

УДК 629.7:001.57.001.63

П. В. ФРИЗ, канд. техніч. наук (Житомирський військ-ковий ін-т імені С. П. Корольова)

## МАТЕМАТИЧНИЙ АПАРАТ ІЗ МЕТОЮ ОЦІНЮВАННЯ СПОСТЕРІГАННЯ ЗАДАНИХ РАЙОНІВ ЗЕМЛІ З КОСМОСУ В ЗАДАЧАХ ЇХНЬОГО ДИСТАНЦІЙНОГО ЗОНДУВАННЯ

Пропонується математичний апарат з метою розрахунку величини добового зсуву смуги огляду космічних апаратів дистанційного зондування Землі, який виникає внаслідок добового обертання земної кулі, та можливий підхід до його використання з метою оцінювання спостереження заданих районів земної поверхні в задачах планування космічних зйомок їх бортовою цільовою апаратурою оптико-електронного типу.

Предложен математический аппарат для расчета величины суточного сдвига полосы обзора космических аппаратов дистанционного зондирования Земли, возникающего вследствие суточного вращения земного шара, и возможный подход к его использованию для оценивания наблюдаемости заданных районов земной поверхности в задачах планирования космических съемок бортовой целевой аппаратурой оптико-электронного типа.

In article the mathematical apparatus for calculation of size of daily shift of a strip of the review of spacecrafts of the remote sensing of Earth arising owing to daily rotation of the globe, and possible approach to its use for estimation of observability of preset areas of a terrestrial surface in problems of planning of space shootings by the onboard target equipment of optical-electronic type is offered.

**Постановка проблеми.** В разі організації космічних зйомок часто виникають потреби в оцінюванні спостереження заданих районів Землі доступними космічними апаратами (КА) згідно робіт [1, 2]. У цьому разі одним із критеріїв вибору, які придатно для певних цільових задач (релевантних) КА, є їхнє просторово-часове положення відносно заданих районів земної поверхні, як це зазначено в роботі [3].

Зокрема, в задачах дистанційного зондування Землі (ДЗЗ) із використанням космічних систем (КС) оптико-електронного спостереження (ОЕСп) однією з умов успішного виконання цільового завдання виступає наявність геометричної видимості між КА й заданими районами. В такому разі райони, які зазначено, повністю або частково потраплять в деякий момент часу в зону огляду бортовою цільовою апаратурою (БЦА), тобто «накриватимуться» смугою огляду чи смугою захвату КА на заданому інтервалі згідно роботи [4], а, отже, будуть повністю або частково спостерігатися.

В цим разі особливістю космічних спостережень за заданими районами є об'єктивно існуючі

інтервали очікування зазначених моментів часу, які обумовлено специфікою орбітального руху КА ДЗЗ відносно Землі, що обертається, коли смуга огляду БЦА некеровано послідовно переміщається на земній поверхні, досягаючи вибірково тих або інших районів. Така особливість космічних спостережень безпосередньо впливає на ефективність виконання цільових завдань КС.

З огляду на це виникає актуальне завдання щодо оцінювання спостережуваності заданих районів Землі з метою раціонального планування космічних зйомок релевантними КА.

**Огляд останніх досліджень і публікацій.** Питання планування космічних спостережень в тій чи іншій мірі розглядаються в ряді наукових праць [5–7] останнього часу.

Зокрема, у статті [5] наведено підхід до планування спостережень з урахуванням геометричної форми заданої області земної поверхні, а також її розташування відносно траси КА та смуги огляду БЦА.

У роботі [6] запропоновано алгоритм розрахунку площі контрольованого району та обчислення коефіцієнта його накриття зоною огляду.

