УДК 621.396.67

О. О. ЖУРАВЛЬОВ,
кандидат технічних наук, доцент,

О. В. КОЛОМІЙЦЕВ, *кандидат технічних наук, старший науковий співробітник,*

С. В. ГЕРАСИМОВ, *доктор технічних наук, старший науковий співробітник,*

Б. О. ЧУМАК, *кандидат технічних наук, доцент*

(Харківський національний університет Повітряних Сил ім. Івана Кожедуба, м. Харків)

Метод оцінки значення похибки коефіцієнта сили лобового опору снаряда за результатами зовнішньотраєкторних вимірювань

Розроблений метод оцінки похибки розрахунку значень коефіцієнта сили лобового опору снаряда, отриманих з використанням результатів зовнішньотраєкторних вимірювань. Швидкість і прискорення обчислені за методом кубічних поліномів віртуальних систем координат. Проведений порівняльний аналіз оцінок величин інструментальних похибок, що отримані за результатами зовнішньотраєкторних вимірювань снаряда різними станці-ями.

Ключові слова: інструментальна похибки, коефіцієнт сили лобового опору, станція зовнішньотраєкторних вимірювань.

Разработан метод оценки погрешности расчета значений коэффициента силы лобового сопротивления снаряда, полученных с использованием результатов внешних траекторных измерений. При этом скорость и ускорение вычислены по методу кубических полиномов виртуальных систем координат. Проведен сравнительный анализ оценок величин ин-струментальных погрешностей, которые получены по результатам внешних траекторных измерений снаряда разными станциями.

Ключевые слова: инструментальная погрешности, коэффициент силы лобового сопро-тивления, станция внешних траекторных измерений.

Для балістичних розрахунків параметрів траєкторій нових артилерійських снарядів, реактивних снарядів реактивних систем залпового вогню, ракет тактичного (оперативно-тактичного) призначення (далі – снарядів) і складання їх таблиць стрільби точність визначення значень коефіцієнта сили лобового опору $c_X(M)$ повинна характеризуватися похибкою не більше 0,2...0,3% в усьому діапазоні швидкості польоту снаряда [1].

Таким чином, на етапі льотних випробувань снарядів оцінка можливості використання станцій зовнішньотраєкторних вимірювань (ЗТВ), що формують початкові дані для обчислень значень функції $c_X(M)$ з вказаною допустимою похибкою, є актуальною науковою задачею.

Залежність $c_X(M)$ на етапі ескізного проектування отримують на основі аналітичних і чисельних методів з відносною похибкою до 10% [2, 3]. Також оцінки значень $c_X(M)$ підтверджують на основі продувки моделей снарядів у дозвукових і надзвукових аеродинамічних трубах при деяких фіксованих значеннях чисел Маха з відносною похибкою до одиниць відсотків [3]. Проводяться експериментальні дослідження моделей снарядів на спеціально обладнаних балістичних трасах, що дозволяє досягти відносної похибки до 0,2%, але тільки для вузького діапазону швидкості [1].

Метою статті є розроблення методу обчислення похибки розрахунків значень коефіцієнта сили лобового опору снаряда з використанням прискорення та швидкості центра мас, розрахованих методом кубічних поліномів віртуальних систем координат за результатами ЗТВ.

Введені такі допущення:

Земля – сфера, що не обертається, з центральним полем тяжіння;

атмосфера – стандартна, без вітру;

модель артилерійського снаряда – матеріальна точка, що рухається у вертикальній площині стартової системи координат під дією сил лобового опору та земного тяжіння та значення висоти траєкторії снаряда значно менше, ніж значення радіуса Землі.

Оцінка величини $c_X(M)$ проводиться за формулою, отриманою перетворенням диференціального рівняння, що описує тангенціальне прискорення центра мас в швидкісній системі координат [1]:

$$c_X(M) \approx -f_C\left(\dot{v} + g_0 \sin\theta\right), \qquad (1)$$

де $f_C = c_0 \dfrac{m}{d^2} \dfrac{exp(k_\rho h)}{a_{зв}^2 M^2}$, $\quad M = \dfrac{v}{a_{зв}}$, $\quad c_0 = \dfrac{8}{\rho_0 \pi} = 2{,}08$,

$k_\rho = 1{,}41 \times 10^{-4}\ м^{-1}$, $R_з = 6371110\ м$, $g_0 = 9{,}80665$ м/с^2,

m, d – маса і діаметр снаряда відповідно; v, θ – модуль та кут нахилу вектора швидкості до стартового горизонту відповідно; $R_з$ – радіус сферичної Землі; g_0 – прискорення вільного падіння у поверхні Землі; ρ_0 – густина повітря на поверхні Землі; $a_{зв}$ – швидкість звуку; M – число Маха.

