

УДК [623.438.011]:510.67

**М.І. ВАСЬКІВСЬКИЙ**, д-р техн. наук (Центр. науково-дослід. ін-т озброєння та військової техніки Збройних Сил України, м. Київ)

## МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ГРУПОВОГО БОЮ ДЛЯ ОЦІНЮВАННЯ ЕФЕКТИВНОСТІ ІНФОРМАЦІЙНО-УПРАВЛЯЮЧИХ СИСТЕМ БРОНЕТАНКОВОГО ОЗБРОЄННЯ

Запропоновано в інтересах рішення задач досліджень, які пов'язано з оцінкою ефективності інформаційно-управляючих систем бронетанкового озброєння, спосіб побудови математичної моделі групового бою, яка базується на використанні блоків моделей функціонування зразків, що агрегировані. Такий підхід забезпечує більш повне урахування характеристик інформаційних процесів підготовки зразків до ведення вогню.

Предложено в интересах решения задач исследований, которые связаны с оценкой эффективности информационно-управляющих систем бронетанкового вооружения, способ построения математической модели группового боя, которая основывается на использовании блоков моделей функционирования агрегированных образцов. Такой подход обеспечивает более полный учет характеристик информационных процессов подготовки образцов для ведения огня.

**Постановка проблеми.** Як відомо з роботи [1], системний підхід до комплексного оцінювання зразків озброєння та військової техніки базується на вивченні проявів об'єкта досліджень за його функціонування в складі макросистеми. Це дозволяє дослідити вплив його часткових показників на узагальнені показники за приростом ефективності виконання задач за призначенням. Наприклад, для зразків бронетанкового озброєння (БТО) таким макросередовищем є типовий тактичний підрозділ, а тому масштабом досліджень для зразків БТО та їхніх складових частин повинно бути моделювання процесу вогневого протистояння угруповання (тактичного підрозділу) зразків БТО з угрупованням протитанкових засобів. В літературі [2] такий масштаб моделювання відомий під назвою моделей групового бою.

Відповідно до методичного підходу, який викладено в роботі [2], для розробки моделей групового бою найчастіше використовується метод динаміки середніх. Тим більше, це значно полегшується за наявності моделі функціонування зразків, яку розроблено, з ви-

користанням теорії марківських ланцюгів, а нею може виступати модель, яку представлено в роботі [3]. В той же час, ця модель відрізняється від моделі парного бою, яку представлено в роботі [2], значно більшою складністю через спробу урахування низки показників інформаційних процесів функціонування інформаційно-управляючих систем (ІУС). У зв'язку з цим виникає протиріччя між необхідністю врахування якомога більшого числа факторів та складністю побудови моделей зі збереженням можливості прозорого аналізу результатів, які отримано.

**Аналіз останніх досягнень і публікацій.** Незважаючи на поширеність моделювання на основі використання положень теорії марківських ланцюгів із переходом до моделей на основі методу динаміки середніх, як це започатковано в роботі [4], моделювання за умов формалізації процесів зі значним числом станів стає вкрай громіздким і містить цілу низку нюансів щодо врахування особливостей переходів. Зокрема математична модель, яку запропоновано в роботі [3], було піддано критиці авторами роботи [5], а саме в частині відсутності в графі функціонування зразка само-

© М.І. ВАСЬКІВСЬКИЙ, 2014

поглинаючих станів і внаслідок цього неможливості застосування прийому, який розроблено професором Раскіним Л.Г., щодо рішення системи рівнянь зі застосуванням матриці станів. Слід надати належне авторам роботи [5] щодо критики коректності окремих положень роботи [3]. Однак ними у разі викладення власного підходу не наводиться ряд аспектів зі застосування моделі, а саме щодо способу отримання елементів матриці. Крім того, не наведено приклад застосування запропонованої моделі в порівнянні з аналогами, зокрема в частині порядку дослідження динаміки поведінки об'єкта дослідження з часом, не розкрита фізична сутність визначника (детермінанти) матриці. Це не дозволяє чітко окреслити коло задач досліджень, які можна виконувати на основі використання моделі, що запропоновано.

