

УДК 621.396.6

Д. Б. КУЧЕР,

доктор технічних наук, професор
(Інститут Військово-Морських Сил
Національного університету «Одеська морська
академія», м. Одеса),

О. І. ФИК, кандидат технічних наук, доцент,

Р. О. ГОНЧАР, кандидат військових наук
(Національна академія Національної гвардії
України, м. Харків)

Моделювання процесу утворення електромагнітного поля надпровідними фрактальними частотно- вибірковими решітками у складі плоских дводзеркальних антен

Наведені результати чисельного дослідження багаточастотних частотно-вибіркових фрактальних надпровідних поверхонь, отримані за допомогою математичної моделі мультирешіткової багаточастотної електродинамічної структури на основі плоских двоперіодичних решіток друкованих елементів у складі дводзеркальних антен.

Ключові слова: гібридна дзеркальна антена, мікросмугова антенна решітка, частотно-вибіркова решітка, високотемпературний надпровідник, інтегральне рівняння, мікросмугова дифракційна решітка, дводзеркальна антена, смуговий загороджувальний фільтр, смуговий пропускаючий фільтр, просторова матриця розсіювання.

Представлены результаты численного исследования многочастотных, частотно избирательных, фрактальных сверхпроводимых поверхностей, полученные с помощью математической модели многослойной электродинамической структуры на основе плоских двоякопериодических решеток печатных элементов в составе двухзеркальных антенн.

Ключевые слова: гибридная зеркальная антенна, микрополосовая антенная решетка, частотно избирательная решетка, высокотемпературный сверхпроводник, интегральное уравнение, микрополосовая дифракционная решетка, двухзеркальная антенна, полосовой заграждающий фильтр, полосовой пропускающий фильтр, пространственная матрица рассеивания.

Одним з найбільш поширених застосувань частотно-вибіркових решіток (ЧВР), що працюють у декількох частотних діапазонах, є гібридні дзеркальні антени (ГДА).

У сучасних радіотехнічних систем (РТС) все частіше стали використовувати мікросмугові антенні решітки (МСАР), які виготовляються з використанням методів інтегральної технології, що дозволяє істотно зменшити габарити, масу і вартість антенних пристроїв. Тому значний інтерес до розробки математичних моделей таких решіток по теперішній час не вщухає. Зараз розроблено багато математичних моделей (у тому числі програм (CSC, MW Office та ін.), що описують МСАР з різним ступенем точності. Однак питанню аналізу відбиваючих МСАР та дифракційних решіток з мікросмугових елементів (МСЕ) довільної структури та надпровідного матеріалу дотепер приділяється мало уваги. А саме, вивчення механізму розсіювання електромагнітних хвиль (ЕМХ) мікросмуговими дифракційними решітками (МДР) має практичний інтерес при розробці різного роду перетворювачів хвиль відбиваючого типу, антенних обтікачів, кутових фільтрів, що зменшують бічне випромінювання апертурних антен, антенних електромагнітних обмежувачів деструктивної потужності і т. п.

З одного боку, у ряді робіт [1, 2], присвячених питанню дослідження параметрів МСАР, розглядаються проблеми дифракції, однак там вони не мають самостійного значення. З іншого боку, в роботах, присвячених дифракційним решіткам, не досліджуються решітки з МСЕ. Так, у фундаментальних роботах, присвячених дослідженню дифракції хвиль на решітках [3–4], описані загальні закономірності розсіювання хвиль і специфічні властивості відбиваючих і напівпрозорих решіток, гребінок, структур хвилевідного типу, смугових та діелектричних решіток. Не дивлячись на велику різноманітність, досліджені решітки є одновимірними-періодичними структурами, що не дозволяє безпосередньо використовувати результати чисельно-аналітичних досліджень, наведених в цих роботах, при розробці МДР. Пізніше до дослідження питань розсіювання хвиль плоскими МДР виявили цікавість і інші автори [5]. Однак у розрахунках наявність надпровідних елементів [5] у решітках не передбачалась.

Мета статті – одержання системи інтегральних рівнянь щодо моделі електромагнітного поля фрактальних частотно-вибіркових надпровідних решіток у складі плоских дводзеркальних антен.

1. Змістовний опис електромагнітної моделі.

Перш ніж перейти до формулювання граничного завдання, зупинимося на одному з основних спрощуючих припущень, що дозволяють перейти від реальної МДР до її математичної моделі. Припустимо, що плоска МДР має великі електричні розміри. У таких решітках основна маса елементів центральної області знаходиться в майже однакових умовах і не відчуває впливу країв. Найбільш важливі особливості її поведінки можуть бути достатньо точно описані поведінкою елементів МДР, що знаходяться у складі нескінченних решіток. Тому математична модель нескінченних решіток може з успіхом служити для аналізу МДР великих електричних

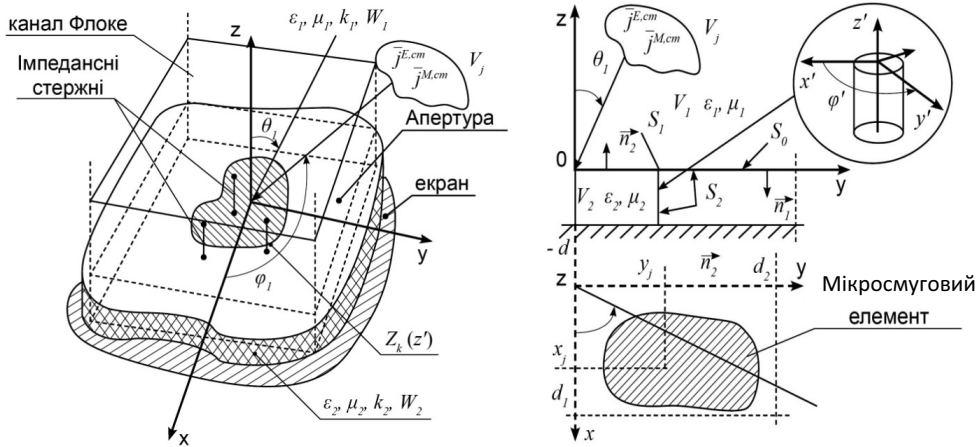


Рис. 1. Мікросмугова відбиваюча антенна решітка з імпедансними стержнями: а – канал Флоке решітки відбиваючого типу; б – постановка електродинамічної задачі

розмірів. При необхідності для обліку кінцевих розмірів решіток можна скористатися методом крайових хвиль [6].

