

УДК.629.76.08

Ю.И. ШЕПЕЛЕВ, канд. техн. наук (ГП «ГосККБ Луч», г. Киев)

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА ГАРМОНИЧЕСКОЙ ЛИНЕАРИЗАЦИИ К ЧАСТОТНОМУ АНАЛИЗУ РАБОТЫ РУЛЕВЫХ ПРИВОДОВ ВРАЩАЮЩИХСЯ РАКЕТ

Обосновывается использование метода гармонической линеаризации при исследовании работы рулевого привода противотанкового управляемого снаряда путем сравнения расчетных и экспериментально снятых частотных характеристик.

Обґрунтовується використання методу гармонічної лінеаризації у разі дослідження роботи рулевого приводу протитанкового снаряда, що управляється, шляхом порівняння й експериментально частотних характеристик, які розраховано й знято.

Основная особенность современных противотанковых управляемых ракет (ПТУР) — отсутствие у них канала стабилизации по крену [1]. Наличие в ракете датчика крена и синусно-косинусного преобразователя позволяет формировать гармонические сигналы для управления рулевыми приводами. Следящие рулевые приводы, работающие в режиме переключения рулей с частотой вращения ракеты относительно продольной оси, обрабатывают заданные гармонические сигналы, поддерживая ракету на линии визирования [2].

Систему управления ПТУР условно можно представить состоящей из линейной и нелинейной частей. Для исследования устойчивости и определения параметров возможных колебаний в системах управления с нелинейностями применяют методы, среди которых следует отметить [3]:

- метод энергетического баланса, который предполагает замену нелинейной зависимости эквивалентной в энергетическом отношении за период колебания линейной характеристикой;
- метод гармонического баланса и связанный с ним метод гармонической линеаризации, который основывается на замене колебаний на выходе нелинейного звена эквивалентными синусоидальными колебаниями;
- метод вибрационной линеаризации, наиболее известным применением которого явля-

ется, например, широтно-импульсная модуляция;

- метод прямоугольной линеаризации, который на определенном временном интервале дает точное значение коэффициента передачи нелинейного звена (применяется только для однозначных нелинейностей).

Рассмотрим метод гармонической линеаризации при исследовании математической модели привода. Гармоническая линеаризация нелинейного динамического объекта — это его замена линейной моделью, описывающей первую гармоническую составляющую отклика объекта на входное синусоидальное воздействие.

Нелинейные объекты при возбуждении их синусоидальным сигналом $X(j\omega)$ дают отклик, содержащий бесконечное число гармоник:

$$\begin{aligned} Y(F(X(j\omega, j2\omega, j3\omega, j4\omega, j5\omega, \dots))) = \\ = Y_1(j\omega) + Y_2(j2\omega) + Y_3(j3\omega) + \\ + Y_4(j4) + Y_5(j5\omega) + \dots \end{aligned}$$

Комплексный коэффициент передачи линеаризованной модели находится из выражения:

$$H(j\omega) = Y_1(j\omega) / X(j\omega).$$

Обычно линеаризация хорошо работает для слабо нелинейных объектов с суммарной мощностью старших гармоник в отклике ме-

© Ю.И. ШЕПЕЛЕВ, 2014

нее 30 % от мощности первой гармоники. Для существенно нелинейных объектов гармоническая линеаризация неприемлема, так как выхолащивает нелинейную суть объекта исследования. Суть метода гармонической линеаризации состоит в следующем. Гармоническая линеаризация качественно представляет собой результат распространенной частотной методики, при этом предполагается, что нелинейный элемент является не каким-то отдельно взятым, работающим в отрыве от системы, элементом автоматики, а входит в структуру системы управления, где выполняет свои определенные функции.

Пусть на вход нелинейного элемента подан синусоидальный сигнал постоянной частоты и амплитуды. С течением времени переходная составляющая полностью затухает и на выходе нелинейного элемента устанавливается периодический сигнал некоторой формы. Этот сигнал можно представить в виде разложения Фурье. Ограничимся рассмотрением только главного члена разложения, то есть первой гармонической составляющей, считая, что постоянная составляющая отсутствует, а высшими гармониками можно пренебречь. Тогда выходной сигнал будет иметь ту же частоту, что и входной, но отличаться от последнего по амплитуде и фазе. Изменение амплитуды и частоты, а для безинерционных нелинейных элементов только амплитуды входного сигнала, приведет к изменению формы выходного сигнала, а вместе с ней и главного члена разложения этого сигнала в ряд Фурье.