© П. В. ФРИЗ, 2015

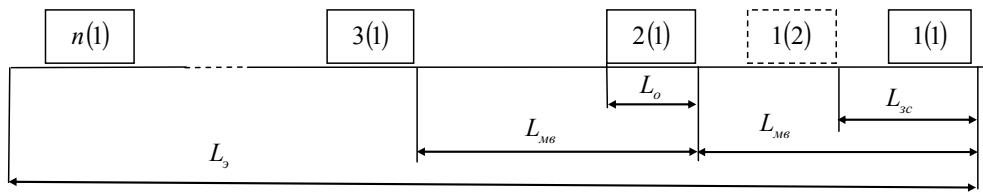


Рис. 1. Схема розташування смуг огляду на екваторі Землі

У публікації [7] розроблено методику, що дозволяє оцінювати потенційні варіанти космічного знімання заданого району за різними показниками.

Але в жодній із робіт, які розглянуто, математичний апарат і методика його застосування з метою розрахунків моментів накриття смугою огляду заданих районів Землі не наведено.

Виходячи з цього, мета статті – розробка математичного апарату для розрахунку добового зсуву смуги огляду з метою оцінювання спостережуваності заданих районів Землі в задачах планування космічних спостережень релевантними КА.

**Виклад основного матеріалу.** Загально відомо, що для задач ОЕСп земної поверхні здебільшого використовують приполярні сонячно-синхронні орбіти (ССО), для яких за рахунок добового обертання Землі смуга огляду зсувається тільки за довготою (вздовж паралелей). Тому картина зсуву буде однаковою на всіх широтах. У зв'язку з цим достатньо проаналізувати явище зсуву тільки на екваторі Землі.

Для цього розгорнемо екватор у відрізок прямої лінії довжиною  $L_z \approx 40000 \text{ км}$  і покажемо на ньому смуги огляду тільки на висхідних витках орбіти. За початок відліку візьмемо праву (східну) межу смуги огляду на першому витку (рис. 1). Позначимо витки орбіти й відповідні їм смуги огляду з лінійної ширини  $L_o$  цифрами 1,2,3,...n, а номери діб, яким належать ці витки (смуги) – індексами в дужках, наприклад, 1(1), 2(2).

Довжина відрізка між сусідніми трасами КА (однойменними межами смуг огляду)  $L_{ме}$  уздовж екватора (паралелі) називається згідно роботи [4] міжвитковою відстанню. Цю відстань у лінійних одиницях (в метричній мірі) можна розрахувати через кутову швидкість добового обертання Землі  $\omega_z \approx 7,292115 \cdot 10^{-5} \text{ с}^{-1}$  та її середній радіус  $R_z = 6371 \text{ км}$ , як

$$L_{ме} = \omega_z R_z T_*, \quad (1)$$

де  $T_*$  – період обертання КА (сидеричний або драконічний залежно від вибраної моделі орбітально-го руху – незбурений чи збурений);

$\omega_z R_z = V_z \approx 465 \text{ м/с}$  – лінійна швидкість обертання точок на екваторі Землі.

Якщо з метою розрахунків прийнято модель незбуреного руху, то для опису просторово-часового положення КА зазвичай використовують множину кеплерових елементів еліптичної орбіти, як зазначено в роботі [4]:

$$\tilde{R}_0 = \{a, e, \omega, i, \Omega, t_{II}\}, \quad (2)$$

де  $a$  і  $e$  – велика піввісь й ексцентриситет орбіти;  $\omega$ ,  $i$ ,  $\Omega$  – аргумент перигею, нахилення та інерціальна довгота висхідного вузла (ВВ) орбіти;  $t_{II}$  – момент знаходження КА в перигеї орбіти.

В такому разі з метою розрахунків за формулою (1) вибирають сидеричний період обертання КА

$$T_c = 2\pi\sqrt{a^3 / \mu_0}, \quad (3)$$

де  $a = 0,5(H_A + H_{II} + 2R_z)$  – велика піввісь еліптичної орбіти;  $H_A, H_{II}$  – висоти апогею та перигею еліптичної орбіти відповідно;  $\mu_0 = 3,986 \cdot 10^5 \text{ км}^3 / \text{с}^2$  – гравітаційний параметр Землі.