Значення $a_{зв}$ може бути розраховано за формулою [2]

$$a_{зв} = 20{,}046796\sqrt{T_V}\ \ [\text{м/с}], \qquad (2)$$

де $T_V = T(1+0{,}377\,e/p)\ [K]$; $T = 273{,}15 + t\,°C\ [K]$; T_V – віртуальна температура повітря; e – парціальний тиск водяних парів; p – атмосферний тиск на висоті h; t °C – температура повітря.

У формулі (1) значення $\dot{v},\ M,\ \theta,\ h$ обчислюються за результатами обробки результатів ЗТВ.

Визначення величини похибки розрахунків значень $c_X(M)$ на основі результатів ЗТВ параметрів траєкторії снаряда різними комплексами (системами) ЗТВ з різними показниками точності вимірювань, зв'язок між середньоквадратичним відхиленням (СКВ) σ_{c_x} та похибками вимірювань, що характеризуються СКВ $\sigma_{\ddot{A}}, \sigma_\alpha, \sigma_\beta$ (де $Д$ – похила дальність до снаряда, α – азимут, β – кут місця), пропонується встановити за три етапи.

На першому етапі встановлюється зв'язок між σ_{c_x} та $\sigma_{\dot{v}},\ \sigma_M,\ \sigma_\theta, \sigma_h,\ \sigma_m,\ \sigma_d$.

На другому етапі встановимо зв'язок між СКВ $\sigma_{\dot{v}}, \sigma_M, \sigma_\theta$ та СКВ σ_S розрахунку значення s довжини дуги траєкторії снаряда та СКВ σ_t вимірювання часу t.

На третьому етапі встановимо зв'язок між СКВ σ_S та СКВ $\sigma_{\ddot{A}}, \sigma_\alpha, \sigma_\beta$.

Перший етап. При гіпотезі, що СКВ $\sigma_{\dot{v}},\ \sigma_M,\ \sigma_\theta, \sigma_h,\ \sigma_m,\ \sigma_d$ розрахунку значень $\dot{v},\ M,\ \theta, h,\ m,\ d$, які входять до формули (1), статистично незалежні та розподілені за нормальним законом, а систематичні похибки рівні нулю, $\sigma_{c_x}{}^2$ визначається так [5]:

$$\sigma_{c_x}{}^2 \approx \left(\frac{\partial c_x}{\partial \dot{v}}\right)^2 \sigma_{\dot{v}}{}^2 + \left(\frac{\partial c_x}{\partial M}\right)^2 \sigma_M{}^2 + \left(\frac{\partial c_x}{\partial \theta}\right)^2 \sigma_\theta{}^2 + \left(\frac{\partial c_x}{\partial h}\right)^2 \sigma_h{}^2 + \left(\frac{\partial c_x}{\partial m}\right)^2 \sigma_m{}^2 + \left(\frac{\partial c_x}{\partial d}\right)^2 \sigma_d{}^2. \quad (3)$$

При цьому часткові похідні, що входять до (3), розраховуються за формулами

$$\frac{\partial c_x}{\partial \dot{v}} = -f_C;\quad \frac{\partial c_x}{\partial M} = \frac{2}{M} f_C\, f_A;$$

$$f_A = (\dot{v} + g_0 \sin\theta); \quad (4)$$

$$\frac{\partial c_x}{\partial \theta} = -\,f_C\, g_0 \cos\theta;\quad \frac{\partial c_x}{\partial h} = -\,k_\rho f_C f_A; \quad (5)$$

$$\frac{\partial c_x}{\partial m} = -\frac{1}{m} f_C f_A;\quad \frac{\partial c_x}{\partial d} = \frac{2}{d} f_C f_A. \quad (6)$$

Підставляючи (4) – (6) послідовно в (3), отримаємо формулу для оцінки значення СКВ $\sigma_{c_x}{}^2$:

$$\sigma_{c_x}^2 \approx f_C^2 \left\{ \sigma_{\dot{v}}^2 + f_A^2 \left\langle C_h \sigma_h^2 + \frac{1}{m^2}\sigma_m^2 + \frac{4}{d^2}\sigma_d^2 + \frac{4}{M^2}\sigma_M^2 \right\rangle + (g_0 \cos\theta)^2 \sigma_\theta{}^2 \right\};\ C_h = 2\times 10^{-8}. \quad (7)$$

У формулі (7) значення $C_h\, \sigma_h{}^2 < 1$, тому ним можливо знехтувати.