Розглянемо таке граничне завдання. Хай над нескінченною ідеально провідною (або надпровідною) площиною розташований нескінченний шар однорідного магнітодіелектрика (підкладка) товщиною V_2 . На поверхні шару у вузлах двоперіодичної нескінченно протяжної сітки з прямокутною формою осередку розташовані МСЕ довільної форми (рис. 1), де d_1, d_2 – періоди решітки уздовж осей x і y , відповідно.

Мікросмугові елементи вважатимемо ідеально провідними. У шарі підкладки розташовані імпедансні стержі, що шунтують в N точках кожний МСЕ. Імпедансні стержі є провідними стержнями, навантаженими на зосереджені навантаження, кожний з яких має керований поверхневий імпеданс. Розподіл поверхневого імпедансу зосереджених навантажень уздовж k -го імпедансного стержа описується функцією $Z_k(z')$. При побудові математичної моделі функція $Z_k(z')$ є заданою. Для визначення $Z_k(z')$ можна користуватися схемою заміщення реального НВЧ приладу або експериментальними результатами для поверхневого імпедансу реальних керованих навантажень. Джерела збудження $j^{E,cm}, j^{M,cm}$ знаходяться в об'ємі V_j , що займає частину об'єму V_1 (рис. 1). Об'єм V_1 займає весь верхній півпростір $z > 0$. Для багатоеlementних ВАР найбільший інтерес

становить випадок збудження перевипромінювачами решітки локально плоскою хвилею, що створюється вимірними джерелами в місці розташування ВАР, коли відстань між областю V_j та решіткою R_j прямує до нескінченності, використовуючи при цьому наближення локальної періодичності.

Параметри середовищ в об'ємах V_1, V_2 відповідно $\tilde{\epsilon}_{1,2}, \tilde{\mu}_{1,2}, k_{1,2}, W_{1,2}$, де $\tilde{\epsilon}_{1,2}$ і $\tilde{\mu}_{1,2}$ – відповідно комплексні діелектрична і магнітна проникності, $k_{1,2}$ – коефіцієнт поширення, $W_{1,2}$ – характеристичний опір. Необхідно одержати систему інтегральних рівнянь (ІР), що описує поставлене завдання, привести її до матричного вигляду. Рішенням цієї системи буде шукана густина магнітного струму на вільних від МСЕ поверхні решітки і електричного струму на імпедансних стержнях.

Оскільки при аналізі характеристик розсіювання мікросмугової ВАР найбільший інтерес становить резонансна область [7], то для вирішення поставленої задачі скористаємося методом інтегральних рівнянь [8]. При цьому одержане цим методом рішення буде загальним, тобто застосовним не тільки в резонансній області. Крім того, вимагається, щоб параболічна антена працювала в N частотних піддіапазонах: f_1, f_2, \dots, f_k – для чого застосовують такий прийом, як просторове рознесення фокусів параболі й установлення в них опромінювачів, кожен з яких забезпечує роботу дзеркальної антени (ДЗА) в

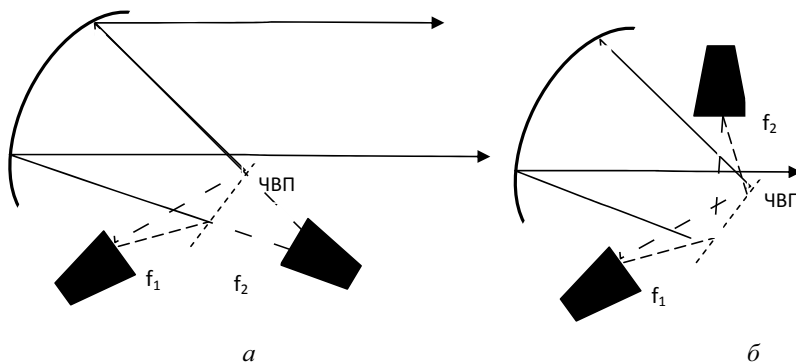


Рис. 2. Багаточастотні ДА з рознесеними опромінювачами

одному з її K частотних піддіапазонів. Задачу рознесення фокусів параболічної антени будемо вирішувати введенням до її складу частотно-вибіркових поверхонь (ЧВП). Для випадку $K = 2$ схема побудови ГДА показана на рис. 2.

Частотно-вибіркова поверхня в цьому простому випадку повинна мати властивості смугового загороджувального фільтра (СЗФ) для електромагнітних хвиль (ЕМХ) першого піддіапазону (f_1) та смугового пропускаючого фільтра (СПФ) для ЕМХ другого піддіапазону (f_2). Як показано вище, властивості СЗФ мають ЧВП у вигляді решіток пластин, а властивості СПФ – ЧВП у вигляді решіток апертур. Для випадку $K > 2$ ЧВП повинна функціонувати як СЗФ або СПФ вже не в одному, а в декількох піддіапазонах частот робочого діапазону ГДА. Таким чином, ЧВП має бути багаточастотною.

