УДК 623.4.017

**П. П. ЧАБАНЕНКО,** *доктор військових наук*
**О. М. БЕРЕЖНИЙ,** *кандидат технічних наук*
*(Центральний науково-дослідний інститут озброєння та військової техніки Збройних Сил України, м. Київ)*

# Врахування розмаху ресурсу виробів військового призначення при подовженні їх терміну служби

*Виявлені межі розмаху ресурсу виробів військового призначення, в границях яких можливе обґрунтоване продовження експлуатації понад нормативний термін служби. Встановлений функціональний зв'язок параметрів розподілів меж розмаху ресурсу з вихідними характеристиками напрацювання на відмову невідновлювальної частини виробів.*

*Выявлены границы размаха ресурса изделий военного назначения, в пределах которых возможно обоснованное продление эксплуатации сверх нормативного срока службы. Установлена функциональная связь параметров распределений границ размаха ресурса с исходными характеристиками наработки на отказ невосстанавливаемой части изделий.*

Термін служби виробу військового призначення (ВВП) – календарна тривалість його експлуатації від її початку до настання граничного стану, в якому його подальше використання неприпустимо або недоцільно з економічних та екологічних причин та небезпеки. Нормативному терміну служби співвідноситься призначений ресурс – сумарне напрацювання, при досягненні якого експлуатація виробу повинна бути призупинена незалежно від його технічного стану [1, 2]. Призначений ресурс – величина детермінована. Однак у ВВП, як правило, є невідновлювальна частина (не ремонтується, не підлягає заміні). Відмова цієї частини виробу – випадкова подія. Напрацювання її на відмову – випадковий технічний ресурс. Якщо **невідновлювальна частина виробу** (НЧВ) ще не відмовила і термін служби виробу скінчився, а умови безпеки, економіки та екології дозволяють, то є природний резерв збільшення терміну служби виробу. Прогнозування такої можливості по відношенню до однотипних ВВП – актуальна задача.

**Розподіл меж розмаху ресурсу виробів.** Для більшості ВВП властива природа відмови, що настає накопиченням декількох направлених, приблизно однакових пошкоджень зі змінами параметра до перевищення допустимого рівня. При цьому втрачається можливість ВВП виконувати потрібну функцію. У таких процесах старіння (зносу, деградації) поступово змінюється внутрішня структура виробу, а напрацювання на відмову підпорядковується розподілу Ерланга, узагальнюванням якого є гама-розподіл з щільністю

$$f(t) = \frac{\lambda^{\alpha} t^{\alpha-1}}{\Gamma(\alpha)} e^{-\lambda t}, \quad t > 0 \qquad (1)$$

де $\alpha$ – параметр форми ($\alpha \geq 1$);
$\Gamma(\alpha)$ – гама-функція, для цілих $\alpha$ дорівнює ($\alpha$ – 1)!;
$\lambda$ – параметр масштабу ($\lambda \geq 1$).
Функція розподілу в цьому випадку має вигляд

$$F(t) = P(T < t) = \frac{1}{\Gamma(\alpha)} \gamma(\alpha, \lambda t), \qquad (2)$$

де $\gamma(\alpha, \lambda t)$ – неповна гама-функція.

Відомий зв'язок основних характеристик гама-розподілу з його параметрами:

$$\left.\begin{aligned} &\text{– математичного сподівання} \quad && m_t = \alpha/\lambda \\ &\text{– дисперсії} \quad && D_t = \alpha^2/\lambda \end{aligned}\right\}. \qquad (3)$$

У моделях старіння параметри інтерпретуються:
$\alpha$ – число незалежних близьких пошкоджень за час до рівня відмови (при $\alpha = 1$ відмова з'являється від одного пошкодження);
$\lambda$ – інтенсивність пошкоджень ($\lambda = 1/m$, де $m$ – середній час між пошкодженнями).

Розглянута модель відображає післядію в процесі експлуатації ВВП, особливо до невідновлювальної його частини, що важливо.

Направлене накопичення пошкоджень ВВП зі швидкістю, що флюктує відповідно до постійної її складової, призводить до переходу ВВП у граничний стан у випадкові моменти часу. Функція розподілу цього часу показує (рис. 1), що в крайніх випадках можливі ***ранні*** (у зоні близько $T_\mu$) та ***пізні*** (у зоні $T_{\text{М}}$) завершення експлуатації ВВП. Їх значення іменують екстремальними (мінімальним та максимальним), а різниця $\Delta\text{T} = T_M - T_\mu$ характеризує розмах фактичного терміну служби ВВП.

