УДК 623.438.3

**М.О. ШИШАНОВ**, д-р техн. наук,
**В.В. ЯБЛОКОВ, В.В.СОТНИК, А.В. ГУЛЯЄВ**, кандидати техн. наук, **О.Л. ЧЕЧЕНКОВА**, інж.
(Центр. наук.-дослід. ін-т озброєння та військової техніки Збройних Сил України, м. Київ)

# ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНІ ДОСЛІДЖЕННЯ ТЕХНОЛОГІЧНИХ ПРОЦЕСІВ РЕМОНТУ ОЗБРОЄННЯ ТА ВІЙСЬКОВОЇ ТЕХНІКИ З ВИКОРИСТАННЯМ МАТЕМАТИЧНИХ МОДЕЛЕЙ

Викладено основні принципи та результати експериментального дослідження застосування механізованого дугового зварювання й наплавлення керованою дугою для відновлення й модернізації комплектуючих елементів рухомої техніки. Наведено методику побудови математичних моделей за результатами планованого багатофакторного експерименту.

Изложены основные принципы и результаты экспериментального исследования применения механизированной дуговой сварки и наплавки управляемой дугой для восстановления и модернизации комплектующих элементов подвижной техники. Приведена методика построения математических моделей по результатам планируемого многофакторного эксперимента.

Вдосконалення технологічних процесів є основою поліпшення економічних показників підприємств та підвищення якості виробленої продукції. У зв'язку з актуальністю зазначеного напрямку вдосконалення виробництва в ЦНДІ ОВТ ЗС України проведено теоретичні та експериментальні дослідження можливості й доцільності застосування нових способів механізованого дугового зварювання та наплавлення керованою дугою (МДЗ КД) для відновлення й модернізації комплектуючих елементів засобів рухомості озброєння й військової техніки. В цих роботах у результаті теоретичних пошуків було висунуто гіпотезу про те, що у разі застосування управляємої дуги в силу іншого, ніж за традиційними способами зварювання й наплавлення, характеру переносу електродного металу можливе значне зменшення теплового впливу на деталі, що дозволяє суттєво збільшити номенклатуру відновлюваних деталей, які відновлюються за рахунок тонкостінних та невеликого діаметра. Однак висунута гіпотеза вимагала експериментального підтвердження.

Під час планування експериментального дослідження виникла проблема вибору методики дослідження. За теоретичних досліджень було встановлено, що МДЗ КД є комплексом багатьох взаємозалежних механічних, електричних, теплових, металургійних та інших явищ. Тому проведення дослідження на основі традиційного детерміністичного підходу, коли шляхом послідовного однофакторного експерименту досліджується механізм усіх явищ і створюється теорія процесу, на підставі чого система задається строго детерміністичною моделлю, пов'язано з дуже значним обсягом експериментальних робіт і можливою невизначеністю інтерпретації результатів, які отримано.

Як показав аналіз науково-технічної літератури [1–7], альтернативою однофакторного експерименту є планований багатофакторний експеримент (ПБЕ), який дозволяє істотно зменшити час і матеріальні витрати на дослідження. Крім того, у разі ПБЕ можливо формалізувати процес побудови математичних моделей об'єкта дослідження, які може бути використано для розв'язання широкого кола задач для наукових і виробничих цілей, у тому числі для інтерпретації результатів експерименту, знаходження раціональних режимів ведення процесу, а також для безпосереднього управління цим процесом в автоматичному режимі [1–4].

В зазначених дослідженнях за побудови оцінки математичних моделей було прийнято таку послідовність:

- побудова концептуальної моделі;
- вибір виду математичної моделі;
- побудова (розрахунок) математичної моделі;
- дослідження математичної моделі;
- інтерпретація математичної моделі.

Автори вважають, що концептуальна модель відображає такі основні моменти:

- цілі дослідження, об'єкт дослідження (в даному випадку технологічний процес) і напрямки поліпшення його функціонування. Разом із цим визначаються вихідні параметри, що характеризують функціонування об'єкта;
- умови функціонування об'єкта, які обумовлено характером взаємодії між об'єктом та його оточенням, а також між елементами об'єкта. Тут встановлюються зовнішні та внутрішні обмеження;
- можливість управління об'єктом, на підставі чого визначаються вхідні впливи (фактори).

