УДК 681.3 + 004

Василевич Леонід Федорович
кандидат технічних наук, доцент кафедри інформаційних технологій і математичних дисциплін Інституту суспільства
Київський університет імені Бориса Грінченка, м. Київ
lvasiltvich@mail.ru

НЕЧІТКА МАТЕМАТИЧНА ФІЛОСОФІЯ

Анотація. У роботі аргументується теза, що філософія, як наука повинна мати свій математичній апарат. Показана, що найбільш адекватним математичним апаратом для філософії є теорія нечітких множин та нечітка логіка. Запропоновано в начальні плани університетів для студентів з спеціальності філософія ввести дисципліну «Теорія нечітких множин та нечітка логіка».

Ключові слова: нечітка математична філософія; нечітка множина; нечітка логіка; лінгвістична змінна; нечіткі висловлення; лінгвістичні висловлення; терм лінгвістичної змінної; функція належності; фазіфікація; дефазіфікація.

Постановка задачі. Піфагорійці вважали, що число є сутність всіх речей і фактично оголошували математику філософією. Свій внесок в об'єднання філософії і математики внесли багато філософів минулого і сучасності.

Але сучасна філософія, яка займається всезагальними закономірностями і вважається формою суспільної свідомості, не має у своєму арсеналі математичного інструментарію. В англійської академії наук, наприклад, все, що без математики, не може вважатися наукою, а є мистецтвом (це не скільки не принижає мистецтво, а тільки визначає критерій кожної людської творчості). Причиною не застосування філософами адекватного до проблем та задач філософії математичного апарату була його відсутність. Тому науковці в галузі філософія не маючі відповідного математичного апарату навчилися обходитися без нього. Більш того логіка, яка раніше вважалася інструментом філософії, зараз є однією із математичних теорій. При цьому, потрібно відмітити, що не філософі повинні створювати математичні апарати, вони повинні застосовувати відповідній математичній інструментарій.

У даній роботі аргументується теза, що філософія як наука повинна мати свій математичній апарат, і більш того, такий математичній апарат вже існує.

Підкреслюємо, що дана робота ні є спробою звести до математичних теорем результати філософських досягнень, як Спіноза питався звести до математичних принципів етику, а тільки показати, що філософія може взяти на «озброєння» у якості інструментарію математичній апарат, які найбільш підходить до її задач і, в цьому сенсі, може бути математичною.

Метою даної статті є обґрунтування того, що найбільш адекватним математичним апаратом для філософії є теорія нечітких множин, зокрема, нечітка логіка, яку запропонував біля 48 років назад Л. Заде [1], а також обґрунтування введення в начальні плани університетів для студентів з спеціальності філософія дисципліни «Теорія нечітких множин та нечітка логіка». Із цієї мети і витікає назва даної статі.

Основні результати. При застосуванні основних законів філософії до конкретних явищ, виникає питання: «Коли цій закон починає діяти?». Наприклад, перехід кількісних змін у якісні, не дає відповідь на питання, яка кількість змін вважається достатнє для отримання нової якості. При цьому можна відразу відповісти, що чіткої відповіді і не може бути. Хоча будь яка якість існує в границях міри, але в природі не існує дельта функцій, і не може бути чітких кількісних границь, що розділяють різні якості, які визначаються різними філософськими категоріями, лінгвістичними поняттями.

Візьмемо, наприклад, категорії можливість і дійсність. Перехід можливості в дійсність засновано на причинних зв’язках об’єктивного миру, але кількісне відношення між ними, як правило, не може бути виражено ймовірністю появи відповідної події. Область об’єктивних можливостей застосування цих категорій залежить у багатьох сферах і від свідомої діяльності людини, яка не адекватна стохастичним моделям. Так перетворення можливості економічної кризи в Її дійсність потребує виконання сукупності не стохастичних умов. Тому для оцінки цього явища не можливо застосовувати таку кількісну характеристику як ймовірність події.