При підготовці до льотних випробувань значення m і d снаряда можливо визначити з високою точністю, значення $C_m\, \sigma_m{}^2 < 1,\ C_d\, \sigma_d{}^2 < 1$, тому ними також можливо знехтувати.

Після спрощень (7) формулу для оцінки значення СКВ σ_{c_x} можна записати так:

$$\sigma_{c_x} \approx f_C \sqrt{\sigma_{\dot{v}}{}^2 + F_M\, \sigma_M{}^2 + F_\theta\, \sigma_\theta{}^2}, \quad (8)$$

де $F_M = \left[\frac{2}{M}(\dot{v} + g_0 \sin\theta)\right]^2;\ F_\theta = (g_0 \cos\theta)^2.$

Із аналізу виразу (8) зробимо висновок, що основний вплив на величину СКВ σ_{c_x} мають СКВ $\sigma_{\dot{v}}, \sigma_M, \sigma_\theta$, які залежать від інструментальних похибок станцій ЗТВ.

Другий етап.

1. Значення M_i числа Маха в і-й вузловій точці розраховується за формулою [4]

$$M_i = \frac{-s_{i-3} + 5s_{i-2} - 13s_{i-1} + 13s_{i+1} - 5s_{i+2} + s_{i+3}}{12\Delta t\, a_{зв}}. \quad (9)$$

Припускаючи, що похибки розрахунку значень s_i, Δt статистично незалежні та розподілені за нормальним законом, а систематичні похибки дорівнюють нулю, тоді

$$\sigma_M{}^2 = \left(\frac{\partial M_i}{\partial s_{i-3}}\right)^2 \sigma_{s_{i-3}}{}^2 + \left(\frac{\partial M_i}{\partial s_{i-2}}\right)^2 \sigma_{s_{i-2}}{}^2 + \left(\frac{\partial M_i}{\partial s_{i-1}}\right)^2 \sigma_{s_{i-1}}{}^2 + \left(\frac{\partial M_i}{\partial s_{i+1}}\right)^2 \sigma_{s_{i+1}}{}^2 + \left(\frac{\partial M_i}{\partial s_{i+2}}\right)^2 \sigma_{s_{i+2}}{}^2 + \left(\frac{\partial M_i}{\partial s_{i+3}}\right)^2 \sigma_{s_{i+3}}{}^2 + \left(\frac{\partial M_i}{\partial t}\right)^2 \sigma_t{}^2. \quad (10)$$

Часткові похідні, що входять до (10), розраховуються за такими формулами:

$$\frac{\partial M_i}{\partial s_{i-3}} = -\frac{\partial M_i}{\partial s_{i+3}} = -\frac{1}{12\Delta t\, a_{зв}}; \quad (11)$$

$$\frac{\partial M_i}{\partial s_{i-2}} = -\frac{\partial M_i}{\partial s_{i+2}} = \frac{5}{12\Delta t\, a_{зв}}; \quad (12)$$

$$\frac{\partial M_i}{\partial s_{i-1}} = -\frac{\partial M_i}{\partial s_{i+1}} = -\frac{13}{12\Delta t\, a_{зв}},$$

$$\frac{\partial M_i}{\partial t} = -\frac{M_i}{\Delta t\, a_{зв}}. \quad (13)$$

Підставляючи (11) – (13) в (10) та враховуючи, що $\sigma_{s_{i-3}} \approx \sigma_{s_{i-2}} \approx \sigma_{s_{i-1}} \approx \sigma_{s_{i+1}} \approx \sigma_{s_{i+2}} \approx \sigma_{s_{i+3}} = \sigma_s$, формулу для оцінки значення $\sigma_M{}^2$ можливо записати так:

$$\sigma_M{}^2 = \frac{1}{(\Delta t\, a_{зв})^2}\left(5{,}42\ \sigma_s{}^2 + [M_i\, \sigma_t]^2\right). \quad (14)$$