Як правило, розробка концептуальної моделі здійснюється на етапі планування експерименту й передує вибору виду плану (матриці) експерименту [1]. Разом із цим об'єкт дослідження представляється у вигляді узагальненого абстрактного образу, внутрішня будова якого невідома (або відома не в повному обсязі), але є можливість вивчати реакцію вихідних параметрів у відповідь на зміну (управління) факторів, що є обов'язковою умовою для побудови математичної моделі. Цього виявляється цілком достатньо для опису зазначеного взаємозв'язку вихідних параметрів і факторів у вигляді математичного виразу, що й є математичною моделлю, також званою рівнянням стану об'єкта дослідження або просто функцією відгуку:

$$y = f(x_1, x_2, \ldots, x_n), \tag{1}$$

де $y$ — вихідний параметр (у плануванні експерименту використовують і спрощені терміни «відгук» або просто «вихід»); $x_1$, $x_2$, ..., $x_n$ — фактори.

Кожен із відгуків пов'язано з факторами об'єктивно існуючою залежністю, проте вигляд її заздалегідь, як правило, невідомий. Більше того, для реального об'єкта дослідження зазначеної залежності носить характер імовірності, оскільки об'єкт дослідження піддається впливу й випадкових, неуправляємих факторів [1, 2]. Тому першим кроком під час побудови математичної моделі, був вибір її виду. На підставі досвіду досліджень, вивчення детерміністичних моделей, які раніше було отримано, відомо, що в більшості реальних прикладних задач, зокрема в разі дослідження технологічних процесів (наприклад, зварювальних робіт), рівняння стану об'єкта дослідження може бути приблизно висловлено поліноміальними рівняннями (рівняннями регресії) у вигляді відрізка ряду Тейлора [1, 4].

Так, як значення відгуку з точки зору статистики є випадковою величиною, можна знайти тільки вибіркові коефіцієнти $b_0$, $b_i$, $b_{ij}$, $b_{ii}$ — рівняння регресії, які є лише статистичними оцінками дійсних коефіцієнтів поліноміальної моделі [1, 4]. Тому рівняння регресії, яке отримано експериментальним шляхом, має вигляд:

$$y_{\text{р}} = \hat{y}_j = b_0 + \sum_{i=1}^{k} b_i X_i + \sum_{i<j} b_{ij} X_i X_j + \\ + \sum_{i=1}^{k} b_{ii} X_i^2 + \ldots + \varepsilon, \tag{2}$$

де $y_{\text{р}}$ — розрахункове значення відгуку; $b_0$, $b_i$, $b_{ij}$, $b_{ii}$ — оцінки коефіцієнтів полиному; $X$ — фактори; $k$ — число незалежних факторів $k = 1, 2, \ldots, i$; $\varepsilon$ — випадкова величина, що відображає вплив випадкових факторів, а також вплив результатів розрахунку за експериментальними даними статистичних оцінок коефіцієнтів моделі як випадкових величин.

Отже, задача полягає в підборі такого виду рівняння регресії, щоб значення відгуку $y_{\text{р}}$, яке розраховано на основі результатів реаль-