**Постановка задачі.** Виходячи з наявності певних відмінностей в підходах до побудови математичних моделей функціонування зразків БТО на основі положень теорії марківських ланцюгів пропонується навести прикладні аспекти застосування моделі, яку розроблено в роботі [3], для побудови математичної моделі групового бою в інтересах комплексного досліджування ІУС із можливістю розширення зовнішнього середовища для збільшення кількості врахованих факторів.

**Викладення основного матеріалу.** Як показано в роботі [2], у разі побудови моделі групового бою на основі моделей функціонування зразків БТО, які розроблено зі застосуванням теорії марківських ланцюгів, замість диференціальних рівнянь імовірності станів використовуються диференціальні рівняння середньої чисельності станів. Ці рівняння отримують із рівнянь Колмогорова шляхом множення ймовірності станів на загальну кількість елементів системи (чисельність засобів сторін).

З урахуванням сказаного, груповий бій зразків БТО з протитанковими засобами (ПТЗ) можна зображати у вигляді системи, що характеризується такими станами:

- $s_0$  — вихідний стан, зразки очікують бойову задачу;
- $s_1$  — зразки, які отримали задачу й почали пошук цілей;

•  $s_2$  — зразки, які виявили цілі й ведуть підготовку пострілу;

•  $s_3$  — зразки, які готові вести вогонь;

•  $s_{yp}$  — уражені зразки.

Розмічений граф станів цієї системи наведено на рис. 1, угруповання зразків БТО й ПТЗ у цьому разі мають позначення  $m$  і  $n$  відповідно.

Так як рішення системи рівнянь для наведеної системи в прямій постановці бачиться досить громіздким, пропонується умовно розділити його на два відносно незалежних етапи: перший з них — це підготовка бойових одиниць сторін до ведення вогню, а другий — вогневе протистояння. Відповідно до цього, перші чотири стани для кожної із сторін умовно згруповано в окремі цикли (на рис. 1 окреслені пунктирними прямокутниками), які описують незалежні процеси підготовки інформаційних даних для ведення вогню одиницями кожної сторони за моделями, що наведено в роботі [3]. Об'єднанні результати підготовки сторін становлять вихідний стан для другого етапу (він окреслений великим прямокутником) і для подальших викладень позначимо його, як  $s_{60}$ , тобто для опису самого протистояння.

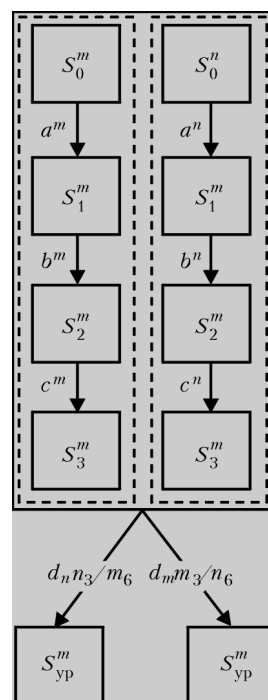


Рис. 1. Граф вогневого протистояння угруповань зразків БТО й ПТЗ

У разі формалізації процесу підготовки під щільностями ймовірності переходів зразків у групувань із стану в стан приймаються ті ж самі величини  $a, b, c$ , які наведено в роботі [3]. Рівняння, що описують зміну чисельності всередині у групувань (тобто в середині областей, які окреслено пунктирами), знаходять шляхом множення обох сторін виразів (1)–(4) на чисельності зразків у складі у групувань. Наприклад, для сторони  $M$  це буде мати такий вигляд:

$$m_0 = Ml^{-a_m t}; \tag{1}$$

$$m_1 = M \frac{al^{-a_m t} [l^{(a_m - b_m)t} - 1]}{a_m - b_m}; \tag{2}$$

$$m_2 = \frac{a_m b_m l^{-c_m t} \left[ b_m l^{(c_m - a_m)t} + c_m (l^{(c_m - b_m)t} - l^{(c_m - a_m)t}) + a_m (1 - l^{(c_m - b_m)t}) - b_m \right]}{(a_m - b_m)(a_m - c_m)(b_m - c_m)}; \tag{3}$$

