Фурьє, тобто:

$$\overline{q}=-\lambda grad\theta . \tag{8}$$

Рівняння неперервності для переносу тепла має вигляд

$$\rho c\theta_{,t}=-div\overline{q}+W . \tag{9}$$

Диференціюючи вираз (9) за часом t і роблячи деякі математичні перетворення, отримаємо узагальнене рівняння теплопровідності в циліндричних координатах (r,z)

$$\Delta\theta-\frac{1}{\alpha}(\theta_{бе}+\frac{\tau}{2}\theta_{бее})+\frac{1}{\lambda}(W+\frac{\tau}{2}W_{,t})=0 . \tag{10}$$

Коли $\tau=0$, рівняння (10) має вигляд звичайного рівняння Фурьє (6)

$$\Delta\theta-\frac{1}{\alpha}\theta_{бе}+\frac{1}{\lambda}W=0 . \tag{11}$$

Коли температурна змінна $\theta=T-T_0$ не залежить від часу, тоді рівняння теплопровідності набуває вигляду

$$\Delta\theta+\frac{1}{\lambda}W=0 . \tag{12}$$

У випадку теплоізольованого тіла, тобто коли тіло не обмінюється теплом з оточуючим середовищем і відсутнє тепло в самому тілі ($W=0$), рівняння (10) приймає вид

$$\Delta\theta=0 . \tag{13}$$

В загальному випадку у правій частині рівняння (10) може стояти член, який залежить від зовнішнього навантаження, наприклад, від об'ємної доцентрової сили F_r, за допомогою якої можуть бути представлені деформації тіла. Тоді можна отримати залежність деформацій тіла від температурної змінної θ, при цьому рівняння руху і рівняння теплопровідності будуть непрямо пов'язані.

Задача про перехідні процеси в циліндрах або дисках, що обертаються, потребує розв'язання диференціальних рівнянь обертального руху твердого тіла навколо нерухомої осі. При дії на циліндр або диск будь-якого моменту обертання $M(t)$, диференціальне рівняння обертального руху тіла має вигляд

$$J\omega(t)_{,t} = M, \tag{14}$$

де J – момент інерції циліндра або диска відносно осі обертання Z, $\omega(t)$ – зміна кутової швидкості за часом.

Нехай циліндр або диск зазнає дію момента обертання, який змінюється за законом:

$$M(t) = M_0 - \beta\omega(t), \tag{15}$$

де M_0 – сталий момент обертання у початковий момент часу $t = 0$, кутова швидкість $\omega(t) = 0$ при $t = 0$; M_0 і β – деякі додатні довільні, які характеризують рух циліндра або диска, що обертається (наприклад, ротора гіроскопа).

Необхідно визначити закони зміни кутової швидкості $\omega(t)$ в період розгону циліндра або диска, тобто при вмиканні момента обертання M_0 при $t = 0$ і при його вимиканні ($t = t_0$). Сили тертя враховані довільними M_0 та β.

Диференціальне рівняння обертання тіла (14) набуває вигляду

$$J\omega(t)_{,t} = M_0 - \beta\omega(t)$$

або

$$\omega(t)_{,t} + \frac{1}{\tau}\omega(t) = \frac{1}{\tau}\omega_0(t), \tag{16}$$

де $\tau = J/\beta$ – час релаксації; $\omega_0 = M_0/\beta$.

Розв'язок рівняння (16) відносно $\omega(t)$ має вид

$$\omega(t) = \frac{M_0}{\beta}(1 - e^{-t/\tau}). \tag{17}$$

Це рівняння є законом зміни кутової швидкості за часом.

При $t \to \infty$ $\omega_{уст.} = M_0/\beta = \omega_{(0)}$; $\omega(t)\big|_{t=0} = 0$. Кутова швидкість циліндра або диска монотонно збільшується до свого граничного значення, яке відповідає усталеному процесу $\omega_{уст.} = \omega_0$.