**Таблиця 1.** Розрахункові коефіцієнти математичної моделі та оцінка їхнього значення

| Коефіцієнти | | Значення $t$-критерію Стьюдента | | Коефіцієнти | | Значення $t$-критерію Стьюдента | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Позначення | Значення | Табличне | Розрахункове | Позначення | Значення | Табличне | Розрахункове |
| $b_0$ | 29,23 | 2,005 | 72,067 | $b_{24}$ | 0,25 | 2,005 | 0,616 |
| $b_1$ | −1,70 | 2,005 | 4,201 | $b_{25}$ | 1,08 | 2,005 | 2,671 |
| $b_2$ | 0,96 | 2,005 | 2,375 | $b_{34}$ | 0,04 | 2,005 | 0,130 |
| $b_3$ | 1,72 | 2,005 | 4,247 | $b_{35}$ | 0,21 | 2,005 | 0,514 |
| $b_4$ | 0,06 | 2,005 | 0,137 | $b_{45}$ | 0,63 | 2,005 | 1,541 |
| $b_5$ | 0,69 | 2,005 | 1,690 | $b_{11}$ | −0,37 | 2,005 | 0,906 |
| $b_{12}$ | −0,08 | 2,005 | 0,205 | $b_{22}$ | −0,37 | 2,005 | 0,906 |
| $b_{13}$ | 0,04 | 2,005 | 0,103 | $b_{33}$ | 1,47 | 2,005 | 3,614 |
| $b_{14}$ | 0,29 | 2,005 | 0,719 | $b_{44}$ | −0,20 | 2,005 | 0,495 |
| $b_{15}$ | 0,96 | 2,005 | 2,363 | $b_{55}$ | 1,13 | 2,005 | 2,292 |
| $b_{23}$ | 0,75 | 2,005 | 1,849 | | | | |

ного експерименту, було якомога ближче до значення відгуку $y$, який отримано в експерименті:

$$y_P \to y. \tag{3}$$

Значення коефіцієнтів моделі розраховувалися, виходячи з даних експерименту, методом найменших квадратів [1–3]. Ці коефіцієнти, які розраховано за вимірюваними значеннями випадкової величини, якою є відгук, самі стають випадковими величинами, а математична модель із цими коефіцієнтами — ймовірною. З цього випливає важливий висновок: побудову моделі можна вважати закінченою тільки після статистичного аналізу як окремих коефіцієнтів, так і моделі в цілому. Цей висновок — це кілька етапів:

- оцінка статистичного значення коефіцієнтів моделі;
- перевірка адекватності моделі;
- перевірка інформаційного значення моделі.

Оцінка статистичного значення коефіцієнтів моделі здійснюється за допомогою критерію Стьюдента шляхом порівняння його розрахункового значення $t_р$ із табличним (критичним) значенням $t_{кр}$ [1]. Коефіцієнт визнається значущим, якщо його розрахункове значення більше критичного $t_р \geq t_{кр}$ на заданому рівні $\alpha$ за $f$ ступенями свободи. Критерій Стьюдента обчислюється для кожного коефіцієнта регресії. Статистично незначущі коефіцієнти регресії може бути виключено з рівняння.

Як приклад можна привести оцінку значимості розрахункових коефіцієнтів моделі (табл. 1), яка описує залежність твердості наплавленого металу від параметрів режиму наплавлення, що було отримано в ЦНДІ ОВТ ЗС України за дослідження відновлення деталей бронетанкового озброєння та техніки (БТОТ) електродуговим наплавленням.

Після встановлення статистично значущих коефіцієнтів регресії можна виконувати перевірку адекватності моделі та її інформаційну значущість, для чого, виходячи з експериментальних і розрахункових значень відгуку, розраховують суму квадратів їхніх розбіжностей (називаних також залишковою сумою квадратів $SS_{ост}$). Для експерименту, що складається з $n$ рядків плану, в кожному з яких реалізується $r$ дублів, залишкова сума квадратів $SS_{ост}$ дорівнюватиме:

$$SS_{ост} = \sum_{j=1}^{n} \sum_{d=1}^{r} \Delta_{jd}^2 = \sum_{j=1}^{n} \sum_{d=1}^{r} (y_{jd} - \hat{y}_j)^2, \tag{4}$$

де $y_{jd}$ — експериментальне значення відгуку в $d$-му дублі $j$-го рядка плану експерименту; $\hat{y}_j$ — розрахункове значення відгуку в $j$-му рядку плану експерименту; j — номер рядка в плані експерименту; $d$ — номер дубля в рядку.

З величиною $SS_{\text{ост}}$ пов'язано число ступенів свободи $f_{\text{ост}} = N - k = nr - k$, де $k$ — число значущих коефіцієнтів рівняння регресії, включаючи вільний член.