2. Формулювання інтегральних рівнянь при побудові математичної моделі мікросмугової антенної решітки відбиваючого типу

2.1. Інтегральні співвідношення і граничні умови для мікросмугової решітки з імпедансними штирями (головне дзеркало ГДА). Запишемо співвідношення для полів в кожній з областей, використовуючи теорему Лоренца в інтегральній формі. Для області V_1 [9]

$$\int_{\Sigma_1} \left\{ [E_1, H_1^B] - [E_1^B, H_1] \right\} n_1 dS' = \int_{V_1} (j_{B1}^M H_1 - j_{B1}^E E_1) dV' + \int_{V_1} (j^{E,cm} E_1^B - j^{M,cm} H_1^B) dV'. \quad (1)$$

Для області V_2

$$\int_{\Sigma_2} \left\{ [E_2, H_2^B] - [E_2^B, H_2] \right\} n_2 dS' = \int_{V_2} (j_{B2}^M H_2 - j_{B2}^E E_2) dV'. \quad (2)$$

де $E_{1,2}$, і $H_{1,2}$ – вектори напруженостей шуканих електричних і магнітних полів відповідно в областях V_1 і V_2 ; $E_{1,2}^B$ і $H_{1,2}^B$ – вектори напруженостей електричних та магнітних полів допоміжних джерел у V_1 і V_2 ; Σ_1 – поверхня, що включає S_0 , S_1 та поверхня нескінченної півсфери в області V_1 ; Σ_2 – поверхня, яка вміщує S_0 , S_2 і S_k – поверхні всіх імпедансних штирів; n_1 і n_2 – зовнішні одиничні нормалі відповідних областей.

Як допоміжне джерело збудження для області V_1 оберемо елементарні магнітні вібратори в півпросторі з ідеально провідною границею

$$j_{B1}^{Ect} = j_{B1}^E = 0, \quad j_{B1}^M = (I_0^M L) v \delta(q-p), \quad j^{M,cm} = (I_0^M L) \xi \delta(q^0-p), \quad (3)$$

де $I_0^M L$ – момент магнітного струму джерела збудження (прийемо, що $I_0^M L = 1$ В м), $I_0^{MB} L$ – момент магнітного струму допоміжного джерела (приймаємо, що $I_0^{MB} L = 1$ В м), ξ – одиничний вектор, що визначає орієнтацію, стороннього джерела, $v = i_\tau$ або i_v . Нехай поле допоміжного джерела задовольняє граничній умові E:

$$[n_1, E_1^e]_{\Sigma_1} = 0. \quad (4)$$

Як допоміжне джерело для області V_2 виберемо елементарний магнітний вібратор, поле якого задовольняє граничній умові

$$[n_2, E_2^e]_{\Sigma_2 - S_k} = 0, \quad (5)$$

де S_k – бічні поверхні всіх імпедансних штирів.

На поверхні S_i виконуються імпедансні граничні умови [9]

$$[E_2, n_2]_i = Z_i [n_2, [n_2, H_2]]_i, \quad (6)$$

де i означає, що величини, які входять у (6) відносяться до i -го імпедансного штиря.

Всі подальші викладення ведуться з урахуванням того, що дотичні складові вектора напруженості електричного поля на ідеально провідних границях дорівнюють нулю, а також з урахуванням умов випромінювання на нескінченності.

2.2. Інтегральне рівняння для мікросмугової решітки без імпедансних штирів.

Оскільки, по-перше, електродинамічний аналіз мікросмугових ВАР, що не тільки містять імпедансні штирі, але й без них (наприклад, допоміжне дзеркало), становить значний практичний інтерес та, по-друге, для зручності викладу процедури побудови математичної моделі мікросмугово-штирьової ВАР спочатку необхідно сформулювати систему IP для мікросмугової решітки без штирів.

Вираз (1) з урахуванням (4) та (3) прийме вигляд

$$\int_{S_0} [E_1, H_1^B] n_1 dS' = v H_1(p) - \xi H_1^B(q^0, p), \quad (7)$$

де S_0 – поверхня решітки, вільна від мікросмугових елементів.

Розкриваючи векторний добуток у декартовій системі координат у (5), одержимо вираз для вектора напруженості магнітного поля в області V_1

$$v H_1(p) = \int_{S_0} \left\{ E_{1y}(q) H_{1x}^B(q, p) - E_{1x}(q) H_{1y}^B(q, p) \right\} dS_q + \xi H_1^B(q^0, p). \quad (8)$$

Таким чином, одержано вираз для напруженості магнітного поля в області V_1 . Тепер одержимо вираз для вектора напруженості магнітного поля в області V_2 . Вираз (2) з урахуванням (5) прийме вигляд

$$\int_{S_0} [E_2, H_2^B] n_2 dS' = v H_2(p).$$

Розкриваючи векторний добуток у декартовій системі координат, одержимо

$$- \int_{S_0} \left\{ E_{2y} H_{2x}^B - E_{2x} H_{2y}^B \right\} dS' = v H_2(p). \quad (9)$$

Вираз (9) перепишемо у вигляді

$$v H_2(p) = - \int_{S_0} \left\{ E_{2y}(q) H_{2x}^B(q, p) - E_{2x}(q) H_{2y}^B(q, p) \right\} dS_q. \quad (10)$$

Отже, одержано вираз для вектора напруженості магнітного поля в області V_2 .

Опускаючи точку спостереження p на межу розділу S_0 (див. рис. 1, 3) та дотримуючись умови безперервності дотичних складових полів на межі розділу $E_{1x}|_{S_0} = E_{2x}|_{S_0} = E_x|_{S_0}$, $E_{1y}|_{S_0} = E_{2y}|_{S_0} = E_y|_{S_0}$, $H_{1x}|_{S_0} = H_{2x}|_{S_0} = H_x|_{S_0}$,

$H_{1y}|_{S_0} = H_{2y}|_{S_0} = H_y|_{S_0}$, з (8) та (10) одержимо систему з двох інтегральних рівнянь щодо дотичних складових вектора напруженості електричного поля $E_x(q)$ і $E_y(q)$ на S_0 .