Оскільки для колових орбіт  $H_A = H_{II} = H_o$ , формула (3) набуває виду

$$T_o = 2\pi\sqrt{(H_o + R_z)^3 / \mu_0} \quad (4)$$

Якщо у разі розрахунків враховують несферичність Землі, необхідно замість сидеричного використовувати драконічний період обертання КА згідно роботи [4]

$$T_{op} \approx T_c + \Delta T_e, \quad (5)$$

де  $\Delta T_e$  – збурення, яке отримує сидеричний період обертання КА за один виток.

Зокрема, для еліптичної орбіти збурення сидеричного періоду за один виток визначається, як

$$\Delta T_e \approx A(1 - 4 \cos^2 i) / \sqrt{\mu_0 p}, \quad (6)$$

де  $A = 4,15196 \cdot 10^5 \text{ км}^2$  – константа, що враховує несферичність Землі;  $0^\circ \leq i \leq 180^\circ$  – нахилення орбіти;  $p = a(1 - e^2)$  – фокальний параметр орбіти;  $e = (H_A - H_{II}) / 2a$  – ексцентриситет еліпса орбіти.

Аналіз формули (6) показує, що збурення можуть мати різні величину та знак (рис. 2 а):

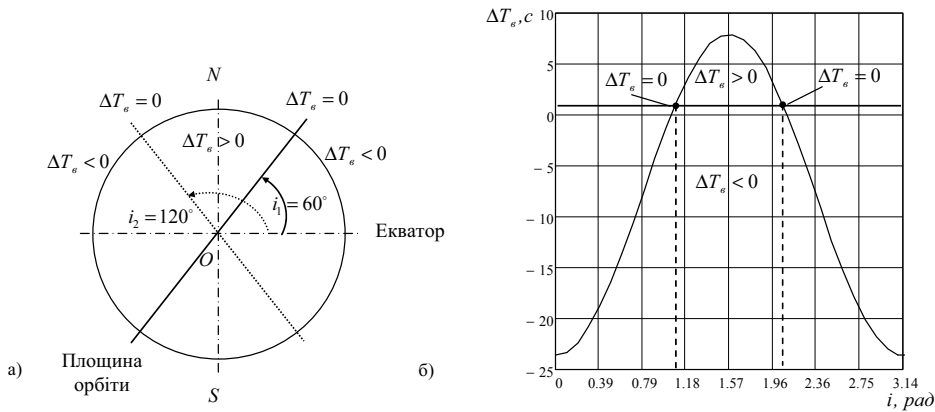


Рис. 2. До аналізу збурень сидеричного періоду обертання космічного апарата

а) збурення відсутнє ( $\Delta T_e = 0$ ) у тих випадках, коли виконується умова  $(1 - 4 \cos^2 i) = 0$ , тобто у разі нахилення орбіт  $i_1 = 60^\circ$  та  $i_2 = 120^\circ$ ;

б) збурення додатне ( $\Delta T_e > 0$ ) у тих випадках, коли виконується умова  $(1 - 4 \cos^2 i) > 0$ , тобто у разі нахилення орбіт  $60^\circ < i < 120^\circ$ ;

в) збурення від'ємне ( $\Delta T_e < 0$ ) у тих випадках, коли виконується умова  $(1 - 4 \cos^2 i) < 0$ , тобто у разі нахилення орбіт  $0^\circ < i < 60^\circ$  або  $120^\circ < i < 180^\circ$ .

Отже, драконічний період обертання КА залежно від параметрів орбіти може як зростати, так і зменшуватися (рис. 2б), що необхідно враховувати при розрахунках міжвиткової відстані (1).