Ця сума шляхом нескладного перетворення розкладається на складові:

$$SS_{\text{ост}} = \sum_{j=1}^{n}\sum_{d=1}^{r}(y_{jd} - \bar{y}_j)^2 + \sum_{j=1}^{n}(\bar{y}_j - \hat{y}_j)^2. \quad (5)$$

Перший доданок є сумою квадратів відхилень експериментальних значень відгуків $y_{jd}$ у $d$ дублях $j$-го рядка плану експерименту від середнього значення відгуків $\bar{y}_j$ у рядку, які характеризують похибку (відтворюваність) дослідів. Другий доданок — сума квадратів відхилень середніх експериментальних значень відгуків $\bar{y}_j$ в $j$-ому рядку від значень відгуків $\hat{y}_j$, які розраховано за прийнятою теоретичної моделлю; вона характеризує ступінь неадекватності обраної моделі експерименту. Отже, розбіжність експериментальних і розрахункових значень відгуку обумовлено двома причинами: похибкою експерименту й непридатністю теоретично прийнятої моделі:

$$SS_{\text{ост}} = SS_{\text{в}} + SS_{\text{ад}}. \quad (6)$$

Виходячи з величин зазначених сум квадратів, розраховуються оцінки дисперсій:

$$S^2_{\text{ост}} = \frac{1}{f_{\text{ост}}} SS_{\text{ост}} = \frac{1}{N-k}\left(\sum_{j=1}^{r}(y_{jd} - \hat{y}_j)^2\right), \quad (7)$$

$$S^2_{\text{в}} = \frac{1}{f_{\text{в}}} = \frac{1}{n(r-1)}\left(\sum_{j=1}^{n}\sum_{d=1}^{r}(y_{jd} - \bar{y}_j)^2\right), \quad (8)$$

$$S^2_{\text{ад}} = \frac{1}{f_{\text{ад}}} SS_{\text{ад}} = \frac{r}{n-k}\left(\sum_{j=1}^{n}(\bar{y}_j - \hat{y}_j)^2\right). \quad (9)$$

Числа ступенів свободи дисперсій, які зазначено, залежать від кількості рядків у матриці планування $n$, загального числа дослідів в експерименті $N = nr$ кількості дублів у кожному рядку й числа значущих коефіцієнтів регресії $k$, включаючи вільний член $b_0$:

$$f_{\text{ост}} = N - k = nr - k, \quad (10)$$

$$f_{\text{в}} = N - n = n(r-1), \quad (11)$$

$$f_{\text{ад}} = n - k. \quad (12)$$

Для перевірки адекватності моделі визначається розрахункове значення критерію Фішера $F_{\text{ад}}$ [1–2], як відношення дисперсії адекватності до дисперсії відтворюваності, яке порівнюється з його критичним значенням $F_{\text{ад кр}}$. Критичне значення $F_{\text{ад кр}}$ критерію Фішера перебуває з таблиці роботи [7] в разі встановленого рівня значущості (звичайно $\alpha = 0{,}05$) і для відповідних ступенів свободи. Якщо розрахункове значення $F_{\text{ад}}$ критерію Фішера не перевищує табличного значення $F_{\text{ад кр}}$, тобто виконується умова $F_{\text{ад}} \le F_{\text{ад кр}}$ для ступенів свободи $f_{\text{ад}}$ і $f_{\text{в}}$ за вибраний рівень значущості $\alpha$, то приймається рішення, що ця модель адекватно описує експериментальні результати. Приклад оцінки адекватності моделі, що була виконана в разі дослідження залежності твердості поверхні деталі від параметрів режиму відновлення деталей БТОТ, наведено в табл. 2.

Якщо гіпотеза про адекватність моделі в результаті статистичної перевірки, яку зазначено, не підтверджується, мета досліджень залишається не досягнутою й необхідні додаткові заходи для побудови іншої моделі. Зокрема, можна змінити інтервал варіювання, перенести центр плану, зробити добудову плану [1, 5, 6]. Всі ці рішення вимагають проведення нових дослідів.