Крім математичній різниці у аксіоматиці теорії ймовірностей та теорії нечітких множин існують їх семантичні та природні різниці.

Стохастична невизначеність має справу з невизначеністю в майбутнім, а лінгвістична невизначеність, яку описує теорія нечітких множин, - з невизначеністю, незалежною від часу Її розгляду.

Для урахування реальних можливостей (наприклад, оцінки ризику) перетворення якихсь подій в небажану дійсність не підходить і математичний апарат бінарної логіки, якій тільки обмежує науки, у яких він застосується. Цій недолік успішно ліквідується за допомогою теорії нечітких множин та нечіткої логікою. Ці математичні теорії, на наш погляд, і є найбільш адекватними апаратами до задач філософії.

Так в філософії для приблизних суб'єктивних розміркувань або оцінок за умов невизначеності можне застосовувати такі математичні поняття теорії нечітких множин, як нечітка множина (НМ); лінгвістична змінна (ЛЗ); нечіткі висловлення (НВ) та нечіткі лінгвістичні висловлення (НЛВ).

Нечітка множина (fuzzy set) представляє собою сукупність елементів довільної природи, відносно яких неможливо з повною упевненістю стверджувати – приналежить тій чи інший елемент даній множині, чи ні.

Математичне нечітка множина A визначається як кортеж виду [2]:

$$\langle x \in X ; \mu_A(x) \in [0;1] \rangle,$$

де x – елемент деякої універсальної множини (універсуму – повної множини), яка охоплює всю проблемну область X; $\mu_A(x)$ - функція належності , яка ставить у відповідність кожному елементу $x \in X$ число з інтервалу [0;1], і яке характеризує ступень цієї відповідності.

При цьому, коли $\mu_A(x_0)=1$, тоді це означає, що елемент x_0 достовірно (абсолютно) приналежить (відповідає) нечіткої множині A, а коли $\mu_A(x_0)=0$, тоді (абсолютно) не приналежить (не відповідає). Чим в більшої ступені елемент x приналежить (відповідає) нечіткої множини A, тим ближче значення функції приналежності $\mu_A(x)$ до одиниці. І навпаки, чим в меншої ступені елемент x приналежить (відповідає) нечіткої множини A, тим ближче значення функції приналежності $\mu_A(x)$ до нуля.

Хоча лінгвістична невизначеність, як і фізична, характеризується степеню достовірності інформації, яка оцінюється в теорії нечітких множин значенням функції належності та неоднозначністю інформації, яка визначається носієм функції належності нечіткої множини, але стохастична невизначеність є об'єктивною дійсністю, що не залежить від знання людини, а нечітка (лінгвістична) невизначеність різна для людей з різним досвідом та різними знаннями. В цьому і полягає семантична різниця між цими невизначеностями.

При застосуванні теорії нечітких множин, закон протиріччя Аристотеля для проблемної області X, буде складатися з двох елементів: x_1 – " висловлення істинно "; x_2 – " висловлення хибно ". Тоді нечітка множина A " Висловлення з проблемної області " може бути представлено, наприклад, наступною нечіткою множиною :

$$A = \left\langle \frac{x_1}{0{,}3};\ \frac{x_2}{0{,}9} \right\rangle.$$

Цю нечітку множину потрібно розуміти так: достовірність , що висловлення хибно значне більше достовірності, що висловлення істинно. Таким чином, висловлення в теорії нечітких множин може бути одночасно істинним і хибним і не виключає можливість третього (tertium datur).

Наприклад, функція належності може бути адекватною кількісною характеристикою таких філософських категорій як абсолютна та відносна істина. У фразі «Можливо, існування життя на багатьох планетах інших галактик» кваліфікатор «можливо» визначає степінь достовірності цього висловлення, а кваліфікатор «багатьох» - неоднозначність.

Між достовірністю та неоднозначністю (неточністю) існує протиріччя, яке виражається в тому, що з підвищенням точності інформації знижається її достовірність і, навпаки.

Для неперервної НМ функція $\mu(x)$ належності задається або аналітичне, або графічне (рис.1).