2. Значення $\dot{v}_i$ модуля прискорення центра мас снаряда в i-й вузловій точці обчислюється за формулою [4]

$$\dot{v}_i = \frac{-s_{i-3} + 4\ s_{i-2} - 3\ s_{i-1} - 3\ s_{i+1} + 4\ s_{i+2} - s_{i+3}}{4\Delta t^2}. \quad (15)$$

Припускаючи, що похибки розрахунку значень s_i, Δt статистично незалежні та розподілені за нормальним законом та систематичні похибки дорівнюють нулю, справедливо записати

$$\sigma_{\dot{v}}^{\ 2} = \left(\frac{\partial \dot{v}_i}{\partial s_{i-3}}\right)^2 \sigma_{s_{i-3}}^{\ 2} + \left(\frac{\partial \dot{v}_i}{\partial s_{i-2}}\right)^2 \times$$
$$\times \sigma_{s_{i-2}}^{\ 2} + \left(\frac{\partial \dot{v}_i}{\partial s_{i-1}}\right)^2 \sigma_{s_{i-1}}^{\ 2} + \tag{16}$$
$$+ \left(\frac{\partial \dot{v}_i}{\partial s_{i+1}}\right)^2 \sigma_{s_{i+1}}^{\ 2} + \left(\frac{\partial \dot{v}_i}{\partial s_{i+2}}\right)^2 \sigma_{s_{i+2}}^{\ 2} +$$
$$+ \left(\frac{\partial \dot{v}_i}{\partial s_{i+3}}\right)^2 \sigma_{s_{i+3}}^{\ 2} + \left(\frac{\partial \dot{v}_i}{\partial t}\right)^2 \sigma_t^{\ 2}.$$

Часткові похідні, що входять до (16), розраховуються за формулами

$$\frac{\partial \dot{v}_i}{\partial s_{i-3}} = \frac{\partial \dot{v}_i}{\partial s_{i-3}} = -\frac{1}{4\Delta t^2}; \tag{17}$$

$$\frac{\partial \dot{v}_i}{\partial s_{i-2}} = \frac{\partial \dot{v}_i}{\partial s_{i-2}} = \frac{1}{\Delta t^2}; \tag{18}$$

$$\frac{\partial \dot{v}_i}{\partial s_{i-1}} = \frac{\partial \dot{v}_i}{\partial s_{i-1}} = -\frac{3}{4\Delta t^2}; \quad \frac{\partial \dot{v}_i}{\partial t} = -2\frac{\dot{v}_i}{\Delta t}. \tag{19}$$

Підставляючи (17) – (19) в (16) формулу для оцінки значення $\sigma_{\dot{v}}^{\ 2}$ можна записати

$$\sigma_{\dot{v}}^{\ 2} = \frac{4}{\Delta t^2}\left(1{,}625\left[\frac{\sigma_s}{\Delta t}\right]^2 + \left[\dot{v}_i\,\sigma_t\right]^2\right). \tag{20}$$

3. Значення синуса кута нахилу вектора швидкості $sin\,\theta_i$, $3 \le i \le I-3$, в i-й вузловій точці розраховується за формулою [4]

$$sin\theta_i = \frac{-y_{i-3} + 5y_{i-2} - 13y_{i-1} + 13y_{i+1} - 5y_{i+2} + y_{i+3}}{-s_{i-3} + 5s_{i-2} - 13s_{i-1} + 13s_{i+1} - 5s_{i+2} + s_{i+3}}. \tag{21}$$