У разі неадекватності лінійної моделі альтернативою проведенню нового експерименту

**Таблиця 2. Перевірка адекватності моделі за $F$-критерієм Фішера**

| Значення $F$-критерію ($\alpha = 0{,}05$; $f_1 = 19$; $f_2 = 54$) | | Висновок |
|---|---|---|
| Розрахункове $F_{\text{р}}$ | Табличне $F_{\text{кр}}$ | $F_{\text{р}} \le F_{\text{кр}}$ Модель адекватна |
| 1,27 | 1,79 | |

**Таблиця 3. Перевірка інформаційної здатності моделі за *F*-критерієм Фішера**

| Значення $F$-критерію ($\alpha$ = 0,05; $f_1$ = 40; $f_2$ = 19) | | Висновок |
|---|---|---|
| Розрахункове $F_р$ | Табличне $F_{кр}$ | $F_р \geq F_{кр}$<br>Модель має інформаційну цінність |
| 2,87 | 2,06 | |

є включення в рівняння регресії елементів взаємодії, тобто здійснюється перехід до моделі другого порядку шляхом добудови плану експерименту, за цим необхідно проведення додаткових дослідів, але не всього експерименту.

Для перевірки інформаційної здатності моделі [1, 2] необхідно визначити загальне розсіювання результатів експерименту $y_{jd}$ відносно загальної середньої $\overline{y}_{общ}$ по всьому експерименту:

$$S^2_{общ} = \frac{1}{n(r-1)} \sum_{j=1}^{n} \sum_{d=1}^{r} (y_{jd} - \overline{y}_{общ})^2, \qquad (13)$$

де

$$\overline{y}_{общ} = \frac{1}{nr} \sum_{j}^{n} \sum_{d=1}^{r} y_{jd}. \qquad (14)$$

Розрахункове значення критерію Фішера за визначення інформаційної здатності моделі

$$F_{ин} = \frac{S^2_{общ}}{S^2_{ад}}. \qquad (15)$$

Разом із цим виконання нерівності $F_{ин} \leq F_{ин\ кр}$ показує, що отримана модель, незважаючи на можливо складний вид, не має інформаційної цінності.

В табл. 3 наведено результат перевірки інформаційної здатності моделі: залежності твердості поверхні деталі після її відновлення наплавленням від параметрів режиму наплавлення.

Слід зазначити, що перевірки інформаційної цінності моделі та її адекватності принципово відмінні та не можуть замінити один одного: адекватність моделі не гарантує її інформаційної здатності, й навпаки.

## Висновки

Як свідчать результати проведених у ЦНДІ ОВТ ЗС України досліджень, запропоновано методику, що дозволяє отримувати адекватні математичні моделі другого порядку технологічних процесів ремонту озброєння та військової техніки, зокрема процесів відновлення деталей електродуговим наплавленням і зварювання деталей. Моделі, які отримано, дозволили розкрити механізм формування властивостей поверхонь деталей, що відновлюються, й властивостей зварювальних з’єднань. Адекватні моделі в подальшому може бути використано для з’ясування сутності досліджуваних явищ і для пошуку найкращих умов виконання технологічних процесів згідно заданих критеріїв.

## Список літератури


1. *Адлер Ю.П.* Планирование эксперимента при поиске оптимальных условий / Ю.П. Адлер, Е.В. Маркова, Ю.В. Грановский. — М.: Наука, 1976. — 278 с.
2. *Спиридонов А.А.* Планирование эксперимента при исследовании технологических процессов. — М.: Машиностроение, 1981. — 184 с.
3. *Горский В.Г.* Планирование промышленных экспериментов / В.Г. Горский, Ю.П. Адлер. — М.: Наука, 1974. — 92 с.
4. *Касаткин О.Г.* Использование регрессионного анализа для изучения сварочных процессов / О.Г. Касаткин [и др.] // Автоматическая сварка. — 1970. — № 5. — С. 5 — 9.
5. *Hartley H.O.* Smallest composite designs for quadratic response surface // Biometrics. — 1959. — Vol. 15. — P. 611–622.
6. *Андрукович П.Ф., Голикова Т.И. и др.* Планы второго порядка на гиперкубе, близкие по свойствам к D-оптимальным. Новые идеи в планировании эксперимента. — М.: Наука, 1969. — 75 с.
7. *Ликеш И.* Основные таблицы математической статистики / И. Ликеш, Й. Ляга. — М.: Финансы и статистика, 1985. — С. 356 с.