Величини $T_\mu$, $T_{\text{М}}$ випадкові, закони розподілу яких необхідно визначити. Завдання виявлення розподілу таких меж розглядалося в математичній статистиці як розподіл екстремальних членів вибірки даних. Якщо випадкова величина *T* підпорядковується деякій функції розподілу $F(t)$ і отримана вибірка даних $\{T_1, T_2, ..., T_n\}$, то

$$T_\mu = \min(T_i), \quad T_M = \max(T_i), \quad i = \overline{1,n}. \qquad (4)$$

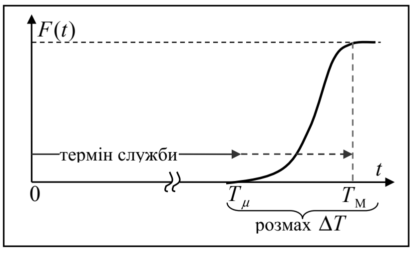
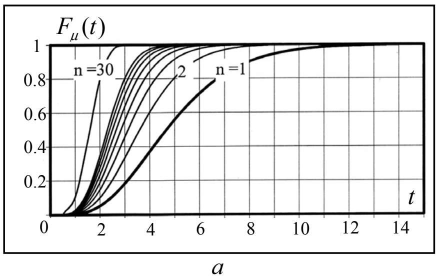



Рис. 1. Розмах терміну служби виробу

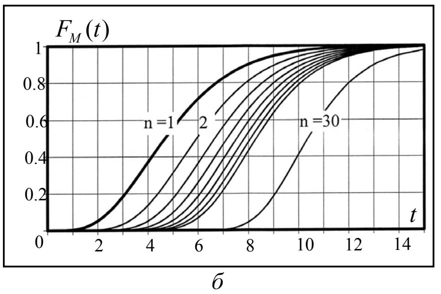
Функції розподілу цих величин можливо визначити за формулами

$$\left.\begin{aligned} F_\mu(t) &= 1 - [1 - F(t)]^n \\ F_M(t) &= F^n(t) \end{aligned}\right\}. \qquad (5)$$

На рис. 2 показані розподіли $F_\mu(t)$ та $F_M(t)$ для зростаючого числа виробів $(n = 1,\ 2, ..., 30)$. Характерне збільшення віддалення цих функцій (розмах зростає), але кожне наступне віддалення за $\Delta n = 1$ менше попереднього (проява збігу до граничного розподілу).




*а*




*б*

Рис. 2. Сімейство функцій розподілу при $\alpha = 5$ для різного числа $n$ виробів: *а* – $F_\mu(t)$; *б* – $F_{\text{М}}(t)$

При $n \to \infty$ асимптотичний розподіл максимуму $T_{\text{М}}$ – подвійний показниковий закон [3] (зображений на рис. 3 щільністю $f(t)$) з функцією розподілу

$$F_M(t) \sim e^{-e^{-b(t-a)}}, \qquad (6)$$

де *a* – параметр зміщення (мода),
*b* – параметр масштабу.

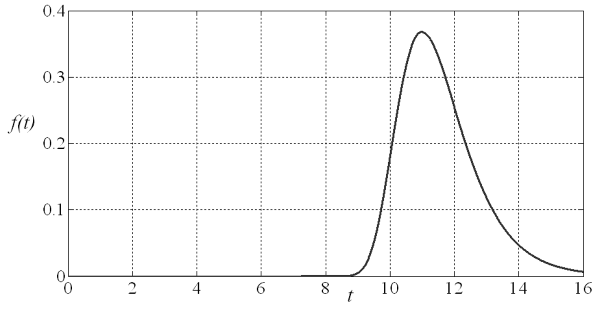



Рис. 3. Щільність подвійного показникового розподілу при $b = 1$, $a = \mathbf{1}$

Максимум послідовності дійсних величин співпадає з точністю до знаку з мінімумом послідовності тих же величин, узятих із зворотним знаком, наприклад: $\max\{6,1,17,11,5,9\} = 17$, $\min\{-6,-1,-17,-11,-5,-9\} = -17$.

Тому справедлива тотожність ймовірностей

$$P(X_{\max} < x) = 1 - P(X_{\min} < -x).$$

Це еквівалентно відомому співвідношенню між $F_M(t)$ та функцією розподілу $F_\mu(t)$ мінімального значення вибірки:

$$F_{\text{М}}(t) = 1 - F_\mu(-t) \text{ або } F_\mu(t) = 1 - F_{\text{М}}(-t). \qquad (7)$$

Підставляючи (6) у (7), отримаємо функцію розподілу величини $T_\mu$

$$F_\mu(t) \sim 1 - \exp\left\{-e^{b(t-a)}\right\}. \qquad (8)$$

**Зв'язок параметрів розподілів крайніх термінів служби виробів з вихідними характеристиками напрацювання на відмову.** Скористатися граничним розподілом крайніх ресурсів можливо при великому числі однотипних ВВП, але для цього необхідно мати значення параметрів $a, b$. Їх експериментальна оцінка для складних ВВП з тривалим терміном служби нереальна. Так, неможливо здобути статистику щодо терміну служби хоча б 20 кораблів одного проекту, коли будівництво одного з них затягується на довгі роки. Тому актуально аналітичне рішення, що встановлює зв'язок параметрів $a, b$ граничних розподілів величин (4) з параметрами $\alpha, \lambda$ гама-розподілу напрацювання на відмову НЧВ.