$$m_3 = M - (m_0 + m_1 + m_2). \tag{4}$$

Щодо моделювання складової процесу ураження цілей прийемо, що якщо одна бойова одиниця (зразок БТО) має потік уражаючих пострілів інтенсивністю  $d_m$  і, відповідно, у групування танків здатне буде створювати потік інтенсивністю  $d_m m_3$ , тому що вогонь веде тільки та його частина, яка перейшла в стан  $S_3$ . Тоді потік уражаючих пострілів, що приходиться на один ПТЗ, буде дорівнювати  $d_m m_3 / N = d_m q_m$ , а відповідно на кожний танк припадає потік пострілів  $d_n n_3 / M = d_n q_n$ , де  $q_m = m_3 / N$  і  $q_n = n_3 / M$  – поточні співвідношення активної (стріляючої) частини кожного у групування до кількості цілей.

Для полегшення подальшого рішення рівнянь системи, що описують процес вогневого протистояння, чисельності  $m_3$  і  $n_3$  умовно заморозимо.

Виходячи з цього, стани системи, яка відповідає вогневому протистоянню, описуються диференційними рівняннями:

$$\frac{dP_{60}}{dt} = -[d_m q_m + d_n q_n] P_{60}; \tag{5}$$

$$\frac{dP_{yp}^m}{dt} = d_n q_n P_{60}; \tag{6}$$

$$\frac{dP_{yp}^n}{dt} = d_m q_m P_{60}. \tag{7}$$

Розв’язання цієї системи в аналітичному вигляді за допущення, що інтенсивність потоків, які визначають щільності ймовірності переходів, не залежить від часу, а початкові умови у разі  $t = 0$  становлять  $P_{60} = 1, P_1 = 0$  і  $P_{yp}^m = P_{yp}^n = 0$  дозволяє отримати рівняння для ймовірності знаходження зразків протидіючих сторін у заданих станах:

$$P_{60}(t) = \Gamma^{-(d_m q_m + d_n q_n)t}; \tag{8}$$

$$dP_{yp}^m(t) = \frac{d_n q_n}{d_m q_m + d_n q_n} [1 - \Gamma^{-(d_m q_m + d_n q_n)t}]; \tag{9}$$

$$dP_{yp}^n(t) = \frac{d_m q_m}{d_m q_m + d_n q_n} [1 - \Gamma^{-(d_m q_m + d_n q_n)t}]. \tag{10}$$

Рівняння (8) не становить практичної цінності, тому його в подальшому не розглядати. А в виразах (9) і (10), якщо помножити ліві та праві частини на вихідну кількість відповідно танків і ПТЗ, тобто вважаючи, що  $P_{yp}^m(t)M = m_{yp}(t)$  і  $P_{yp}^n(t)N = n_{yp}(t)$ , знайдемо:

$$m_{yp}(t) = M \frac{d_n q_n}{d_m q_m + d_n q_n} [1 - \Gamma^{-(d_m q_m + d_n q_n)t}]; \tag{11}$$

$$n_{yp}(t) = N \frac{d_m q_m}{d_m q_m + d_n q_n} [1 - \Gamma^{-(d_m q_m + d_n q_n)t}], \tag{12}$$

де  $m_{yp}(t)$  і  $n_{yp}(t)$  – кількість ПТЗ і танків, знищених до моменту часу  $t$  відповідно.

Очевидно, що для кожного моменту часу середні чисельності станів задовольняють умовам  $m_{yp}(t) + m_6(t) = M$  і  $n_{yp}(t) + n_6(t) = N$ , а тому кількість танків  $m_6$  і ПТЗ  $n_6$ , що залишилися боєздатними, з урахуванням виразів (11) і (12) визначаються співвідношеннями:

$$m_6(t) = M \left[ 1 - \frac{d_n q_n}{d_m q_m + d_n q_n} (1 - \Gamma^{-(d_m q_m + d_n q_n)t}) \right]; \tag{13}$$

$$n_6(t) = N \left[ 1 - \frac{d_m q_m}{d_m q_m + d_n q_n} (1 - \Gamma^{-(d_m q_m + d_n q_n)t}) \right]. \tag{14}$$