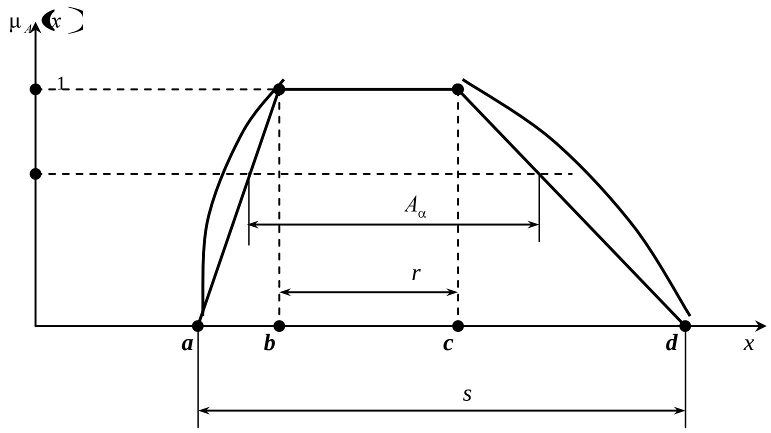

Рис.1. Функції належності неперервної НМ

На практиці частіше застосовуються трапецієвидні функції належності (бокові гілки є лінійними), що значне спрощує математичні операції з НМ, але не зніжує загальності результатів [3]. В цьому випадку нормальна НМ повністю визначається чотирма елементами:

$$A = \langle a; b; c; d \rangle ..$$

Ліва гілка трапецієвидній функції належності має вигляд:

$$\mu_л(x) = \frac{x-a}{b-a}; \; x \in [a; b], \tag{1}$$

а права гілка –

$$\mu_п(x) = \frac{d-x}{d-c};$$

(2)

Коли x – дійсні числа, тоді НМ є нечіткою величиною (НВ), яка, коли має назву, є нечіткою змінною (НЗ). Нечітка змінна, в свою чергу, може бути термом лінгвістичної змінної.

Лінгвістичної змінної (ЛЗ) називається кортеж ⟨β, T, X, G, M⟩, де β – назва лінгвістичної змінної; T – базова терм множина ЛЗ, кожний елемент якої нечітку змінну; X – область визначення (універсум) нечітких змінних, які входять до означення ЛЗ β; G – деяка синтаксична процедура, яка описує процес створення нових термів; M – семантична процедура, яка дозволяє створювати модифіковані терми відповідно з процедурою G (знаходити відповідні функції належності).

Для створення нових термів ЛЗ можуть застосовуватися логічні операції «І» (кон'юнкція), «Або» (диз'юнкція), «Не» (заперечення), а також модифікатори термів «Дуже», «Трохи», «Суттєво» та інші.

Наприклад, ЛЗ « Базисні зміни» може бути задана наступним чином: ⟨β= Базисні зміни; $T_i\ ; i = \overline{1,3}; X; G; M$ ⟩, де терм T_1 – мали зміни; T_2 – середні зміни; T_3 – великі зміни}; показник змін x∈X може приймати значення, наприклад, з інтервалу [0;1]; G – процедура отримання нових термів, таких як, наприклад, «Дуже високі зміни (революційні зміни)». Функції належності термів $T_i, i = \overline{1,3}$ показані на рис.2. Носії та ядра термів цієї ЛЗ визначаються експертами.