Для оценки связи между параметрами синусоидального входного сигнала и первой гармоники выходного сигнала нелинейного элемента удобно ввести своеобразный аналог передаточной функции, называемой эквивалентным комплексным коэффициентом усиления или передачи. Этот коэффициент можно определить как комплексную величину, модуль которой равен отношению амплитуды главного члена ряда Фурье к амплитуде входного сигнала, а аргумент — разности фаз между этими синусоидальными сигналами во всем возможном диапазоне изменения амплитуды и частоты входного сигнала.

Пусть дано какое-нибудь нелинейное динамическое звено

$$y = F(x, px) \quad (1)$$

и задано гармоническое управляющее воздействие

$$x = a \sin \Omega, \quad \Omega = \omega t, \quad (2)$$

тогда производная будет равна

$$t, px = a\omega \cos \Omega. \quad (3)$$

Воспользуемся разложением нелинейной функции в ряд Фурье:

$$y = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} F(a \sin \Omega, a\omega \cos \Omega) d\Omega + \left[\frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} F(a \sin \Omega, a\omega \cos \Omega) \sin \Omega d\Omega \right] \sin \Omega + \quad (4)$$

$$+ \left[\frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} F(a \sin \Omega, a\omega \cos \Omega) \cos \Omega d\Omega \right] \cos \Omega + R(\Omega),$$

где $R(\Omega)$ — член, содержащий высшие гармонические составляющие разложения.

При рассмотрении качественной стороны метода отмечалось, что постоянная составляющая в разложении отсутствует, а высшими гармониками можно пренебречь. Тогда

$$+ \left[\frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} F(a \sin \Omega, a\omega \cos \Omega) \sin \Omega d\Omega \right] \sin \Omega + \quad (5)$$

$$+ \left[\frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} F(a \sin \Omega, a\omega \cos \Omega) \cos \Omega d\Omega \right] \cos \Omega.$$

Принимая во внимание (2) и (3), можно записать:

$$\sin \Omega = \frac{x}{a}, \quad \cos \Omega = \frac{px}{a\omega},$$

что позволяет привести выражение (5) к виду

$$y = q(a, \omega)x + \frac{q'(a, \omega)}{\omega} px, \quad (6)$$

где a — амплитуда входного гармонического сигнала; ω — частота входного гармонического сигнала; $p = \frac{d}{dt}$ — оператор дифференци-

рования; $q(a, \omega) = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} F(a \sin \Omega, a\omega \cos \Omega) \times$
 $\times \sin \Omega d\Omega$ и $q'(a, \omega) = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} F(a \sin \Omega, a\omega \cos \times$
 $\times W) \cos \Omega d\Omega$ — коэффициенты гармонической линейаризации.

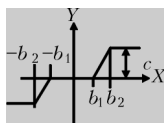
Таким образом, нелинейная функция $F(x, px)$ (1) заменяется линейной (6), в которой коэффициенты зависят от амплитуды и частоты входного сигнала.

Анализ структурной схемы электрического рулевого привода показывает, что в ней присутствуют следующие нелинейности:

- ограничение максимального угла поворота вала привода;
- ограничение максимального тока двигателя;
- ограничение питающего напряжения;
- зона нечувствительности, линейная зона и ограничение предусилителя сигнала ошибки;
- сухое трение;
- люфт;
- дискретность преобразователя «угол–напряжение».

Рассмотрим коэффициенты гармонической линейаризации типовых звеньев. Следует отметить, что однозначные нелинейности не вносят фазовых искажений и для них второй коэффициент равен нулю, то есть $q' = 0$.

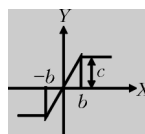
1. Для звена «зона нечувствительности–насыщение»



$$q = \frac{2c}{(b_2 - b_1)\pi} \left(\arcsin \frac{b_2}{a} - \arcsin \frac{b_1}{a} + \frac{b_2}{a} \sqrt{1 - \frac{b_2^2}{a^2}} - \frac{b_1}{a} \sqrt{1 - \frac{b_1^2}{a^2}} \right)$$

Здесь b_1 — ширина зоны нечувствительности; b_2 — ширина линейной зоны; c — уровень ограничения; a — амплитуда входного сигнала.

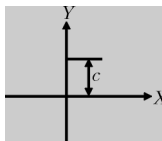
2. Для звена «только насыщение (ограничение)».



$$q = \frac{2c}{b\pi} \left(\arcsin \frac{b}{a} + \frac{b}{a} \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}} \right)$$

Здесь b — ширина линейной зоны; c — уровень ограничения; a — амплитуда входного сигнала.

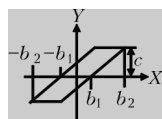
3. Для релейного звена типа «трения».



$$q = \frac{4c}{a\pi}, \quad q' = 0.$$

Здесь a — амплитуда входного сигнала; c — величина силы трения.