У цих виразах має місце поточне співвідношення сторін у ході бою за постійними  $d_m$ ,  $d_n$ ,  $q_m$  і  $q_n$ . Перехід до врахування зміни в ході бою співвідношень сторін, які описуються величинами  $q_m$  та  $q_n$ , потребує застосування відомого принципу квазірегулярності. У разі його використання обчислення величин  $m_6(t)$  і  $n_6(t)$  набуває ітераційного характеру й в даному випадку описується такими рекурентними формулами:

$$m_6[(i+1)\Delta t] = m_6[i\Delta t] \times \left[ 1 - \frac{d_n q_{ni}}{d_m q_{mi} + d_n q_{ni}} (1 - \Gamma^{-(d_m q_{mi} + d_n q_{ni})\Delta t}) \right]; \quad (15)$$

$$n_6[(i+1)\Delta t] = n_6[i\Delta t] \times \left[ 1 - \frac{d_m q_{mi}}{d_m q_{mi} + d_n q_{ni}} (1 - \Gamma^{-(d_m q_{mi} + d_n q_{ni})t}) \right]; \quad (16)$$

де  $m_6[(i+1)\Delta t]$  і  $n_6[(i+1)\Delta t]$  — число засобів, що залишилися боєздатними, на  $i+1$  кроці;  $q_{mi} = m_3[i\Delta t]/n_6[i\Delta t]$  і  $q_{ni} = n_3[i\Delta t]/m_6[i\Delta t]$  — співвідношення вогневих засобів сторін, що ведуть вогонь, та цілей для них після  $i$ -го кроку.

Вирази (15) і (16) дозволяють розрахувати математичні очікування чисельності сторін для кожного з станів з урахуванням зміни в ході бою співвідношень сторін у припущенні незалежності  $d_m$  і  $d_n$  для кожної боєздатної одиниці, що залишилася. На першому кроці ( $i=0$ ) слід приймати  $m_6(\Delta t) = M$ ,  $n_6(\Delta t) = N$  і  $q_m = q_n = 0$ . Тобто ведення вогню починається не з першого кроку, як це прийнято в класичних моделях, які побудовано за методом динаміки середніх, а з запізненням, поки вогневі одиниці не пройдуть цикл підготовки до стрільби, тобто до появи умови  $m_3[i\Delta t] > 0$  або  $n_3[i\Delta t] > 0$ . Отримані пари значень  $m_3[i\Delta t]$  і  $n_3[i\Delta t]$  визначають величини  $q_m[i\Delta t]$  і  $q_n[i\Delta t]$ , які використовуються на наступному кроці для обчислень  $m_6[(i+1)\Delta t]$  і  $n_6[(i+1)\Delta t]$ . Процес обчислення продовжується доти, поки одна з величин  $m_6[i\Delta t]$  і  $n_6[i\Delta t]$  не прийме значення, за яким сили однієї із сторін можна вважати знищеними, тобто сторона втрачає боєздатність за недостатністю зразків.

Розрахована за виразами (15) і (16) поточна кількість танків і ПТЗ у ході бою показані на рис. 2. У вигляді графіків наведено результати, які отримано в разі моделювання наступу танків (при  $M=30$ ) проти ПТЗ ( $N=10$ ). Як видно з рис. 2, ПТЗ мають кращі умови для підготовки вогню, й тому більший їхній відсоток (із числа боєздатних) першим відкриває вогонь.

Вогневе протистояння, що приблизно описано виразами (15) і (16), характеризується такими особливостями в порівнянні з відомими підходами:

- постійним зменшенням поточної чисельності угруповань, що відбувається завдяки застосуванню принципу квазірегулярності. У цьому разі чисельність одного із угруповань у деякий момент бою наближається до нульової чисельності, а у випадку приблизної рівноваги чисельності обох угруповань наближається до нуля;

- перехід до стану ведення вогню бойовими одиницями угруповань визначається досконалістю та умовами з організації інформаційних процесів, а саме тривалістю цілерозподілу, пошуку цілі, підготовки пострілу, оцінки результатів стрільби тощо.

Власне, характер наростання кривих 2 і 4 (рис. 2) свідчить про досконалість інформаційно-управляючих систем і досліджування чутливості цільової функції від показників  $a$ ,  $b$ ,  $c$  складає сутність дослідження основних властивостей ІУС.