Таким чином

$$\omega(t) = \omega_0(1 - e^{-t/\tau}). \qquad (18)$$

Процес розгону двигуна циліндра або диска, що обертається, називають перехідним процесом. Перехідний процес для більшості електродвигунів є скінченим, коли кутова швидкість ω досягає 0,95 свого граничного значення. Тривалість перехідного процесу або час розгону легко знайти з виразу (18)

$$t = -\tau \ln(1 - \frac{\omega}{\omega_0}), \quad \tau = \frac{J}{\beta}.$$

При $\omega/\omega_0 = 0,95$ час $t = t_{пер.}$. Звідси

$$t_{пер.} = \tau \ln 20 \approx 3\tau.$$

Момент інерції ротора або кільця J та довільну β підбирають з таких умов, за яких час перехідного процесу знаходився в заданих границях $t_{пер.} \approx 2-3c$, тобто $J/\beta \approx 1$.

Припинемо дію постійного момента обертання M_0 при $t = t_0$ ($M_0 = 0$) вимикаючи двигун $\omega(t)\big|_{t=t_0} = \omega_0$. В цьому випадку з (16) маємо

$$J\omega(t)_{,t} = -\beta\omega(t)$$

або

$$\omega(t)_{,t} = -\frac{1}{\tau}\omega(t). \qquad (19)$$

Остаточно отримаємо розв’язок рівняння (19) після зупинки двигуна у вигляді

$$\omega(t) = \omega_0 e^{-\frac{t-t_0}{\tau}}. \qquad (20)$$

З формули (20) при $t = t_0$ маємо $\omega = \omega_0$, при $t \to \infty$, $\omega \to 0$.

Графіки перехідних процесів показані на рис. 1, 2.

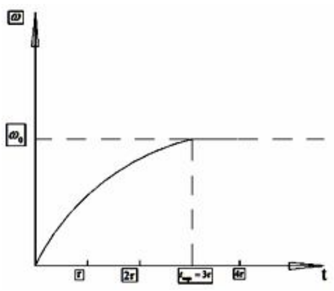

Рис. 1

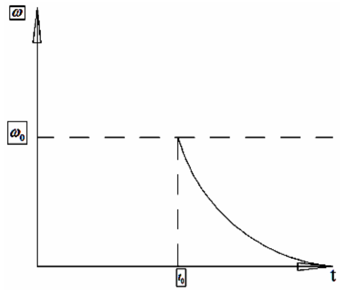

Рис. 2

Розглянемо температурну змінну (3) з урахуванням рівняння (18), тобто при розгоні двигуна циліндра або диска

$$\theta=-\frac{\nu}{4G\alpha}\rho\omega^2 z=-\frac{\nu}{4G\alpha}z^2\rho\omega^2(1-e^{-t/\tau})\ . \tag{21}$$

Рівняння (16) набуває вигляду

$$\omega_{,t}+\frac{1}{\tau}\omega=\frac{1}{\tau}\omega_0\,. \tag{22}$$

Множимо останнє на $-\frac{\nu}{4G\alpha}z^2\rho$ і, враховуючи вираз (21), отримаємо

$$\frac{\tau}{\lambda}\theta_{,t}+\theta=\omega\omega_0(-\frac{\nu}{4G\alpha}z^2\rho)\ . \tag{23}$$

Диференціюємо (23) за часом t

$$\frac{\theta}{\partial t}\left(\theta+\frac{\tau}{2}\frac{\partial\theta}{\partial t}\right)=\frac{\omega_0}{2\omega}\frac{\partial\theta}{\partial t}. \tag{24}$$

Перемножаючи (24) на – $1/a$ і додаючи вираз $\vartriangle\theta+\frac{1}{\lambda}\left(W+\frac{\tau}{2}\frac{\partial W}{\partial t}\right)=0$,

отримаємо загальне рівняння теплопровідності гіперболічного типу при дії доцентрової сили (1) на циліндр або диск, що обертається, при розгоні двигуна

$$\vartriangle\theta-\frac{1}{\alpha}\left(\frac{\partial\theta}{\partial t}+\frac{\tau}{2}\frac{\partial^2\theta}{\partial t^2}\right)+\frac{1}{\lambda}\left(W+\frac{\tau}{2}\frac{\partial W}{\partial t}\right)=-\frac{1}{\alpha}\frac{\omega_0}{2\omega}\frac{\partial\theta}{\partial t}. \tag{25}$$