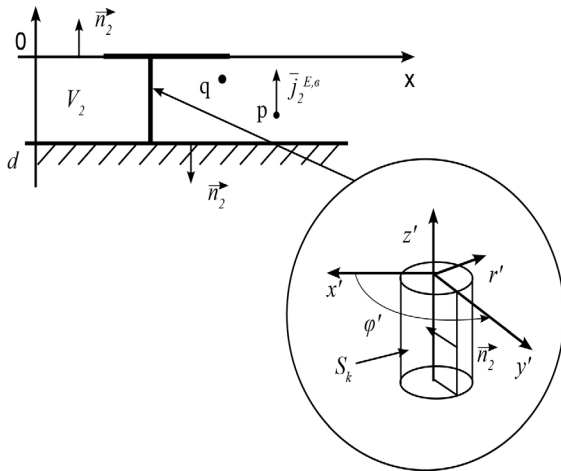


Рис. 3. Місцева циліндрична система координат на імпедансному штирі

Для того щоб задовольнити умови

$$H_{1x}|_{S_0} = H_{2x}|_{S_0}, H_{1y}|_{S_0} = H_{2y}|_{S_0}, \quad (11)$$

запишемо співвідношення для складових H_x і H_y окремо. Для отримання виразу для складової вектора напруженості магнітного поля H_x необхідно як допоміжне джерело вибрати елементарний магнітний вібратор з одиничним моментом $v = 1_x$. Підставимо v в (8) та (10), одержимо для областей V_1 і V_2 відповідно

$$H_{1x}(p) = \int_{S_0} \{E_{1y}(q) \tilde{H}_{1x}^B(q, p) - E_{1x}(q) \tilde{H}_{1y}^B(q, p)\} dS_q + \xi \tilde{H}_1^B(q^0, p), \quad (12)$$

$$H_{2x}(p) = - \int_{S_0} \{E_{2y}(q) \tilde{H}_{2x}^B(q, p) - E_{2x}(q) \tilde{H}_{2y}^B(q, p)\} dS_q. \quad (11)$$

Задовольняючи умови (11) для x -складових вектора напруженості магнітного поля, з (12) і (13) одержимо перше інтегральне рівняння системи

$$\int_{S_0} \{E_y(q) [\tilde{H}_{1x}^B(q, p) + \tilde{H}_{2x}^B(q, p)] - E_x(q) [\tilde{H}_{1y}^B(q, p) + \tilde{H}_{2y}^B(q, p)]\} dS_q = -\xi \tilde{H}_1^B(q^0, p), \quad (14)$$

де $\tilde{H}_{1x}^B, \tilde{H}_{2x}^B, \tilde{H}_{1y}^B, \tilde{H}_{2y}^B$ – дотичні складові векторів напруженості магнітних полів допоміжних джерел, що створюються в кожній з областей елементарним магнітним вібратором з одиничним моментом, орієнтованим уздовж осі x .

Для отримання співвідношення, що визначає складову вектора напруженості магнітного поля H_y , необхідно як допоміжне джерело вибрати елементарний магнітний вібратор з одиничним моментом $v = 1_y$.

Після підстановки v в (8) і (10) і задоволення умови (11) для y -складових вектора напруженості магнітного поля одержимо друге ІР системи:

$$\int_{S_0} \{E_y(q) [\tilde{H}_{1x}^B(q, p) + \tilde{H}_{2x}^B(q, p)] - E_x(q) [\tilde{H}_{1y}^B(q, p) + \tilde{H}_{2y}^B(q, p)]\} dS_q = -\xi \tilde{H}_1^B(q^0, p), \quad (15)$$

де $\tilde{H}_{1x}^B, \tilde{H}_{2x}^B, \tilde{H}_{1y}^B, \tilde{H}_{2y}^B$ – складові векторів напруженості допоміжних полів, що формуються в кожній з областей елементарним магнітним вібратором з одиничним моментом, орієнтованим уздовж осі y .

3. Використання умови періодичності друкованих елементів у решітках

Оскільки розглядаються періодичні решітки МСЕ, то в рівняннях (14) (15) S_0 є системою апертур S_A , що періодично повторюються. Під апертурою S_A мається на увазі частина поверхні одиничного осередку решітки, не зайнята МСЕ, розташованими на ній. З урахуванням цього (14) та (15) приймуть вигляд

$$\sum_{M=-\infty}^{\infty} \sum_{N=-\infty}^{\infty} \int_{S_A} \{E_y(x'+Md_1, y'+Nd_2) \cdot [\tilde{H}_{1x}^e(x'+Md_1, y'+Nd_2; x, y) + \tilde{H}_{2x}^e(x'+Md_1, y'+Nd_2; x, y)] - E_x(x'+Md_1, y'+Nd_2) [\tilde{H}_{1y}^e(x'+Md_1, y'+Nd_2; x, y) + \tilde{H}_{2y}^e(x'+Md_1, y'+Nd_2; x, y)]\} dx' dy' = -\xi \tilde{H}_1^e(q^0, p), \quad (16)$$

$$\sum_{M=-\infty}^{\infty} \sum_{N=-\infty}^{\infty} \int_{S_A} \{E_y(x'+Md_1, y'+Nd_2) \cdot [\tilde{H}_{1x}^e(x'+Md_1, y'+Nd_2; x, y) + \tilde{H}_{2x}^e(x'+Md_1, y'+Nd_2; x, y)] - E_x(x'+Md_1, y'+Nd_2) [\tilde{H}_{1y}^e(x'+Md_1, y'+Nd_2; x, y) + \tilde{H}_{2y}^e(x'+Md_1, y'+Nd_2; x, y)]\} dx' dy' = -\xi \tilde{H}_1^e(q^0, p), \quad (17)$$

де d_1 і d_2 – періоди решітки по осях x і y відповідно, M і N – індекси поелементного підсумовування.

3.1. Визначення правих частин інтегральних рівнянь (16) і (17).