Очевидно, що через  $N$  витків орбіти драконічний період обертання КА досягне значення

$$T_{op}(N) \approx T_{opn} + N \cdot \Delta T_e, \quad (7)$$

де  $T_{opn}$  – деяке початкове значення драконічного періоду.

Якщо для опису орбіти КА замість класичного вектора (2) прийняти вектор,

$$\tilde{R}_\Omega = \{a_\Omega, e_\Omega, \omega_\Omega, i_\Omega, \Omega, t_\Omega\}, \quad (8)$$

елементи якого «прив'язані» до моменту проходження КА через ВВ орбіти  $t_\Omega$ , а також врахувати несферичність Землі, то драконічний період обертання КА на еліптичній орбіті обчислюватиметься за формулою згідно роботи [4]

$$T_{op\Omega} = 2\pi \sqrt{a_\Omega^3 / \mu_0} \left\{ 1 - \frac{\epsilon_s}{\mu_0 a_\Omega^2 (1 - e_\Omega^2)^2} \times \left[ \left( 2 - \frac{5}{2} \sin^2 i_\Omega \right) \frac{\sqrt{(1 - e_\Omega^2)^3}}{(1 + e_\Omega \cos \omega_\Omega)^2} + \frac{(1 + e_\Omega \cos \omega_\Omega)^3}{(1 - e_\Omega^2)} \right] \right\}, \quad (9)$$

де  $\epsilon_s \approx 2,63 \cdot 10^{10} \text{ км}^5 / \text{с}^2$  – параметр, що враховує полярний стиск Землі.

Якщо орбіта КА близька до колової ( $e_\Omega \leq \epsilon_s / \mu_0 R_s \approx 0,001624$ ,  $R_s = 6378,140 \text{ км}$  – екваторіальний радіус Землі), то її висоту приймають умовно постійною й рівною

$$H_\Omega = a_\Omega - R_s. \quad (10)$$

В такому разі драконічний період обертання КА на подібних орбітах можна одержати з виразу (9) з урахуванням (10):

$$T_{op\Omega} = 2\pi \sqrt{(R_s + H_\Omega)^3 / \mu_0} [1 - \epsilon_s (3 - 2,5 \sin^2 i_\Omega) / \mu_0 (R_s + H_\Omega)^2]. \quad (11)$$

Оскільки для ОЕСп Землі зазвичай застосовуються ССО з висотами 600...700 км, то драконічний період обертання КА (11) для таких орбіт можна знайти з рис. 3.

Міжвиткову відстань можна визначати й в кутовій мірі. Наприклад, з урахуванням виразу (1) та залежності  $\omega_s = 2\pi / T_{zd}$  отримаємо міжвиткову відстань у радіанах

$$\Delta \lambda_{me} = 2\pi T_* / T_{zd} = \omega_s T_* = L_{me} / R_s, \quad (12)$$

де  $T_{zd} = 86164^s$  – тривалість зоряної доби.

Неважко замітити, що в разі виконання умови  $L_o = L_{me}$  та зважаючи на те, що за один виток КА перетинає екватор (у загальному випадку – одну й ту ж паралель) двічі, можна забезпечити суцільне однократне накриття смугою огляду земної поверхні за  $N_l$  витків орбіти, де

$$N_l = L_s / 2L_o = \pi / \Delta \lambda_{me}. \quad (13)$$

Наприклад, якщо період обертання КА на коловій орбіті  $T_* \approx 97 \text{ хв}$  (рис. 3), то на основі виразу (1)