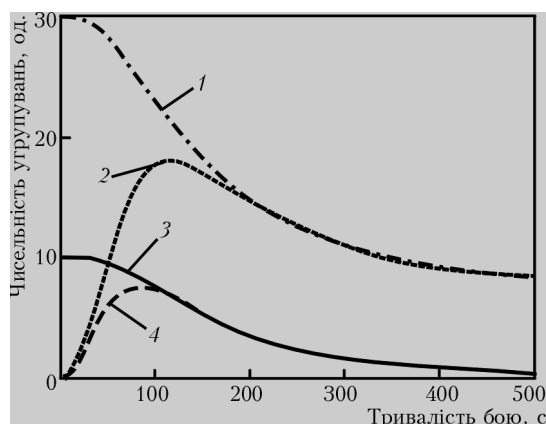


Рис. 2. Зміна кількості боєздатних (1) і стріляючих (2) танків і ПТЗ (3 і 4 відповідно) у ході бою

Щодо допущень, які прийнято для моделі групового бою, необхідно відзначити, що вони традиційні [4].

Аналіз допущень, які вказано, свідчить, що сценарій, який лежить в основі даної моделі групового бою, ґрунтується на рівномірному цілерозподілі. В той же час дослідження щодо впливу типу сценарію на результати моделювання [5] показують, що результат бою для випадків малочисельних зіткнень (а такими вони стають на кінцевих етапах бою у разі застосування принципу квазірегулярності) цілком залежить від його сценарію. Разом з тим показано, що відмова від застосування цього принципу та процедури безпосереднього обраховування фінальної імовірності, як це пропонується в роботі [6], не виправдовує себе з метою забезпечення точності результатів, які отримано. Очевидно, що для одержання коректної оцінки необхідно, з одного боку, як це наголошується в роботі [4], збільшувати початкову кількість угруповань, що забезпечить нівелювання впливу від вибору сценарію зіткнень, а з іншого, умовою закінчення бою обирати такі, які не дотягують до повного знищення однієї (або обох сторін). Це, до речі, цілком відповідає практиці, коли за умову програшу приймають втрату  $1/2$  (в наступі) або  $2/3$  (в обороні) від початкової чисельності угруповань.

### Висновок

Таким чином, запропонований методологічний підхід до дослідження функціонування інформаційно-управляючих систем в інтересах їхньої комплексної оцінки дозволяє використо-

вувати модель функціонування зразків бронетанкового озброєння як агрегированого елемента моделі групового бою, що заснована в використанні методу «динаміки середніх». При цьому показано конкретний підхід до впровадження принципу квазірегулярності, який на відміну від відомих підходів передбачає не тільки урахування зміни поточного співвідношення сторін з причини зменшення уражених одиниць, але забезпечує урахування затримки введення в їхнє вогневе протистояння в залежності від досконалості інформаційних процесів. До них в першу чергу відносяться процеси підготовки до стрільби, які реалізуються інформаційно-управляючими системами зразків бронетанкового озброєння.

### Список літератури

1. *Основы военно-технических исследований. Теория и приложения в 3 т. — Т. 1. / Синтез систем вооружения и военной техники / А.П. Ковтуненко, В.В. Зубарев, Б.Н. Ланецкий и др. // Под ред. А.П. Ковтуненко. — К., 2011. — 504 с.*
2. *Васьковский М.И. Подход к моделированию парного и группового боя в интересах оценки эффективности бронетанкового вооружения // Артиллерийское и стрелковое вооружение. — 2010. — № 4. — С. 22–27.*
3. *Васьковский М.И. Математическая модель функционирования образца бронетанкового вооружения, оснащенного информационно-управляющей системой // Артиллерийское и стрелковое вооружение. — 2011. — № 1. — С. 6–11.*
4. *Вентцель Е.С. Исследование операций. — М.: Советское радио, 1972. — 552 с.*
5. *Анипко О.Б. Аналитическая марковская модель функционирования комплекса вооружения танка / О.Б. Анипко, Ю.М. Бусяк, И.Ю. Бирюков // Системы озброєння та військова техніка. — 2012. — № 3. — Харків: ХУПС, 2012. — С. 2–5.*
6. *Оценка эффективности огневого поражения ударными ракетами и огнем артиллерии. — СПб.: «Галера Принт», 2006. — 424 с.*