Для визначення правої частини (16) потрібно знайти складові $\tilde{H}_{1x}^B(q^0, p)$ і $\tilde{H}_{1y}^B(q^0, p)$. Для визначення правої частини (17) потрібно знайти складові $\tilde{H}_{1x}^B(q^0, p)$ і $\tilde{H}_{1y}^B(q^0, p)$. Складові, що цікавлять нас, впливають з [9]

$$\left. \begin{aligned} \tilde{H}_{1,2x}^e &= \frac{1}{i\omega\mu_{1,2}} \left(k_{1,2}^2 + \frac{\partial^2}{\partial x^2} \right) A_{1,2x}^{M6} \\ \tilde{H}_{1,2y}^e &= \frac{1}{i\omega\mu_{1,2}} \frac{\partial^2 A_{1,2x}^{M6}}{\partial x \partial y} \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

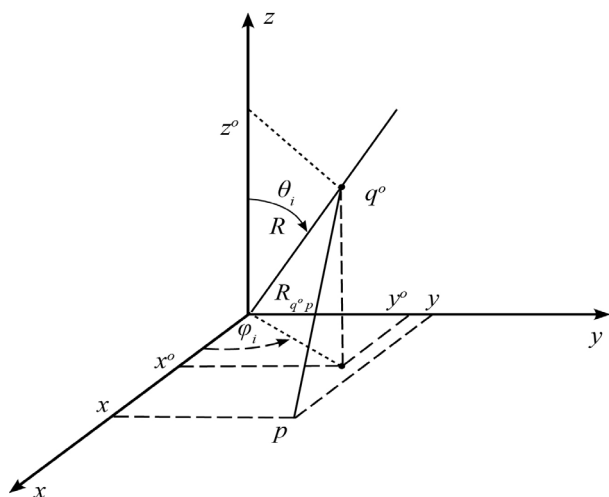


Рис. 4. Визначення прaviх частин системи інтегральних рiвнянь

$$\left. \begin{aligned} \hat{H}_{1,2x}^e &= \frac{1}{i\omega\mu_{1,2}} \left(k_{1,2}^2 + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) A_{1,2y}^{ms} \\ \hat{H}_{1,2y}^e &= \frac{1}{i\omega\mu_{1,2}} \frac{\partial^2 A_{1,2y}^{ms}}{\partial x \partial y} \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

де

$$A_{1[y]}^{MB} = \frac{1}{4\pi} \left(\frac{\exp(-ik_1 R_1)}{R_1} + \frac{\exp(-ik_1 R_2)}{R_2} \right), \quad (20)$$

де

$$\begin{aligned} R_1 &= \sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2 + (z-z')^2}, \\ R_2 &= \sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2 + (z+z')^2} \end{aligned}$$

Зробивши необхідні обчислення для цього випадку, отримаємо з (18) і (19) такі співвідношення:

$$\tilde{H}_{1x}^B = \frac{2iG}{k_1 W_1} \left[\frac{D}{R_{q^0 p}} - EA^2 - k_1^2 \right], \quad (21)$$

$$\tilde{H}_{1y}^B = \frac{2iG}{k_1 W_1} ABE, \quad (22)$$

$$\hat{H}_{1x}^B = \frac{2iG}{k_1 W_1} ABE, \quad (23)$$

$$\hat{H}_{1y}^B = \frac{2iG}{k_1 W_1} \left[\frac{D}{R_{q^0 p}} - EB^2 - k_1^2 \right], \quad (24)$$

де

$$A = \frac{x^0 - x}{R_{q^0 p}}, \quad B = \frac{y^0 - y}{R_{q^0 p}}, \quad D = \frac{1 + ik_1 R_{q^0 p}}{R_{q^0 p}},$$

$$E = D^2 + \frac{D}{R_{q^0 p}} + \frac{1}{R_{q^0 p}^2}, \quad G = \frac{1}{4\pi} \frac{\exp(-ik_1 R_{q^0 p})}{R_{q^0 p}},$$

$$R_{q^0 p} = \sqrt{(x^0 - x)^2 + (y^0 - y)^2 + z^{02}}.$$

Нехай стороннє джерело знаходиться в далекій зоні, тобто $R_{q^0 p}$. Поєднаємо початок координат з деякою точкою, що лежить на поверхні S_0 (див. рис. 3). Вираз для відстані $R_{q^0 p}$ між точкою p , що належить поверхні S_0 , і точкою q^0 , у якій розташоване стороннє джерело, можна в цьому випадку спростити (рис. 4):

$$R_{q^0 p} = R - \sin \theta_i (x \cos \varphi_i + y \sin \varphi_i).$$

Тоді вирази (21)–(24) матимуть вигляд

$$\tilde{H}_{1x}^B(q^0, p) = \frac{2iG^0}{W_1} k_1 \left[(\sin \theta_i \cos \varphi_i)^2 - 1 \right], \quad (25)$$

$$\tilde{H}_{1y}^B(q^0, p) = \frac{2iG^0}{W_1} k_1 \sin^2 \theta_i \cos \varphi_i \sin \varphi_i, \quad (26)$$

$$\hat{H}_{1x}^B(q^0, p) = \frac{2iG^0}{W_1} k_1 \sin^2 \theta_i \cos \varphi_i \sin \varphi_i, \quad (27)$$

$$\hat{H}_{1y}^B(q^0, p) = \frac{2iG^0}{W_1} k_1 \left[(\sin \theta_i \sin \varphi_i)^2 - 1 \right], \quad (28)$$

де $G^0 = \frac{e^{-ik_1 R}}{4\pi R} e^{ik_1 \sin \theta_i (x \cos \varphi_i + y \sin \varphi_i)}$.