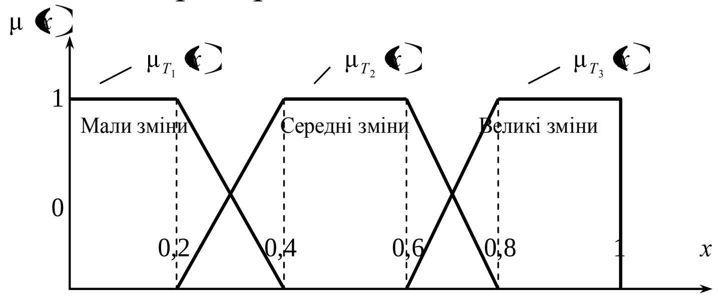

Рис. 2. Лінгвістична змінна “Базисні зміни ”, які складаються з трьох термів

Лінгвістичні змінні зручно застосовувати для будь яких критеріїв істини, у том числі, коли наукові теорії зіставляються через практику з дійсністю. Термами цих критеріїв можуть бути МАЛИЙ, СЕРЕДНІЙ, ВЕЛИКИЙ. Ці критерії. можуть бути і нечислові, які не мають базової змінної.

Нечітким висловленням А є будь яке твердження, що виражає закінчену думку, степінь істинності (достовірності) якої задається функцією належності $\mu_A(x) \in [0;1]$.

Нечіткі висловлення не відповідають закону протиріччя, перше формулювання якому дав Аристотель, і можуть одночасно бути істинними і хибними. При цьому функція належності визначає степінь протиріччя як у самої сутті об’єкта дослідження, так і степінь протиріччя, яке обумовлено недостатній інформацією.

Наприклад, висловлення А = < «Всесвітні процеси є без початковими, нескінченними та взаємно перетворюючими відповідно єдиному інформаціологічному закону природи»; μ_A=0.9>, є нечітким, оскільки степінь істинності його оцінена значенням функції належності, якій взяти з інтервалу [0;1]. При цьому, для одних людей це висловлення може бути істинно (μ_A=1), а для інших

- хибно (μ_A=0). І, можливо, в силу обмеження, яке визначається границею Бреммермана [4], це висловлення не коли не буде віднесено до абсолютної істини.

Лінгвістичним висловленням $A^л$ називається будь яке твердження, яке виражає закінчену думку і містить в себе терм ЛЗ, степінь істинності (достовірності) якої задається функцією належності $\mu_A{}^л(x)\in[0; 1]$.

Приклад. Висловлення $A^л$ = <«Сучасна економічна теорія знаходиться в стані великої кризи»; $\mu_A{}^л$=0.95>, з'являється лінгвістичним висловленням, оскільки включає в себе терм T_i= «велика криза» лінгвістичної змінної β = «Величина економічної кризи» . Функцію належності терму T_i якої повинні визначити експерти.

Ще раз відмітимо, що головне поняття теорії нечітких множин -функція належності μ_A (x), яка характеризує суб'єктивну достовірність, істинність того, що значення x приналежить нечіткої множині А, але не ймовірність цієї події, і тому вона більш адекватна до оцінки філософських суджень. В відміну від ймовірностей p_i випадкової дискретної величини або щільності розподілу ймовірностей f(x) неперервної випадкової величини, на які накладаються умови нормування виду:

$$\sum_{i=1}^{n} p_i = 1; \qquad \text{і} \qquad \int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx = 1,$$

на функцію належності $\mu_A(x)$ накладається лише те обмеження, що вона приймає значення тільки від нуля до одиниці, а сума Її значень для дискретної НМ (НВ) або площа під функцією належності для неперервної НМ (НВ) може бути будь якою невід'ємною величиною. Тому математичні операції з НМ (НВ) значне простіші ніж над випадковими подіями та величинами.

Одним з питань, яке виникає при застосуванні теорії нечітких множин, є питання «Як знаходяться функції належності?" Функції належності (ФН) нечітких множин знаходять на основі експертних оцінок. При цьому можне виділити дві групи методів: прями та посередні.

В прямих методах експерт чи група експертів просто задають для кожного $x \in X$ значення ФН. Як правило, прями методи використовуються для таких властивостей, які можуть бути виміряні по якийсь кількісній шкалі (цій процес називається фазіфікацією – приведенням до нечіткості). Так як абсолютна точність вимірювань є лише зручною ідеалізацією для побудови відповідних математичних моделей, тоді фазіфікація більш адекватна представляє невизначеність оцінок.