Припускаючи, що похибки розрахунку значень s_i, y_i статистично незалежні та розподілені за нормальним законом, а систематичні похибки дорівнюють нулю, отримаємо

$$\sigma_\theta^{\ 2} \approx \left(\frac{\partial \theta_i}{\partial s_{i-3}}\right)^2 \sigma_s^2 + \left(\frac{\partial \theta_i}{\partial s_{i-2}}\right)^2 \sigma_s^2 + \left(\frac{\partial \theta_i}{\partial s_{i-1}}\right)^2 \sigma_s^2 +$$
$$+ \left(\frac{\partial \theta_i}{\partial s_{i+1}}\right)^2 \sigma_s^2 + \left(\frac{\partial \theta_i}{\partial s_{i+2}}\right)^2 \sigma_s^2 + \left(\frac{\partial \theta_i}{\partial s_{i+3}}\right)^2 \sigma_s^2 +$$
$$+ \left(\frac{\partial \theta_i}{\partial y_{i-3}}\right)^2 \sigma_y^2 + \left(\frac{\partial \theta_i}{\partial y_{i-2}}\right)^2 \sigma_y^2 + \left(\frac{\partial \theta_i}{\partial y_{i-1}}\right)^2 \sigma_y^2 +$$
$$+ \left(\frac{\partial \theta_i}{\partial y_{i+1}}\right)^2 \sigma_y^{\ 2} + \left(\frac{\partial \theta_i}{\partial y_{i+2}}\right)^2 \sigma_y^{\ 2} + \left(\frac{\partial \theta_i}{\partial y_{i+3}}\right)^2 \sigma_y^2. \tag{22}$$

Часткові похідні, що входять до (22), розраховуються за формулами

$$\frac{\partial \theta_i}{\partial y_{i-3}} = -\frac{\partial \theta_i}{\partial y_{i+3}} = -F_1; \tag{23}$$

$$\frac{\partial \theta_i}{\partial y_{i-2}} = -\frac{\partial \theta_i}{\partial y_{i+2}} = 5F_1; \tag{24}$$

$$\frac{\partial \theta_i}{\partial y_{i-2}} = -\frac{\partial \theta_i}{\partial y_{i+2}} = 5F_1; \tag{25}$$

$$\frac{\partial \theta_i}{\partial s_{i-3}} = -\frac{\partial \theta_i}{\partial s_{i+3}} = -F_2; \tag{26}$$

$$\frac{\partial \theta_i}{\partial s_{i-2}} = -\frac{\partial \theta_i}{\partial s_{i+2}} = -5F_2; \tag{27}$$

$$\frac{\partial \theta_i}{\partial s_{i-1}} = -\frac{\partial \theta_i}{\partial s_{i+1}} = 13F_2; \quad F_2 = F_1\,sin\,\theta_i; \tag{28}$$

$$F_1 = \frac{1}{(-s_{i-3} + 5s_{i-2} - 13s_{i-1} + 13s_{i+1} - 5s_{i+2} + s_{i+3})cos\theta_i}. \tag{29}$$

Підставляючи (23) – (29) в (22), формулу для оцінки значення $\sigma_\theta^{\ 2}$ запишемо так:

$$\sigma_\theta^{\ 2} \approx 390\,F_1^2\left(\sigma_y^{\ 2} + \left[\sigma_s\,sin\,\theta_i\right]^2\right). \tag{30}$$

Третій етап.

1. Значення довжини траєкторії розраховується за формулою

$$s = \sum_{i=1}^{I} \Delta s_i, \tag{31}$$

$$\Delta s_i = \sqrt{(x_i - x_{i-1})^2 + (y_i - y_{i-1})^2 + (z_i - z_{i-1})^2}.$$

Припускаючи, що похибки розрахунку значень q_i, $q := [x, y, z]$ статистично незалежні та розподілені за нормальним законом, а систематичні похибки дорівнюють нулю, запишемо

$$\sigma_s^{\ 2} \approx \left(\frac{\partial s_i}{\partial x_i}\right)^2 \sigma_x^2 + \left(\frac{\partial s_i}{\partial x_{i-1}}\right)^2 \sigma_x^2 + \left(\frac{\partial s_i}{\partial y_i}\right)^2 \sigma_y^2 +$$
$$+ \left(\frac{\partial s_i}{\partial y_{i-1}}\right)^2 \sigma_y^2 + \left(\frac{\partial s_i}{\partial z_i}\right)^2 \sigma_z^2 + \left(\frac{\partial s_i}{\partial z_{i-1}}\right)^2 \sigma_z^2. \tag{32}$$

Часткові похідні, що входять до (32), розраховуються за формулами

$$\frac{\partial s_i}{\partial q_i} = -\frac{\partial s_i}{\partial q_{i-1}} = \frac{\Delta q_i}{s_i}, \quad \Delta q_i = q_i - q_{i-1}. \tag{33}$$