4. Для релейного звена типа «люфт».



$$q = \frac{k}{\pi} \left[\frac{\pi}{2} + \arcsin \left(1 - \frac{2b}{a} \right) + 2 \left(1 - \frac{2b}{a} \right) \frac{b}{2} \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}} \right],$$

$$a > b, \quad q' = 0, \quad b = b_1.$$

Здесь b_1 — половина ширины люфта; b_2 — максимальный угол поворота; c — уровень ограничения угла; a — амплитуда входного сигнала; коэффициент пропорциональности k равен: $k = \frac{c}{b_2 - b_1}$, обычно близок к единице.

Для описания нелинейностей и реализации метода гармонической линейаризации в математической модели привода при снятии частотных характеристик необходимо знать частоту и амплитуду гармонического сигнала, поступающего на вход нелинейного элемента. Поскольку нелинейности находятся «внутри» структуры привода, то форма поступающего сигнала является лишь близкой к гармоническому, а амплитуду конкретного гармонического сигнала необходимо вычислять, раскладывая поступающий на вход сигнал в ряд Фурье и только после этого можно рассчитать коэффициенты гармонической линейаризации. Таким образом, чтобы рассчитать коэффициенты гармонической линейаризации, необходимо знать амплитуду первой гармоники входного сигнала, а чтобы определить амплитуду пер-

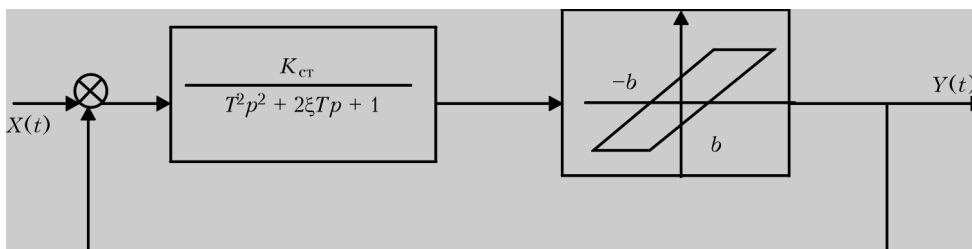


Рис. 1. Линеаризованная структурная схема привода: T – постоянная времени привода; $K_{ст}$ – статический коэффициент передачи; p – оператор дифференцирования; ξ – показатель колебательности для нелинейного элемента типа «люфт»; b – половина ширины люфта; $q(a)$ и $q'(a)$ рассчитываются по формулам: $q(a) = \frac{k}{\pi} \left[\frac{\pi}{2} + \arcsin \left(1 - \frac{2b}{a} \right) + 2 \left(1 - \frac{2b}{a} \right) \sqrt{\frac{b}{a}} \left(-\frac{b}{a} \right) \right]$; $q'(a) = -\frac{4kb}{a} \left(1 - \frac{b}{a} \right)$, $a \geq b$, $k = 1$

вой гармоники необходимо знать коэффициенты гармонической линеаризации.

При разработке линеаризованной модели привода поступим следующим образом:

- заменим линейную часть привода колебательным звеном;
- все нелинейности сведем к нелинейности типа «люфт».

Таким образом, структурная схема привода примет вид, приведенный на рис. 1.

В таблице приведены значения коэффициентов гармонической линеаризации при ширине люфта 10 и 30 угловых минут на различных амплитудах входного гармонического сигнала.

На рис. 2–4 приведены теоретические и экспериментальные амплитудные и фазовые

частотные характеристики привода при амплитуде входного управляющего сигнала соответственно 0,3, 3 и 10°.

При расчетах коэффициентов гармонического сигнала в математической модели привода амплитудное значение первой гармоники входного сигнала заменено на мгновенное значение самого входного сигнала и соответственно скорректированы коэффициенты. При этом получена достаточная сходимость результатов.

Таким образом, в предложенной методике основные нелинейности, входящих в структуру привода-усилителя сигнала ошибки с зоной нечувствительности и насыщением, ограничителя тока двигателя, люфта выходного вала, которые введены в математическую модель привода, заменены на одну. Математическое моделирование работы привода показало, что по мере увеличения амплитуды управляющего гармонического сигнала сходимость экспериментальных и теоретических амплитудных и фазовых частотных характеристик растет. Разница в амплитудных частотных характеристиках при малом сигнале объясняется