Для завдання ФН може бути застосована наступна процедура отримання експертних оцінок. Коли кількість експертів дорівнює L, тоді у якості $\mu_A(x_i)$ береться звішена середнє арифметичне значення:

$$\mu_A(x_i) = \frac{\sum_{\gamma} k_\gamma \mu_{A\gamma}(x_i)}{\sum_{\gamma=1}^{L} k_\gamma}, \tag{3}$$

де $\mu_{A\gamma}(x_i)$ - суб'єктивна оцінка γ-го експерта; k_γ – коефіцієнт компетентності γ-го експерта.

При однакової компетентності експертів $k_\gamma = 1$; $\forall \gamma \in$ L, або $k_\gamma = 1/L$; $\forall \gamma \in$ L.

Зростання складності наукових проблем потрібує моделювання відповідних явищ, об'єктів, урахування великої кількості різних факторів за умов невизначеності. В цих умовах нечітке моделювання на основі математичного апарату теорії нечітких множин та нечіткої логіки є найбільш ефективним.

Нечітке моделювання більш природне описує характер людського мислення; використає мову, яка ближче до природній мови ніж традиційне формальне – логічне - математичне моделювання, і тому дозволяє отримати кращі результати для розв'язування різноманітних задач з невизначеністю інформації [1,2,3].

Відповідно теореми Fuzzy Aproximation Theorem (FAT), яка доказана B.Kosko в 1993 р., будь яка система може бути апроксимована на основі нечіткої логіки. Тому нечітке моделювання є універсальним математичним інструментарієм науковців. Коли об'єктом дослідження філософії є загальні складні системи, тоді нечіткі моделі дозволяють застосовувати ізоморфізм системних законів різних предметних галузей.

Сам процес пізнання, що математично відповідає зменшенню носія s $(s = \{x \in X,\ \mu_A(x) > 0\})$ та ядра r $(r = \{x \in X,\ \mu_A(x) = 1\})$ відповідної функції належності і перетворенню субнормальної $(\max \mu(x) \prec 1)$ нечіткої множини в нормальну $(\max \mu(x) = 1)$, повинен бути заснованій на парадигмі відсутності абсолютно достовірних істин.

Сучасній вік – це вік штучного інтелекту, пошуків методів моделювання на комп'ютері роботи мозку людини. А оскільки люди бачать світ не в чорно – білому кольору і частіше оперують з нечіткими поняттями, тому теорія нечітких множин повинна притягувати увагу науковців, які працюють у різних областях знань, зокрема, і у філософії.

Математичній апарат теорії нечітких множин і нечіткої логіки дозволяє ефективно проводити багатокритеріальну оцінку різних об'єктів дослідження за умов неповноти вихідної інформації [5]. Таки об'єкти мають наступні характерні особливості:

- інформація, яка застосується для опису об'єкта, існує в формі якісного представлення науковців;
- відсутнє формалізований опис об'єкта дослідження та його кількісні характеристики.

Нечіткі запроси до баз даних (fuzzy queries), нечіткі асоціативні правила (fuzzy associative rules), нечіткі когнітивні карти (fuzzy cognitive maps), нечіткі методи кластерізації - це перспективні напрямки в сучасних системах обробки інформації, виявлення закономірностей, причинних зв'язків концептів будь якої галузі. Цій інструментарій є перспективним, у тому числі, і для філософських задач.

Зараз, коли світове суспільства знаходиться у критичному стані: війн, економічних та фінансових криз, політичної нестабільності, нестачі деяких необхідних ресурсів люди повинні змінити парадигму : «Я правій, а він ні!» на парадигму: «У кожного є доля правди, і тому потрібно шукати компроміс». Найбільш адекватними цієї парадигмі є математичні моделі на основі теорії нечітких множин та нечіткої логіки. Тому і пропонується в начальні плани університетів з спеціальності філософія ввести дисципліну «Теорія нечітких множин та нечітка логіка».