Знаходячи члени формули (25), а потім розв’язуючи рівняння відносно W, отримаємо потужність потоку тепла при розгоні двигуна циліндра або диска, що обертається

$$W=\frac{\lambda\nu}{2G\alpha}\rho\omega_0^2\left[1-4e^{-t/\tau}+(2^{t/\tau}+3)e^{-2t/\tau}\right]. \tag{26}$$

Розглянемо температурну змінну (3) з урахуванням рівняння (20) після вимикання двигуна

$$\theta=-\frac{\nu}{4G\alpha}\rho\omega_0^2 z^2=-\frac{\nu z^2}{4G\alpha}\rho\omega_0^2 z^{2^{\frac{-2(t-t_0)}{\tau}}}. \tag{27}$$

З рівняння обертання (16) отримаємо

$$\tau\frac{\partial\omega}{\partial t}+\omega=\omega_0. \tag{28}$$

Роблячи перетворення, аналогічні наведеним вище, отримаємо загальне рівняння теплопровідності гіперболічного типу при дії доцентрової сили (1) на циліндр або диск, що обертається, при зупинці двигуна

$$\Delta\theta-\frac{1}{\alpha}(\theta_{,t}+\frac{\tau}{2}\theta_{,tt})+\frac{1}{\lambda}(W+\frac{\tau}{2}W_{,t})=0. \tag{29}$$

Знаходимо члени формули (29), а потім розв'язуємо рівняння відносно W. В результаті отримаємо потужність потоку тепла при зупинці циліндра або диска

$$W = \frac{\lambda\nu}{2G\kappa}\rho\omega_0^2\left(2\frac{t-t_0}{\tau}+1\right)e^{-2\frac{t-t_0}{\tau}}. \qquad (30)$$

Підставляючи рівняння (18) у формули (2), отримаємо значення напружень при розгоні двигуна циліндра або диска

$$\sigma_{11} = \frac{3+\nu}{8}\rho\omega_0^2(1-e^{-t/\tau})^2\left(\alpha_1^2+\alpha_2^2-\frac{\alpha_1^2\alpha_2^2}{r^2}-r^2\right),$$

$$\sigma_{22} = \frac{3+\nu}{8}\rho\omega_0^2(1-e^{-t/\tau})^2\left(\alpha_1^2+\alpha_2^2-\frac{\alpha_1^2\alpha_2^2}{r^2}-\frac{1+3\nu}{3+\nu}r^2\right). \qquad (31)$$

При зупинці циліндра або диска для напружень (2), враховуючи вираз (20), маємо

$$\sigma_{11} = \frac{3+\nu}{8}\rho\omega_0^2(e^{t-t_0/\tau})^2\left(\alpha_1^2+\alpha_2^2-\frac{\alpha_1^2\alpha_2^2}{r^2}-r^2\right),$$

$$\sigma_{22} = \frac{3+\nu}{8}\rho\omega_0^2(e^{t-t_0/\tau})^2\left(\alpha_1^2+\alpha_2^2-\frac{\alpha_1^2\alpha_2^2}{r^2}-\frac{1+3\nu}{3+\nu}r^2\right). \qquad (32)$$

Таким чином, важливе значення для багатьох практичних задач, в тому числі в розрахунках дисків турбін та валов механизмів, має розв'язання задачі про перехідні процеси в дисках і циліндрах, що обертаються навколо нерухомої осі, з визначенням напружень та теплового потоку в них.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. *Жермен П.* Курс механики сплошных сред. – М.: Высшая школа, 1983. – 399 с.
2. *Тимошенко С.П., Гудьер Дж.* Теория упругости. М.: Наука, Физматгиз, 1979. – 560 с.
3. *Ван Цзи-де*. Прикладная теория упругости. – М.: Фтзматгиз, 1959, –400 с.
4. *Новацкий В.* Теория упругости. –М.: Мир, 1975. – 872 с.
5. *Ландау Л.Д. и Лившиц Е.М.* Теория упругости. – М.: Наука, 1987ю – Т.8 – 246 с.
6. *Боли Б. и Дж. Уэйнер*. Теория температурных напряжений. –М.: Мир, 1964. – 517 с.
7. *Паркус Г.* Неустановившиеся температурные напряжения. – М.: Физматгиз, 1963.–251 с.
8. Фен Дж. Машины, энергия, энтропия. – М.: Мир, 1986. – 336 с.
9. *Гревцев О.К.* Осесиметричні деформації для циліндра, що обертається// Вісник НТУ. – К.: НТУ – 2011.– Вип. 23 – с. 187 – 192.
10. *Лыков А.В.* Теория теплопроводности. – М.: Высшая школа, 1967. –567 с.