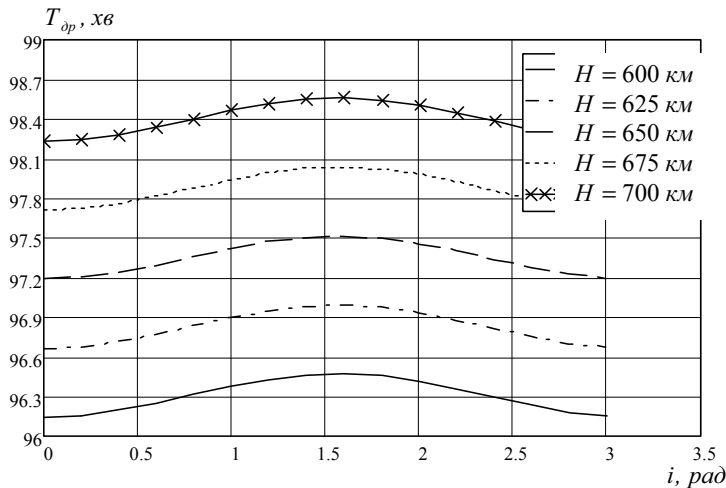


Рис. 3. Залежність драконічного періоду обертання космічного апарата від нахилення та висоти сонячно-синхронної орбіти

знайдемо  $L_{мс} \approx 2700$  км, а з урахуванням формули (12)  $\Delta\lambda_{мс} \approx 0,42$ . В такому разі на підставі (13) матимемо  $N_1 \approx 7,5$ . А це означає, що будь-який район можна «обслужити» (накрити смугою огляду) в кращому випадку на першому ( $m = 1$ ), в гіршому – на восьмому ( $m = 8$ ) витку орбіти, тобто не пізніше, ніж через півдобу з моменту виникнення потреби.

В загальному ж випадку міжвиткова відстань  $L_{мс} \neq L_o$  і вона вміщується на екваторі  $L_s$  не ціле число раз. Тому, наприклад, перша смуга (рис. 1) другої доби 1(2) не збігається з першою смугою першої доби 1(1).

Цю розбіжність називають добовим зсувом смуг огляду згідно роботи [4]. Його лінійну величину  $L_{zc}$  можна знайти з таких міркувань. Розкладемо відношення тривалості зоряної доби до періоду обертання КА  $T_{zd}/T_*$  на цілу  $[ \cdot ]$  і  $\{ \}$  дробову частини

$$T_{zd}/T_* = [T_{zd}/T_*] + \{T_{zd}/T_*\} = k + q, \quad (14)$$

де  $k = [T_{zd}/T_*] = 1, 2, \dots$  – ціла частина відношення (кількість повних обертів КА за зоряну добу);  $q = \{T_{zd}/T_*\}$  – дробова частина цього ж відношення, тобто  $0 \leq q < 1$ .

Тоді добовий зсув смуг огляду можна знайти, як

$$L_{zc} = \omega_3 R_3 (T_{zd} - T_* k). \quad (15)$$

Як видно із формули (14), в разі  $T_* = T_{zd}$  отримаємо  $k = 1$ . А це означає, що відповідно до виразу (15) величина  $L_{zc} = 0$ , тобто добовий зсув смуги огляду відсутній (стаціонарні орбіти). Така ж ситуація буде при  $k = 2$  (півдобові орбіти) і т.д.

Оскільки мінімально можливий (критичний) період обертання КА  $T_{кр} \approx 86,5^m \approx 5190^s$ , то максимально можливе (критичне) значення числа повних обертів КА за зоряну добу  $k_{кр} = 16$ , тобто  $1, 0 \leq k = 16, 0$ .

Якщо використовувати тільки дробову частину відношення (14), то

$$L_{zc} = \omega_3 R_3 T_* q. \quad (16)$$

Як видно із (16) у разі  $q = 0$  величина  $L_{zc} = 0$ , тобто добовий зсув смуги огляду відсутній.

Якщо відношення  $T_{zd}/T_* = l/m$ , де  $l$  і  $m$  – деякі взаємно прості числа, то КА повернеться в початкову точку на екваторі через  $l$  обертів навколо Землі після закінчення  $m$  зоряних діб. Інакше кажучи, через  $m$  зоряних діб траса КА повториться.