Висновки:

1. Аргументується теза, що філософія, як наука повинна мати свій математичній апарат. Показано, що найбільш адекватним математичним апаратом (інструментарієм) для філософії є теорія нечітких множин та нечітка логіка.

2. Показана, що в філософії для приблизних, суб'єктивних розміркувань або оцінок за умов невизначеності можне застосовувати такі математичні поняття як

нечітка множина; нечітка змінна; лінгвістична змінна; нечіткі та нечіткі лінгвістичні висловлення, які далі дозволяють застосовувати для обробки інформації, виявлення закономірностей, аналізу причинних зв'язків концептів будь якої галузі ефективний апарат теорії нечітких множин та нечіткої логіки.

3. Запропоновано в начальні плани університетів для студентів з спеціальності філософія ввести дисципліну «Теорія нечітких множин та нечітка логіка».

СПИСОК ВИКОРИСАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Zadeh L. A. Fuzzy sets. Inf. & Control, 12, 1965, p. 94-102.
2. Поспелов Б.А. Нечеткие множества в моделях управления и искусственного интеллекта / Под ред. Б.А. Поспелова. – М. : Наука. - 1986. – 322 с.
3. Василевич Л,Ф., Маловик К.Н., Смирнов С.Б. Количественные методы принятия решений в условиях риска: Учеб. Пособие. – Севастополь: СНУЯЭиП. 2007. – 229 с.
4. Клир Дж. Системология. Автоматизация решения системних задач. Пер. С англ.. – М.: Радио и связь. 1990. - 540с.

Рецензент

Бессалов А.В. – д.техн.н, проф.

Стаття надійшла до редакції 29.10.2014

НЕЧЕТКАЯ МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ФИЛОСОФИЯ

Василевич Леонид Федорович
кандидат технических наук, доцент кафедры информационных технологий и математических дисциплин Института общества
Киевский университет имени Бориса Гринченко, г. Киев
lvasiltvich@mail.ru

Аннотация. В работе аргументируется тезис, что философия, как наука должна иметь свой математической аппарат. Показана, что наиболее адекватным математическим аппаратом для философии является теория нечетких множеств и нечеткая логика. Предложено учебные планы университетов для студентов из специальности философия ввести дисциплину «Теория нечетких множеств и нечеткая логика».

Ключевые слова: нечеткая математическая философия; нечеткое множество; нечеткая логика; лингвистическая переменная; нечеткие высказывания; лингвистические высказывания; терм лингвистической переменной; функция принадлежности; фазификация; дефазификация.

FUZZY MATHEMATICAL PHILOSOPHY

Leonid F. Vasylevych
PhD in techniques, senior researcher of Department
of Information Technology and Mathematical Sciences
Borys Grinchenko Kyiv University, Kyiv
lvasilevich@mail.ru

Abstract. The work gives arguments that philosophy as a science is supposed to have its mathematical apparatus. And of many mathematical apparatuses the most adequate one is believed to be the theory of fuzzy and fuzzy logic. It is recommended to include a course of Theory of fuzzy and fuzzy logic into university curriculum for the students majoring in philosophy.

Keywords: fuzzy mathematical philosophy; fuzzy set; fuzzy logic; linguistic variable; terms of linguistic variables; membership functions; fuzzification; defuzzification.

REFERENCES (TRANSLATED AND TRANSLITERATED)

1. Zadeh L. A. Fuzzy sets. Inf. & Control, 12, 1965, p. 94-102. (in USA).
2. Pospelov B.A Fuzzy Sets in Management and Artificial Intelligence Models. Edited by B.A. Pospelov. — M.: Nauka -1986 – 322 p. (in Russian).
3. Vasylevych L,F., Malovyk K.N., Smyrnov S.B. Numerical Techniques of Decision Making under Risk.: Ucheb. Posobye. – Sevastopol: SNUIaЭуР, - 2007. –229 p. (in Ukrainian).
4. Klyr Dzh. Systemology. Automation solutions of system tasks. - Per. s anhl.. – M.: Radyo y sviaz, 1990. – 321 p. (in Russian).

.