REFERENCES

1. *Germain P.* Kurs mehaniki sploshnyih sred (Cours de mécanique des milieux continus). – M.: Vyisshaya shkola, 1983. – 399 p.
2. *Timoshenko S.P., Goodier J.* Teoriya uprugosti (Theory of Elasticity). - M.: Nauka, Fizmatgiz, 1979. – 560 p.

3. *Vang Chi-Teh.* Prikladnaya teoriya uprugosti. (Applied Elasticity) – M.: Ftzmatgiz, 1959, –400 p.
4. *Novatskiy V.* Teoriya uprugosti (Theory of Elasticity). –M.: Mir, 1975. – 872 p.
5. *Landau L.D. i Livshits E.M.* Teoriya uprugosti (Theory of Elasticity). – M.: Nauka, 1987yu – T.8 – 246 p.
6. *Boli B. i Dzh. Ueyner.* Teoriya temperaturnyih napryazheniy (Theory of temperature stresses). – M.: Mir, 1964. – 517 p.
7. *Parkus G.* Neustanivivshiesya temperaturnyie napryazheniya (Unsteady temperature stresses). – M.: Fizmatgiz, 1963.–251 p.
8. *Fen Dzh.* Mashinyi, energiya, entropiya (Machines, energy, entropy). – M.: Mir, 1986. – 336 p.
9. *Grevtsev O.K.* Osesimetrichni deformatsii dlya tsilindra, scho obertaetsya // VIsnik NTU. – K.: NTU – 2011.– Vip. 23 – P. 187 – 192.
10. *Lyikov A.V.* Teoriya teploprovodnosti (Theory of heat conductivity). – M.: Vyisshaya shkola, 1967. –567 p.

Hrevtsev O.K., Selivanova N.Yu.

TRANSIENT PROCESSES IN ROTATING CYLINDERS OR DISKS

The mechanical system "Rotating disk or cylinder" is considered under intensive loads, which differ from the steady-state process. The solutions tothe equations of the theory of elasticity for a steady-state process are only part of the solution of the problem, because after some change of the system in time the angular velocities do not cease instantly. The mechanical system under consideration is under the influence of various variables and impulse processes. Therefore, in the proposed article, the behavior of the considered mechanical system, in particular a rotating disk of constant thickness or a cylinder of finite length with a pulsed load, which is different from the steady-state process, was checked. The assumption of a slow change in time of the volumetric centrifugal force and heat flux, which appears under the action of an external load, leads to the consideration of motion as a certain sequence of the equilibrium state. Such an approach to solving problems of the dynamic theory of elasticity is called quasistatic. In quasistatic analysis of unsteady stresses, time is a parameter and therefore solutions for the corresponding stationary problems can be used.

It is shown that transient processes cause the appearance of thermal effects that arise under the action of external loads. The action of external loads leads to the appearance of deformation and a change in temperature in the body under investigation. Any deformation, including elastic, is accompanied by thermal effects and therefore an attempt to describe the behavior of a continuous medium only by a mechanical scheme, ignoring the thermomechanical interaction inside the medium is difficult. Thus, during the deformation, the temperature of the body point changes, and as a result, absorption or release of heat by an elastic isolated body can occur, as it interacts with the surrounding medium. If the deformation of the body is small, then upon termination of the action of the volume forces that cause deformation, the body (cylinder or disk) returns to the initial undeformed state. The deformation process is very slow, that is, it will be thermodynamically reversible.