Якщо відношення  $T_{zd}/T_*$  являє собою ірраціональне число, то траса не повторюється. В цьому разі КА пройде над усіма точками земної поверхні, які розташовано в інтервалі широт  $-i \leq \varphi \leq i$  у разі  $0 \leq i \leq 0,5\pi$  та  $-(\pi - i) \leq \varphi \leq (\pi - i)$  за умови  $0,5\pi < i \leq \pi$ .

За аналогією із виразом (12) з урахуванням формул (14)...(16) можна перейти до значень добового зсуву смуг огляду в кутових одиницях

$$\Delta\lambda_{zc} = L_{zc} / R_3 = \omega_3 (T_{zd} - T_* k) = \omega_3 T_* q. \quad (17)$$

З урахуванням отриманих результатів, які отримано, можна задавати умови спостереження будь-якого району Землі функцією видимості цього району з КА на  $i$ -му витку орбіти (рис. 4):

$$\Phi_p(n) = \begin{cases} 1, & \text{якщо } (\lambda_o^n \leq \lambda_p^n) \wedge (\lambda_o^n \geq \lambda_p^n) = 1; \\ 0, & \text{якщо } (\lambda_o^n \leq \lambda_p^n) \wedge (\lambda_o^n \geq \lambda_p^n) = 0, \end{cases} \quad (18)$$

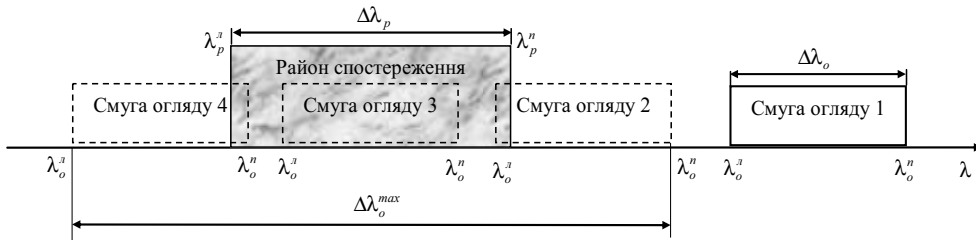


Рис. 4. До питання накриття району смугою огляду КА

де  $\lambda_o^l$  і  $\lambda_o^r$  – географічна довгота лівої і правої відносно траси візирної осі (ТВО) БЦА меж смуги огляду;  $\lambda_p^l$  і  $\lambda_p^r$  – географічна довгота лівої і правої відносно ТВО меж контрольованого району.

В цьому разі вважатимемо, що район контролюється в разі  $\Phi_p(n) = 1$  та не контролюється, якщо  $\Phi_p(n) = 0$ . Як видно із рис. 4, максимальний діапазон довгот, де виконується умова  $\Phi_p(n) = 1$ , обмежено величиною

$$\Delta\lambda_o^{max} = \lambda_{o2}^r - \lambda_{o4}^l = 2\Delta\lambda_o + \Delta\lambda_p, \quad (19)$$

де  $\lambda_{o2}^r$  і  $\lambda_{o4}^l$  – географічна довгота правої межі смуги огляду в положенні 2 і лівої межі смуги огляду в положенні 4;  $\Delta\lambda_o = \lambda_o^r - \lambda_o^l$  – кутова ширина смуги огляду;  $\Delta\lambda_\delta = \lambda_\delta^i - \lambda_\delta^e$  – кутова ширина спостережуваного району.

Якщо необхідно визначити не тільки факт, але й ступінь спостереження заданого району, то можна скористатись одномірним коефіцієнтом «накриття» цього району смугою огляду КА.