Тепер для визначення прaviх частин в інтегральних рiвняннях (14) і (15), що є скалярними добутками і $-\xi \cdot \tilde{H}_1^e(q^0, p)$, необхідно знайти вектор ξ . Будемо вимагати такої орієнтації вектора ξ , щоб у разі перпендикулярної поляризації проекцію вектора $H(p, t_0)$, а в разі паралельної поляризації проекцію вектора $E(p, t_0)$ хвилі, що падає, можна було б подати у вигляді

$$\left\{ \begin{aligned} H(p, t_0) \\ E(p, t_0) \end{aligned} \right\} = (1_x \cdot \cos \varphi_i + 1_y \cdot \sin \varphi_i) \cdot H_0 \cdot \left\{ \begin{aligned} 1 \\ W_1 \end{aligned} \right\}$$

Тут позначено $H(p, t_0)$, $E(p, t_0)$ – миттєві значення векторів напруженості магнітного і електричного нуля; $H_0 = \frac{k_1 \sin \theta_i}{4\pi \cdot R_{q^0 p} W_1}$. Тоді в разі перпендикулярної і паралельної поляризації проекція вектора ξ на площину XOY повинна мати вигляд

$$\xi_{XOY}^{\perp} = -1_x \cdot \cos \varphi_i - 1_y \cdot \sin \varphi_i, \quad \xi_{XOY}^{\parallel} = -1_x \cdot \sin \varphi_i + 1_y \cdot \cos \varphi_i. \quad (29)$$

Задавши вектор ξ таким чином, отримаємо вирази для прaviх частин рiвнянь (14), (15).

Випадок перпендикулярної поляризації:

$$-\xi \cdot \tilde{H}_1^B(q^0, p) = -2H_0 \cos \varphi_i \cos \theta_i e^{ik_1 \sin \theta_i (x \cos \varphi_i + y \sin \varphi_i)}, \quad (30)$$

$$-\xi \cdot \hat{H}_1^B(q^0, p) = -2H_0 \sin \varphi_i \cos \theta_i e^{ik_1 \sin \theta_i (x \cos \varphi_i + y \sin \varphi_i)}. \quad (31)$$

Випадок паралельної поляризації:

$$-\xi \cdot \tilde{H}_1^B(q^0, p) = -2H_0 \sin \varphi_i e^{ik_1 \sin \theta_i (x \cos \varphi_i + y \sin \varphi_i)}, \quad (32)$$

$$-\xi \cdot \hat{H}_1^B(q^0, p) = 2H_0 \cos \varphi_i e^{ik_1 \sin \theta_i (x \cos \varphi_i + y \sin \varphi_i)}. \quad (33)$$

Тож отримано вирази для прaviх частин системи скалярних інтегральних рiвнянь (14) і (15), що відповідають випадкам збудження мікросмугової решітки

локально плоскою хвилею перпендикулярної і паралельної поляризації.

Оскільки решітка збуджується локально плоскою хвилею, то, як випливає з виразів (30) – (33), елементи решітки збуджуються рівноамплітудно, а зміна фази поля збудження від елемента до елемента описується лінійним законом. Вважаючи в (30) – (31) $x=Md_1, y=Nd_2$, одержуємо, що осередок решітки з номером M, N збуджується полем $F \cdot \exp[i(h_1Md_1 + h_2Nd_2)]$, де F – комплексна амплітуда поля збудження на осередку з номером $(0,0)$; $h_1 = k_1 \sin \theta_i \cos \varphi_i, h_2 = k_1 \sin \theta_i \sin \varphi_i$; $k_1 = \omega \sqrt{\epsilon_1 \mu_1}$ – коефіцієнт поширення ЕМХ в об'ємі V_1 ; θ_i – кут падіння збуджуючої локально плоскої хвилі, що відлічується від осі z ; φ_i – кут між площиною падіння і віссю x , що відлічується в площині XOY (див. рис. 1). Складові вектора напруженості електричного поля, що відшукуються в одному поперечному перетині, відрізняються від складових вектора напруженості електричного поля в іншому поперечному перетині на відстані, кратні періоду структури тільки комплексної постійної:

$$E_{x,y}(x' + Md_1, y' + Nd_2) = E_{x,y}(x', y') \cdot \exp[i(h_1Md_1 + h_2Nd_2)], \quad (34)$$

де $E_{x,y}(x', y')$ – компоненти дотичної до XOY складової вектора напруженості електричного поля в центральному осередку.

Цей факт відомий в літературі під назвою теореми Флоке [10–13], яка, по суті, є додатком теорії рядів Фур'є для періодичних функцій. Вона дозволяє одержати гармонічне розкладання будь-якої функції, значення якої повторюються періодично з точністю до експоненціального множника. Саме такою функцією описуються напруженості магнітних полів, які відшукуються на елементах нескінченних періодичних решіток. Скориставшись теоремою Флоке, вдасться побудувати періодичне рішення рівняння Гельмгольца, що задовольняє періодичні граничні умови. Якщо підставити вираз (34) в (16) та (17), одержимо

$$\int_{S_4} \{E_y(x', y') \cdot K_{11}(x' - x, y' - y) - E_x(x', y') \cdot K_{12}(x' - x, y' - y)\} \cdot dx' dy' = -\xi \tilde{N}_1^e(q^0, p), \quad (35)$$

$$\int_{S_1} \{E_y(x', y') \cdot K_{21}(x' - x, y' - y) - E_x(x', y') \cdot K_{22}(x' - x, y' - y)\} \cdot dx' dy' = -\xi \tilde{N}_1^e(q^0, p), \quad (36)$$

де праві частини визначаються співвідношеннями (30) – (33).

3.2. *Визначення компоненти ядра системи скалярних ІР* (35) – (36).