Підставляючи (33) в (32), формулу для оцінки значення $\sigma_s^{\ 2}$ отримаємо у виді

$$\sigma_s^2 \approx \frac{2}{\Delta s_i^2}\left[(\Delta x_i \sigma_{x_i})^2 + (\Delta y_i \sigma_{y_i})^2 + (\Delta z_i \sigma_{z_i})^2\right]. \tag{34}$$

2. При визначенні похибки геодезичної прив'язки системи координат вимірювального комплексу до стартової системи координат запишемо співвідношення

$$x = x_0 + x\,cos\,\varphi - z\,sin\,\varphi;$$

$$y = y_0 + y \; ; \qquad (35)$$

$$z = z_0 + x\,sin\,\varphi + z\,cos\,\varphi \, .$$

Припускаючи, що похибки вимірювань значень навігаційних параметрів у вимірювальному комплексі статистично незалежні і розподілені за нормальним законом, систематичні похибки дорівнюють нулю, маємо:

$$\sigma_s^{\,2} \approx \left(\frac{\partial s_i}{\partial x_i}\right)^2 \sigma_x^2 + \left(\frac{\partial s_i}{\partial x_{i-1}}\right)^2 \sigma_x^2 + \left(\frac{\partial s_i}{\partial y_i}\right)^2 \sigma_y^2 + \qquad (36)$$

$$+\left(\frac{\partial s_i}{\partial y_{i-1}}\right)^2 \sigma_y^2 + \left(\frac{\partial s_i}{\partial z_i}\right)^2 \sigma_z^2 + \left(\frac{\partial s_i}{\partial z_{i-1}}\right)^2 \sigma_z^2 .$$

$$\sigma_y^2 = \left(\frac{\partial y}{\partial Д}\right)^2 \sigma_Д^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial \beta}\right)^2 \sigma_\beta^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial y_0}\right)^2 \sigma_{y_0}^2 ; \qquad (37)$$

$$\sigma_z^{\,2} = \left(\frac{\partial z}{\partial Д}\right)^2 \sigma_Д^{\,2} + \left(\frac{\partial z}{\partial \alpha}\right)^2 \sigma_\alpha^{\,2} +$$

$$+\left(\frac{\partial z}{\partial \beta}\right)^2 \sigma_\beta^{\,2} + \left(\frac{\partial z}{\partial z_0}\right)^2 \sigma_{z_0}^{\,2} + \left(\frac{\partial z}{\partial \varphi}\right)^2 \sigma_\varphi^{\,2} , \qquad (38)$$

де часткові похідні (36) – (38) визначаються за відношеннями:

$$\frac{\partial x}{\partial Д} = cos\,\beta\, cos\,\alpha\, cos\,\varphi ; \qquad (39)$$

$$\frac{\partial x}{\partial \alpha} = -cos\,\beta\, sin\,\alpha\, cos\,\varphi ; \quad \frac{\partial x}{\partial x_0} = 1 ; \qquad (40)$$

$$\frac{\partial x}{\partial z} = -sin\,\varphi ; \qquad (41)$$

$$\frac{\partial x}{\partial \varphi} = -Д\, cos\,\beta\, cos\,\alpha\, sin\,\varphi - z\, cos\,\varphi ; \qquad (42)$$

$$\frac{\partial x}{\partial \beta} = -Д\, sin\,\beta\, cos\,\alpha\, cos\,\varphi ; \qquad (43)$$

$$\frac{\partial y}{\partial Д} = sin\,\beta ; \quad \frac{\partial y}{\partial y_0} = 1 ; \quad \frac{\partial y}{\partial \beta} = Д\, cos\,\beta ; \qquad (44)$$

$$\frac{\partial z}{\partial Д} = cos\,\beta\, cos\,\alpha\, sin\,\varphi + cos\,\beta\, sin\,\alpha\, cos\,\varphi ; \qquad (45)$$

$$\partial z / \partial z_0 = 1 ; \qquad (46)$$

$$\frac{\partial z}{\partial \varphi} = Д\, cos\beta\, cos\alpha\, cos\varphi - Д\, cos\beta\, sin\alpha\, sin\varphi ; \qquad (47)$$

$$\frac{\partial z}{\partial \alpha} = -Д\, cos\beta\, sin\alpha\, sin\varphi + Д\, cos\beta\, cos\alpha\, cos\varphi ; \qquad (48)$$

$$\frac{\partial z}{\partial \beta} = -Д\, sin\beta\, cos\alpha\, sin\varphi - Д\, sin\beta\, sin\alpha\, cos\varphi . \qquad (49)$$

Проведені чисельна оцінка значень $c_X(M)$ за формулою (1), σ_{c_x} – за формулою (8) та моделювання результатів вимірювань параметрів траєкторії снаряда різними станціями ЗТВ.