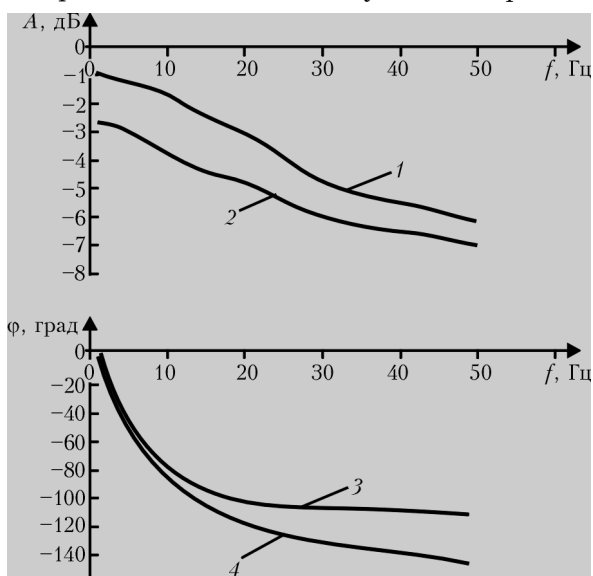


Рис. 2. Теоретические (1, 3) и экспериментальные амплитудные и фазовые (2, 4) частотные характеристики привода при амплитуде входного управляющего сигнала соответственно 0,3°

Значения коэффициентов гармонической линеаризации при различных ширинах люфта

a, градус	b = 10'		b = 30'	
	q(a)	q'(a)	q(a)	q'(a)
0,3	0,56	-0,3	0,91	-0,20
1	0,835	-0,27	0,96	-0,12
3	0,967	-0,11	0,994	-0,041
5	0,9846	-0,072	0,997	-0,025
10	0,995	-0,037	0,9989	-0,12

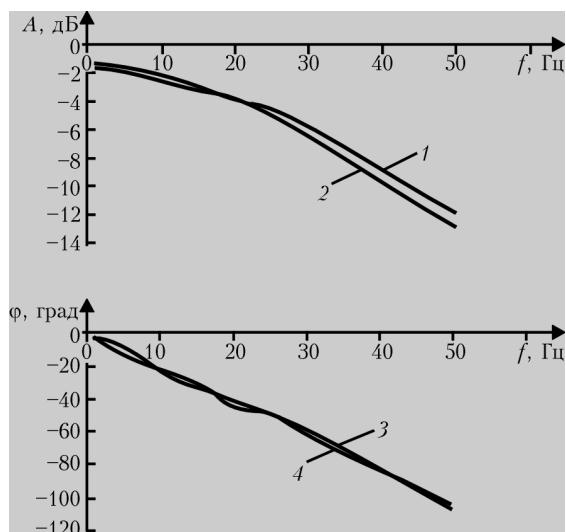


Рис. 3. Теоретические (1, 3) и экспериментальные амплитудные и фазовые (2, 4) частотные характеристики привода при амплитуде входного управляющего сигнала соответственно 3°

большой чувствительностью метода к амплитудным искажениям. Расхождения фазовых частотных характеристик не превышают 10 %. Применения метода гармонической линеаризации наиболее целесообразно для частотного анализа работы приводов вращающихся по крену противотанковых артиллерийских снарядов. 🐹

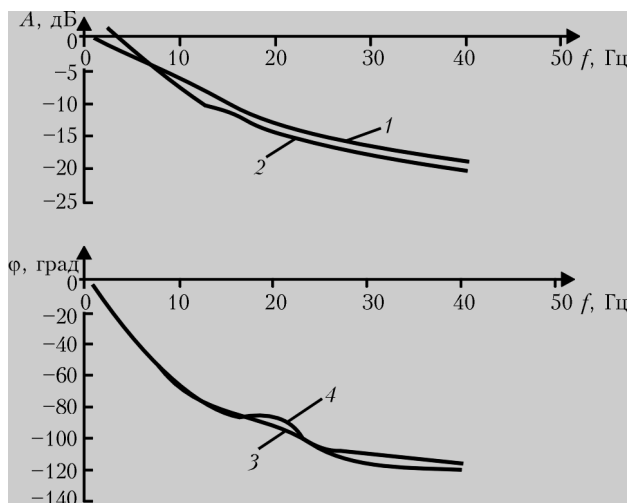


Рис. 4. Теоретические (1, 3) и экспериментальные амплитудные и фазовые (2, 4) частотные характеристики привода при амплитуде входного управляющего сигнала соответственно 10°

Список литературы

1. Ангельский Р.Д. Отечественные противотанковые комплексы. Иллюстрированный справочник. — М.: АСТ Астрель, 2002. — 205 с.
2. Теоретические основы проектирования ствольных управляемых ракет / Под ред. Коростелева О.П. — К.: Изд-во DEFENSE EXPRESS LIBRARY, 2007. — 445 с.
3. Александровский Н.М., Дейч А.М. Методы определения динамических характеристик нелинейных объектов / Автоматика и телемеханика. — 1998. — № 1. — С. 167–188.