The solutions given are obtained taking into account the differential equation of heat conduction of a hyperbolic type that does not admit an infinite velocity of propagation of temperature perturbations, in contrast to the differential equation of heat conductivity of a parabolic Fourier type.

The differential equations of rotation of a rigid body around a fixed axis are solved. It is shown that the equation of motion and the heat equation are indirectly related.

Formulas of stresses for rotating disks or cylinders in transient processes are obtained for the first time and are of great importance for the solution of many practical problems.

Keywords: angular velocity; thermodynamically reversible process; centrifugal force; relaxation time; isotropic elastic medium; moment of rotation.

Гревцев А.К., Селиванова Н.Ю.
ПЕРЕХОДНЫТ ПРОЦЕССS ВО ВРАЩАЮЩИХСЯ ЦИЛИНДРАХ ИЛИ ДИСКАХ

Рассмотрена механическая система (вращающийся цилиндр или диск) при импульсных нагрузках, которые отличаются от устоявшегося процесса. Показано, что переходные процессы приводят к появлению тепловых эффектов, возникающих под действием внешних нагрузок.

Приведенные решения получены с учетом дифференциального уравнения теплопроводности гиперболического типа, не допускают бесконечной скорости распространения температурных возмущений, в отличие от дифференциального уравнения теплопроводности параболического типа Фурье.

Решены дифференциальные уравнения вращения твердого тела вокруг неподвижной оси. При этом показано, что уравнения движения и уравнения теплопроводности косвенно связаны.

Ключевые слова: угловая скорость; термодинамически обратимый процесс; центробежная сила; время релаксации; изотропная упругая среда; крутящий момент.

УДК 539.3
Гревцев О.К., Селіванова Н.Ю. **Перехідні процеси у циліндрах або дисках, що обертаються /** Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-техн. збірн. – К.: КНУБА, 2017. – Вип. 98. – С. 128-137.
Розглянуто механічну систему (циліндр або диск, що обертається) при імпульсних навантаженнях, які відрізняються від усталеного процесу. Показано, що перехідні процеси спричиняють появу теплових ефектів, які виникають під дією зовнішніх навантажень.
Табл. 0. Іл. 2. Бібліогр. 10 назв.

Hrevtsev O.K., Selivanova N. **Transient processes in rotating cylinders or disks** / Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific and technical collected articles. - Kyiv: KNUBA, 2017. - Issue 98. - S. 128-137. – Ukr.
A mechanical system (a rotating cylinder or disk) is considered for pulsed loads, which differ from the established process. It is shown that transient processes lead to the appearance of thermal effects arising under the action of external loads.
Tabl. 0. Fig. 2. Bibliograph. 10 ref.

Гревцев А.К., Селиванова Н.Ю. **Решение задачи теории упругости для круглых толстых плит при осесимметричной деформации** / Сопротивление материалов и теория сооружений: науч.-техн. сборн. - К.: КНУСА, 2017. - Вып. 98. - С. 128-137.
Рассмотрена механическая система (вращающийся цилиндр или диск) при импульсных нагрузках, которые отличаются от устоявшегося процесса. Показано, что переходные процессы приводят к появлению тепловых эффектов, возникающих под действием внешних нагрузок.
Табл. 0 Ил. 2. Библиогр. 10 назв.

Автор (науковий ступінь, вчене звання, посада): *Старший науковий співробітник Державного підприємства «Державний дорожній науково-дослідний інститут ім. М.П. Шульгіна» ГРЕВЦЕВ Олексій Кімович*
Адреса робоча: *03113, Україна, м. Київ, пр. Перемоги, 57, ГРЕВЦЕВУ Олексію Кімовичу*
Робочий тел.: *+38 044 242 75 96*

Автор (науковий ступінь, вчене звання, посада): *Старший викладач Національного транспортного університету, СЕЛІВАНОВА Нінель Юріївна*
Адреса робоча: *01010, Україна, м. Київ, вул. Суворова, 1, Національний транспортний університет, СЕЛІВАНОВІЙ Нінель Юріївні*
Робочий тел.: *+38 044 280 38 19*
Мобільний. тел.: *+38 063 315 65 87*
E-mail: nel_s@i.ua