Як приклад розглянуто моделювання польоту осколково-фугасного снаряда ОФ45 при стрільбі з гаубиці Г2А65 «Мста-Б» з далекобійним зарядом.

Параметри снаряда ОФ45: маса m = 43,56 кг; калібр d = 152,4 мм; початкова швидкість 810 м/с.

Параметри траєкторії снаряда розраховані методом чисельного інтегрування диференціальних рівнянь просторового руху його центра мас. У моделі польоту снаряда застосована кусково-лінійна інтерполяція функції $c_X * (M)$, заданої таблицею.

За станцію ЗТВ обрано:

1) радіотехнічну станцію «Кама-Н»,

2) мобільну комбіновану лазерну інформаційно-вимірювальну систему (КЛІВС) з лазерним, телевізійним та інфрачервоним каналами [6 – 8].

Мобільна КЛІВС заснована на використанні двох модулів: лазерного та оптико-електронного (ОЕМ), який складається з телевізійного і інфрачервоного каналів. За допомогою лазерного модуля, який використовує потужне лазерне випромінювання, здійснюється кутове автоматичне супроводження літального апарата (ЛА) у широкому діапазоні дальності, починаючи з початку його польоту, при одночасному високоточному вимірюванні кутів азимута і місця, похилої дальності, радіальної і кутових (тангенціальних) швидкостей, а також видача команд керування на ЛА. За допомогою ОЕМ здійснюється об'єктивний контроль ЛА у реальному масштабі часу в денних і нічних умовах. Крім того, за умови формування сигналів, що зондують, з просторовою модуляцією поляризації та їх обробки з використанням поляризаційної матриці розповсюдження мобільна КЛІВС забезпечує розпізнавання ЛА.

Основне призначення КЛІВС – це зовнішньотраєкторні вимірювання (вимірювання параметрів руху) ЛА під час проведення випробувань на полігонному випробувальному комплексі.

При цьому, завдяки раціональному вибору типу джерела лазерного випромінювання і режиму, можливо збільшити енергетичний потенціал мобільної КЛІВС та обрати необхідну дальність її роботи.

Показники вимірювань параметрів зазначеними станціями наведені в табл. 1.

Похибки визначення координат вимірювальних станції $\sigma_{X_0(Y_0)} = 10^{-3}\,м$. Для спрощення розрахунків прийнято кут $\varphi = 0$.

Результати розрахунків при використанні КЛІВС наведені в табл. 2, де

$$\delta c_X = \frac{\sigma_{C_X}}{c_X} 100\% \cdot$$

При вказаних значеннях показників точності вимірювання КЛІВС отримані такі значення СКВ розрахунку параметрів руху снаряда:

σ_S = 0,57 м; σ_V = 2,6 м/с;

$\sigma_{\dot{V}}$ = 5,8 м/с; σ_θ = 2,5 10^{-5} рад.

Таблиця 1. Значення показників точності вимірювань параметрів

Найменування системи	Призначення	Максимальні можливості	Характеристики точності
«Кама-Н»	вимірювання параметрів руху Д; α; β	Д = 25 км; α = 0...360°, β = 5...90°	за відбитим сигналом: $\sigma_Д$ = 8,14 м, $\sigma_{\alpha,\beta}$ = 5'
КЛІВС	вимірювання параметрів руху Д; Д'; α; β; α'; β'	Д = 150 км	за відбитим сигналом: $\sigma_Д$ < 0,4 м; $\sigma_{\alpha,\beta}$ < 0,2"; $\sigma_{Д'}$ < 0,1 м/с; $\sigma_{\alpha',\beta'}$ < 0,2"

Таблиця 2. Результати розрахунків при використанні станції КЛІВС

Параметри	№ вузлової точки									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
C_x	0,267	0,283	0,301	0,321	0,343	0,368	0,396	0,427	0,462	0,501
σ_{C_X}	0,034	0,036	0,038	0,041	0,044	0,046	0,05	0,053	0,057	0,062
δC_x, %	12,8	12,8	12,8	12,7	12,7	12,6	12,5	12,5	12,4	12,3

Отримані розрахунки вказують на те, що точності показники станції «Кама-Н» дозволяють розрахувати значення σ_{c_x} з відносною похибкою δc_X = (80…85) %.