Скориставшись одержаними в [10] співвідношеннями, приведемо вирази, що визначають компоненти ядра системи скалярних ІР (35) – (36):

$$K_{11}(x' - x, y' - y) = \left\{ \left(k_1^2 + \frac{\partial^2}{(\partial x')^2} \right) \frac{G_1^{AR}(x' - x, y' - y)}{i k_1 W_1} + \left(k_2^2 + \frac{\partial^2}{(\partial x')^2} \right) \frac{G_2^{AR}(x' - x, y' - y)}{i k_2 W_2} \right\}, \quad (37)$$

$$K_{12}(x' - x, y' - y) = \left\{ \frac{\partial^2}{\partial x' \partial y'} \frac{G_1^{AR}(x' - x, y' - y)}{i k_1 W_1} + \frac{\partial^2}{\partial x' \partial y'} \frac{G_2^{AR}(x' - x, y' - y)}{i k_2 W_2} \right\}, \quad (38)$$

$$K_{21}(x' - x, y' - y) = \left\{ \frac{\partial^2}{\partial x' \partial y'} \frac{G_1^{AR}(x' - x, y' - y)}{i k_1 W_1} + \frac{\partial^2}{\partial x' \partial y'} \frac{G_2^{AR}(x' - x, y' - y)}{i k_2 W_2} \right\}, \quad (39)$$

$$K_{22}(x' - x, y' - y) = \left\{ \left(k_1^2 + \frac{\partial^2}{(\partial y')^2} \right) \frac{G_1^{AR}(x' - x, y' - y)}{i k_1 W_1} + \left(k_2^2 + \frac{\partial^2}{(\partial y')^2} \right) \frac{G_2^{AR}(x' - x, y' - y)}{i k_2 W_2} \right\}, \quad (40)$$

де

$$G_1^{AR}(x' - x, y' - y) = \frac{1}{d_1 d_2} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{1}{\gamma_{1mn}} \exp[i\alpha_m(x' - x) + i\alpha_n(y' - y)], \quad (41)$$

$$G_2^{AR}(x' - x, y' - y) = \frac{1}{d_1 d_2} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{cth(\gamma_{2mn} d)}{\gamma_{2mn}} \exp[i\alpha_m(x' - x) + i\alpha_n(y' - y)], \quad (42)$$

$$\alpha_m = \frac{2\pi m}{d_1} + h_1, \quad \alpha_n = \frac{2\pi n}{d_2} + h_2, \quad \gamma_{1mn} = \sqrt{\alpha_m^2 + \alpha_n^2 - k_1^2}, \\ \gamma_{2mn} = \sqrt{\alpha_m^2 + \alpha_n^2 - k_2^2}. \quad (43)$$

Таким чином, використання умови періодичності дозволило замість періодичної системи апертур розглядати одну центральну апертуру. Наявність оточення з ідентичних МСЕ та його вплив на характеристики центрального елемента решітки враховують функції $G_1^{AR}(x' - x, y' - y), G_2^{AR}(x' - x, y' - y)$, що визначаються (41) та (42).

З наведених вище співвідношень можливо отримати поля нескінченних решіток мікросмугових елементів та подати у вигляді подвійних нескінченних рядів по просторових гармоніках системи. Кінцеве число цих гармонік – такі, що поширюються у напрямі осі z (γ_{1mn} – уявна величина), та нескінченне число гармонік є затухаючими в цьому напрямі (γ_{1mn} – дійсна величина). Перші є швидкими у напрямі осей x і y , а другі – повільними в цих напрямках хвилями [9].

4. Чисельна реалізація рішення системи інтегральних рівнянь (СІР)

4.1. Метод моментів рішення системи інтегральних рівнянь.

Інтегральні рівняння електродинаміки рідко мають аналітичне рішення. Число таких рішень надзвичайно мало, тому в більшості випадків доводиться використовувати чисельні методи для розв'язання СІР. Існує декілька методів для вирішення ІР, але в електродинаміці найбільшого поширення набув метод моментів [13, 2], що полягає в тому, що для розкладання невідомої функції вибирається система базисних функцій струмів

(БФС), визначається система пробних функцій (ПФ), береться скалярний добуток кожної пробної функції з лівою та правою частинами ІР, у результаті отримується система лінійних алгебраїчних рівнянь (СЛАР). Шляхом рішення цієї системи визначаються коефіцієнти розкладання невідомої функції. Найбільше поширені окремі випадки методу моментів: метод Крилова–Боголюбова (базисні функції – кусково-сталі, пробні – дельта-функції) та метод Галеркіна (однакові базисні і пробні функції). Для чисельного вирішення системи ІР (44) – (46) застосовувався загальний метод Галеркіна:

$$\int_{S_d} \{J_x^M(x', y')K_{11}(q, p) + J_y^M(x', y')K_{12}(q, p)\} dS_q - i 2\pi a \sum_{k=1}^{N_k} \int_{-d}^0 J_{zk}^o(z')K_{13}(x_k, y_k, z'; p) dz' = -\xi \tilde{H}_1^o(q^0, p) \quad (44)$$

$$\int_{S_d} \{J_x^M(x', y')K_{21}(q, p) + J_y^M(x', y')K_{22}(q, p)\} dS_q - i 2\pi a \sum_{k=1}^{N_k} \int_{-d}^0 J_{zk}^o(z')K_{23}(x_k, y_k, z'; p) \cdot dz' = -\xi \tilde{H}_1^o(q^0, p) \quad (45)$$

$$\int_{S_d} \{J_x^M(q)K_{31}(q; x_t, y_t, z) + J_y^M(q)K_{32}(q; x_t, y_t, z)\} dS_q - 2\pi a \sum_{k=1}^N \int_{-d}^0 J_{zk}^o(z')K_{33}(x_k, y_k, z'; x_t, y_t, z) dz' = Z_t(z)J_t^o(z) \quad (46)$$

де $t=1, \dots, N$, $z \in [-d; 0]$; $J_x^M(q)$, $J_y^M(q)$ – складові поверхневої густини магнітного струму апертури, що визначаються із співвідношень

$$J_x^M(q) = E_y(q), \quad J_y^M(q) = -E_x(q). \quad (47)$$

Інтегральні рівняння (44) і (45) – це покомпонентний запис векторного інтегрального рівняння, що є граничною умовою для магнітного поля в апертурі решітки.