Наприклад, у разі ситуації, яку зображено на рис. 4, цей коефіцієнт можна знайти, як відношення кутової ширини спостережуваної частини району до його повної кутової ширини

$$K_n = \begin{cases} (\lambda_p^r - \lambda_o^r) / \Delta\lambda_p, \text{ якщо } [(\lambda_o^l \leq \lambda_p^l) \wedge (\lambda_o^r \geq \lambda_p^r)] = 1; \\ \Delta\lambda_o / \Delta\lambda_p, \text{ якщо } [(\lambda_o^l \geq \lambda_p^l) \wedge (\lambda_o^r \leq \lambda_p^r)] = 1; \\ (\lambda_p^l - \lambda_o^l) / \Delta\lambda_p, \text{ якщо } [(\lambda_o^l \leq \lambda_p^l) \wedge (\lambda_o^r \geq \lambda_p^r)] = 1; \\ 0, \text{ якщо } [(\lambda_o^l > \lambda_p^l) \vee (\lambda_o^r < \lambda_p^r)] = 1. \end{cases} \quad (20)$$

Геометрична інтерпретація коефіцієнта (20) у разі різних співвідношень між кутовими розмірами спостережуваних районів та смуг огляду БЦА наведено на рис. 5.

Коефіцієнт (20), який запропоновано, має одномірний (на відміну від двомірного або площинного) характер. Він може стати зручним за умови вирішення завдань вибору релевантних КА [8] за критерієм максимального накриття заданого району та планування застосування таких КА.

Приклад розрахунків показника (20) для району з правою  $\lambda_p^r = 10^\circ$  та лівою  $\lambda_p^l = 8^\circ$  межами та з кутовою шириною  $\Delta\lambda_p = 2^\circ$  у разі кутової ширини смуги огляду КА  $\Delta\lambda_o = 1^\circ$  наведено нижче в таблиці.

В цьому разі в розрахунках замість логічних умов порівняння абсолютних географічних координат типу  $\lambda_o^* \leq \lambda_p^*$  застосовано еквівалентні залежності типу  $\lambda_p^* - \lambda_o^* \leq 0$ .

### Висновки

1. Запропоновано математичний апарат, який дозволяє розраховувати добовий зсув смуги огляду бортовою цільовою апаратурою для будь-якої сонячно-синхронної орбіти як для сферичної, так і для несферичної моделей Землі. Його можна використовувати з метою оцінювання спостережуваності будь-якого району, а, отже, раціонально