Із (5) функція розподілу максимуму ресурсу

$$F_{\text{М}}(t) = [1 - \Delta F(t)]^n, \qquad (9)$$

де $\Delta F(t) = 1 - F(t)$ та при $t \to \infty$ можливо замінити $\Delta F(t)$ на

$$\frac{1}{\lambda}\gamma(t)=\exp\{(\alpha-1)\ln\lambda t-\lambda t-\ln\Gamma(\alpha)\}=\exp\{\mathrm{A}-y(t)\}. \quad (10)$$

Тут $\mathrm{A}=(\alpha-1)\ln\lambda-\ln\Gamma(\alpha)$ від часу не залежить, а функція часу $y(t)=\lambda t-(\alpha-1)\ln t$.

Нас цікавить границя $F_{\mathrm{M}}(t)$ при $n\to\infty$, тобто

$$\lim_{n\to\infty}[1-\frac{1}{\lambda}\gamma(t)]^n. \quad (11)$$

Характер зміни $F_{\mathrm{M}}(t)$ від $t$ при фіксованому $n$ експоненціально зростаючий, а від $n$ при фіксованому $t$ – експоненціально убуваючий (рис. 2, б). Тому $y(t)$ можливо замінити на $y(n)=\ln n+B$ при $B$, незалежному від $n$. Позначивши $B-A$ через $\theta$, із (10) можлива заміна

$$\frac{1}{\lambda}\gamma(t)\to e^{-(\ln n+\theta)}=\frac{1}{n}e^{-\theta}, \quad (12)$$

де $\theta>0$ та не залежить від $n$, але залежить від $t$.

Підставимо (12) в (11), скористаємося границею

$$\lim_{n\to\infty}[1-\frac{K}{n}]^n=e^{-K} \quad (13)$$

і бачимо, що при числі виробів $n\to\infty$ функція розподілу максимального ресурсу збігається до правої частини (13), де $K=\exp\{-\theta\}$. Якщо $\theta=b(t-a)$, то границя (11) співпадає з подвійним показниковим законом (6).

Нове значення полягає в тому, що вираз (10) у нашому випадку відомий і параметр $\theta$ можливо інтерпретувати за функцією $x-(\alpha-1)\ln x+\ln\Gamma(\alpha)$ при $x=\lambda t$. Запишемо

$$\theta(x)=K\cdot x-d, \quad (14)$$

$$z(x)=x-(\alpha-1)\ln x+\ln\Gamma(\alpha), \quad (15)$$

де $K=b/\lambda,\ d=ab$.

Порівняємо функції (14) та (15). Перша з них лінійна, інша – увігнута (рис. 4). Припустимо, що $z(x)=\ln n$, що має місце при найбільш вірогідному значенні $t=a$, тобто в моді розподілу (6). Цій точці на рис. 4 співвіднесено значення $\hat{x}=\lambda\cdot a$. Нахил дотичної до $z(x)$ у цій точці дорівнює значенню в ній похідній $z'(\lambda a)=K$.

Таким чином, замінюючи $z(x)$ на дотичну до неї у точці $\hat{x}=\lambda\cdot a$, в якій виконується умова

$$z(x)=\ln n, \quad (16)$$

можливо наближено найти параметри закону (6). При цьому, як бачимо, враховуються як число виробів $n$, так і параметри $\alpha,\lambda$ розподілу максимального ресурсу $T_M$. Значення $n,\alpha,\lambda$ є вихідними даними для цього рішення.