Аналіз впливу похибок вимірювальної станції на точність оцінки величини σ_{c_x} вказує на те, що для отримання відносної похибки $\delta c_X \le 0{,}45$ % при інших рівних умовах необхідна точність вимірювання дальності $\sigma_Д \le 0{,}01$ м. При цьому похибки розрахунків параметрів руху снарядів будуть складати:

$$\sigma_{c_x} \le 0{,}0012; \quad \sigma_S \le 0{,}02 \text{ м}; \quad \sigma_V \le 0{,}1 \text{ м/с};$$

$$\sigma_{\dot V} \le 0{,}2 \text{ м/с}; \quad \sigma_{\dot\theta} \le 5{,}0\ 10^{-5} \text{ рад}.$$

Висновки

Станція зовнішньо-траєкторних вимірювань «Кама-Н» непридатна до застосування на етапі льотних випробувань для проведення уточнення значень коефіцієнта $c_X(M)$ сили лобового опору снарядів, отриманих на попередніх етапах проектування.

Застосування КЛІВС дозволить отримати значення функції $c_X(M)$ з відносною похибкою, що допустимо, δc_X = (10…15)%, але не прийнята для проведення високоточних балістичних розрахунків.

Для задоволення вимог з точності балістичних розрахунків необхідна станція зовнішньотраєкторних вимірювань, що забезпечить похибки вимірювання дальності не гірше ніж $\sigma_{\ddot Д} \le 0{,}01$ м.

СПИСОК ПОСИЛАНЬ

1. Дмитриевский А. А., Лысенко Л. Н. Внешняя баллистика : учеб. для студентов вузов. М. : Машиностроение, 2005. 608 с.
2. Костров А. В., Шатило А. М. Модельно-экспериментальные методы определения аэромеханических характеристик летательных аппаратов на баллистических трассах. – М. : МО СССР, 1982. 195 с.
3. Экспериментальная баллистика ракетно-космических средств : учеб. для вузов / под ред. Л. Н. Лысенко, В. В. Бетанова, И. В. Лысенко. М. : ВА РВСН им. Петра Великого, 2000.
4. Дзеверін І. Г., Журавльов О. О., Коломійцев О. В, Орлов С. В. Обчислення швидкості і прискорення снаряда методом інтерполяційних поліномів віртуальних систем координат при оцінці коефіцієнта сили лобового опору // Системи озброєння і військова техніка. 2017. Вип. 1 (49). С. 57–62.
5. Бронштейн И. Н., Семендяев К. А. Справочник по математике для инженеров и учащихся втузов. 13-е изд., исправл. М. : Наука, Гл. ред. физ.-мат. лит., 1986. 544 с.
6. Коломійцев О. В., Клівець С. І., Руденко Д. В. Мобільна комбінована лазерна інформаційно-вимірювальна система // Системи озброєння і військова техніка / ХУПС. 2014. Вип. 3 (39). С. 108–110.
7. Патент на корисну модель № 55645, Україна, МПК G01 S 17/42, G01 S 17/66. Частотно-часовий метод пошуку, розпізнавання та вимірювання параметрів руху літального апарата / О. В. Коломійцев. № u201005225; заяв. 29.04.2010; опубл. 27.12.2010; Бюл. № 24. 14 с.
8. Патент на корисну модель № 102676, Україна, МПК G01 S 17/42, G01 S 17/66. Мобільна суміщена інформаційно-вимірювальна система / Л. Б. Курцева, О. В. Коломійцев, І. І. Сачук [та ін.]. № u201505115; заяв. 25.05.2015; опубл. 10.11.2015; Бюл. № 21. 6 с.

Рецензент О. І. Тимочко, д-р техн. наук, проф. (Харківський національний університет Повітряних Сил ім. Івана Кожедуба)