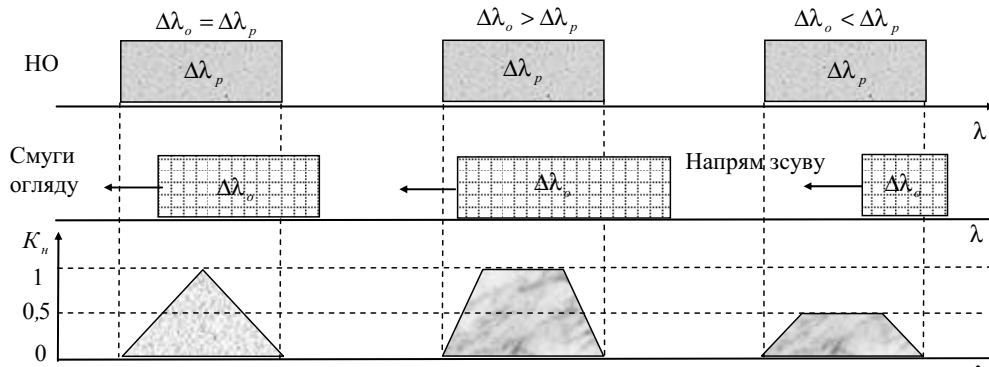


Рис. 5. До поняття одномірного коефіцієнта накриття

## Результати розрахунків одномірного коефіцієнта накриття

$\lambda_p^a$	$\lambda_p^n$	$\Delta\lambda_p$	$\lambda_o^a$	$\lambda_o^n$	$\Delta\lambda_o$	$\lambda_p^n - \lambda_o^a$	$\lambda_p^a - \lambda_o^n$	$\lambda_p^a - \lambda_o^a$	$\lambda_p^n - \lambda_o^n$	$K_n$
8	10	2	11,0	12,0	1	-1,0	-2,0	-3,0	-4,0	0
8	10	2	10,5	11,5	1	-0,5	-1,5	-2,5	-3,5	0
8	10	2	10,0	11,0	1	0	-1,0	-2,0	-3,0	0
8	10	2	9,5	10,5	1	0,5	-0,5	-1,5	-2,5	0,25
8	10	2	9,0	10,0	1	1,0	0	-1,0	-2,0	0,5
8	10	2	8,5	9,5	1	1,5	0,5	-0,5	-1,5	0,5
8	10	2	8,0	9,0	1	2,0	1,0	0	-1,0	0,5
8	10	2	7,5	8,5	1	2,5	1,5	0,5	-0,5	0,25
8	10	2	7,0	8,0	1	3,0	2,0	1,0	0	0
8	10	2	6,5	7,5	1	3,5	2,5	1,5	0,5	0
8	10	2	6,0	7,0	1	4,0	3,0	2,0	1,0	0

планувати космічні спостереження земної поверхні в задачах дистанційного зондування Землі.

2. За допомогою запропонованої оригінальної функції видимості можна прогнозувати не тільки факт, а й ступінь спостереження заданого району, що можна використовувати як у задачах планування спостережень, так і в задачах управління процесом цих спостережень.

3. Отримані результати мають практичне значення для задач планування спостережень Землі, особливо при вирішенні завдань невеликою кількістю космічних апаратів.

## Список літератури

1. *Загальнодержавна цільова науково-технічна космічна програма України на 2013–2017 роки*, затверджена Законом України від 5 вересня 2013 року № 439-VII [Електронний ресурс]. – Режим доступу : <http://zakon1.rada.gov.ua>.
2. *Концепція реалізації державної політики у сфері космічної діяльності на період до 2032 року*. Схвалено розпорядженням Кабінету Міністрів України від 30 березня 2011 р. № 238-р. [Електронний ресурс]. – Режим доступу : <http://zakon1.rada.gov.ua>.
3. *Фриз П. В.* Можливий підхід до формалізованого опису специфічних орбіт космічних апаратів у задачах спостереження Землі / П. В. Фриз, О. М. Кондратов // Проблеми створення, випробування, застосування, експлуатації складних інформаційних систем : зб. наук. праць. – Житомир : ЖВІ НАУ, 2011. – Вип. 5. – С. 147-157.
4. *Фриз П. В.* Основи орбітального руху космічних апаратів / підручник // П. В. Фриз. – Житомир : ЖВІ НАУ, 2012. – 348 с.
5. *Фриз С. П.* Можливий підхід до планування спостережень космічними апаратами / С. П. Фриз, В. В. Петрожалко, В. В. Ожінський // Пробл. створення, випроб., застосування та експ. складних інформ. систем / зб. наук. праць. – Житомир : ЖВІ НАУ, 2011. – Вип. 4. – С. 87-96.
6. *Фриз С. П.* Алгоритм розрахунку площі контрольованої частини заданого району при проведенні зйомки з космічних апаратів / С. П. Фриз // Вісник ЖДТУ. Технічні науки: – Житомир : ЖДТУ, 2012. – Вип. №1 (60). – С. 69-77.
7. *Петрожалко В. В.* Методика знаходження компромісного рішення при плануванні космічного знімання у складних умовах / В. В. Петрожалко // Вісник ЖДТУ. Технічні науки. – Житомир : ЖДТУ, 2012. – Вип. № 1 (60). – С. 52-58.
8. *Фриз П. В.* Алгоритм автоматизованого вибору релевантних космічних апаратів для оптико-електронного спостереження заданих районів Землі. / П. В. Фриз, О. М. Кондратов // Вісник ЖДТУ. Технічні науки: – Житомир : ЖДТУ, 2012 – Вип. № 2 (61). – С. 138-146.