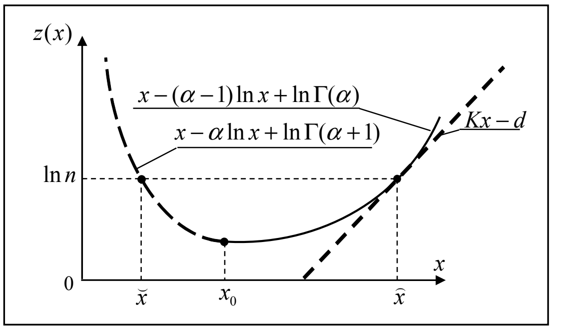



Рис. 4. Порівняння функцій (14) та (15)

Запишемо вираз (16) у явному вигляді:

$$x-(\alpha-1)\ln x+\ln\Gamma(\alpha)=\ln n \quad\Rightarrow\quad \hat{x}=\lambda\cdot a,\quad a=\hat{x}/\lambda. \quad (17)$$

Це рівняння має два рішення, але нас цікавить рішення на висхідній гілці $z(x)$, коли $\hat{x}>x_0$, а $x_0=(\alpha-1)$ – таке значення $x$, при якому

$$z_{\min}=(\alpha-1)[1-\ln(\alpha-1)]+\ln\Gamma(\alpha) \quad (18)$$

і при цьому

$$\left.\begin{aligned}K&=1-\frac{\alpha-1}{\lambda a}>0\\ b&=\lambda-(\alpha-1)/a\end{aligned}\right\}, \quad (19)$$

де $a=\hat{x}/\lambda$.

Таким чином, параметри $a$ і $b$ подвійного показникового розподілу максимального ресурсу $n$ виробів можливо наближено розрахувати з використанням (17) та (19). Знаючи параметри цього розподілу, від них легко перейти до приблизних оцінок математичного сподівання $\tilde{m}$ та середнього квадратичного відхилення $\tilde{\sigma}$ максимуму терміну служби однотипних виробів, використовуючи відомі вирази

$$\left.\begin{aligned}\tilde{m}&=a+c/b\\ \tilde{\sigma}&=\left|\pi/b\sqrt{6}\right|\end{aligned}\right\}, \quad (20)$$

де $c=0{,}5772\ \ldots$ – постійна Ейлера, $\tilde{\sigma}^2=\tilde{D}$.

Аналогічним чином знаходяться параметри розподілу мінімального ресурсу $T_\mu$ як характеристики дотичної (рис. 4) у точці перетину рівнем $\ln n$ лівої гілки функції $z(x)=x-\alpha\ln x+\ln\Gamma(\alpha+1)$ з рішенням $\breve{x}<x_0$ [4]. Відзначимо, що область існування рішень $(\breve{x},\hat{x})$ є $z\geq x(1-\ln x)+\ln\Gamma(x+1)$. Нижче цієї межі асимптотичні розподіли не застосовні та треба скористатися розрахунками за формулами (5).

**Висновки**

У виробах військового призначення з невідновлювальною частиною, що застаріває, термін служби підлягає гама-розподілу і має розмах між крайніми його значеннями. У границях розмаху ресурсу виробів можливе обґрунтоване продовження їх експлуатації понад нормативний термін на основі експертизи технічного стану згідно із Законом України «Про наукову і науково-технічну експертизу» від 10.02.1995 № 51/95-ВР, діючою науково-технічною документацією із залученням фахівців підприємства-виробника без перегляду визначення граничного стану цього типу виробів.

Встановлені область існування та вид функціонального зв'язку параметрів розподілів меж розмаху ресурсу з вихідними характеристиками напрацювання на відмову невідновлювальної частини великого числа однотипних виробів. Для малого їх числа рекомендовані розрахунки за формулами (5).

При перевищенні дальньої межі ресурсу збільшується потік небезпечних відмов, наслідком яких можуть бути аварійні події з неприпустимим збитком своїм силам, навколишньому природному середовищу. Це може викликати необхідність перегляду визначень як критичного, так і граничного стану виробу (якщо це можливо в умовах, що наступили) та правову відповідальність осіб, що приймають рішення про продовження терміну служби ВВП.

## СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. ДСТУ В 3576–97. Експлуатація та ремонт військової техніки. Терміни та визначення [Текст]. – К. : Держстандарт України, 1997.
2. Чабаненко, П. П. Изменение содержания основных понятий надежности в технике в связи с интеграцией в мировую систему нормативных актов [Текст] / П. П. Чабаненко, В. А. Якимов // Збірник наук. праць. – Севастополь : АВМС ім. П. С.Нахімова, 2011. – Вип. 1 (5). – С. 244–248.
3. Смирнов, Н. В. Курс теории вероятностей и математической статистики [Текст] / Н. В. Смирнов, И. В. Дунин-Барковский. – М. : Наука, ГРФМЛ, 1969. – 511 с.
4. Гайдук, С. А. Оцінка безпомилковості й швидкодії структур рятувальних операцій на морі з паралельною організацією робіт [Текст] / С. А. Гайдук, П. П. Чабаненко // Збірник наук. праць. – Х. : ХУПС ім. І. Кожедуба, 2014. – Вип. 4 (41). – С. 112–117.

**Рецензент А. С. Довгополий,** д-р техн. наук, проф., Центральний науково-дослідний інститут озброєння та військової техніки Збройних Сил України.