Вибір базисних і пробних функцій. Однією з основних проблем при чисельному дослідженні ІР є вибір системи базисних функцій, що апроксимує реальну функцію розподілу струму. Вдалий вибір цієї системи функцій приводить до швидшої збіжності рішення та зменшення обсягу обчислень. Базисні функції повинні відображати характерні особливості поведінки дійсного розподілу струму, зокрема, біля краю МСЕ нормальна до нього складова магнітного струму апертури повинна прямувати до нуля як корінь квадратний від відстані до краю, а дотична складова – як величина, зворотна кореню квадратному від відстані до краю. Важливе значення при виборі базисних функцій має і можливість обчислення інтегралів в аналітичній формі, а також достатньо простий вид виразів, що отримуються при цьому.

У разі МСЕ довільної форми для перетворення ІР в СЛАР можна скористатися методом кінцевих елементів, запозичивши з нього ідею дискретизації області визначення шуканого струму та кусково-поліноміальної апроксимації. Найбільш простий шлях – це використання при дискретизації елементів трикутної форми і лінійної апроксимації функції, що відшукується в межах трикутників. Проте коли область визначення струму,

який відшукується, можна розбити на прямокутні під-області, як базисні функції струму зручно вибирати двовимірні функції підобластей [7]. Кожна з цих функцій є добутком трикутних імпульсів уздовж напрямку протікання струму на прямокутні в перпендикулярному напрямі. У результаті отримується розподіл базисних функцій, що перекриваються, для ортогональних складових струму (рис. 5) Основою базису, показаного на рис. 5, є те, що при його застосуванні вдається одержати подання струму не тільки на МСЕ довільної форми, але і врахувати особливості поля на краях. Застосування цього базису для струму дозволяє у векторному ІР (35) – (36) позбавитися неінтегрованої особливості ядра, що виникає при внесенні диференціального оператора під знак суми у виразах (37) – (40). Використання такого подання струму, або розкладання по БФС з кінцевою потужністю, і формальне застосування методу моментів дозволяє шляхом інтеграції по частинах перенести операцію диференціювання з ядра ІР на струм, який відшукується.

Отже, виконаємо розкладання функцій розподілу струмів, що відшуковуються як системні функції, кожна з яких є добутком кусково-трикутної функції $T_m(t)$ уздовж напрямку протікання струму та кусково-постійної функції $P_m(t)$ в перпендикулярному напрямі.

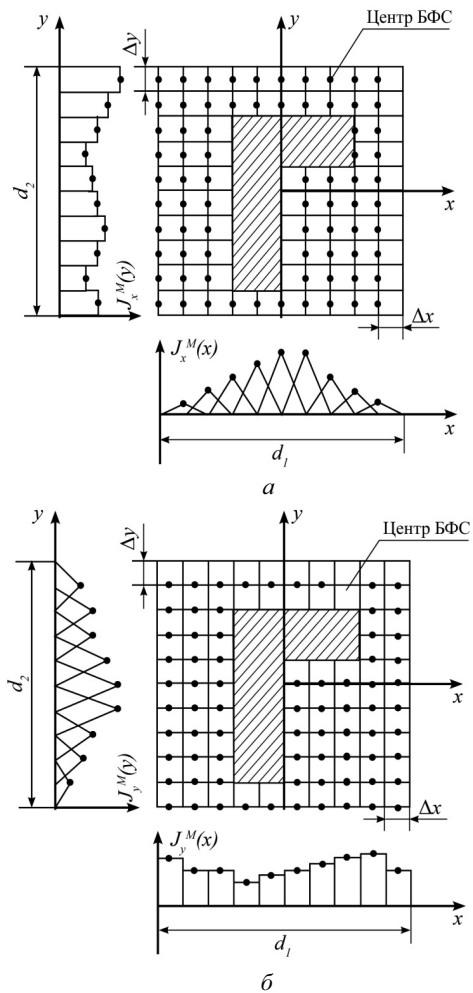


Рис. 5. Розташування магнітного струму апертури по базисних функціях

$$J_x^M(x', y') = \sum_{i=2}^{L_x} \sum_{j=1}^{L_y} A_{ij} \cdot T_i(x') \cdot P_j(y'), \quad (48)$$

$$J_y^M(x', y') = \sum_{i=2}^{L_x} \sum_{j=1}^{L_y} B_{ij} \cdot T_j(y') \cdot P_i(x'), \quad (49)$$

де

$$P_i(t) = \begin{cases} 1, & \text{нпу } t \in (t_i, t_{i+1}); \\ 0, & \text{нпу } t \notin (t_i, t_{i+1}), \end{cases} \quad (50)$$

$$T_i(t) = \frac{(t - t_{i-1})}{\Delta t} \text{ при } t \in (t_{i-1}, t_i);$$

$$T_i(t) = \frac{(t_{i+1} - t)}{\Delta t} \text{ при } t \in (t_i, t_{i+1}); \quad (51)$$

$$T_i(t) = 0 \text{ при } t \notin (t_{i-1}, t_{i+1}).$$

Тут позначено: A_{ij} і B_{ij} – коефіцієнти розкладання магнітного струму, що необхідно визначити, $\Delta t = t_{i+1} - t_i$ – інтервал розбиття ділянки інтегрування по відповідній координаті.

Помітимо, що, вибираючи нерівномірну сітку розбиття апертури, тобто змінний інтервал Δt , можна використовувати невелике число базисних функцій і водночас добре апроксимувати магнітний струм поблизу країв МСЕ. Для цього необхідно зменшувати Δt при наближенні до краю МСЕ. Тим самим можна достатньо точно врахувати особливості розподілу магнітного струму апертури біля країв МСЕ. При цьому число рівнянь у СЛАР зростає трохи.

Функцію розподілу поверхневої густини електричного струму k -го імпедансного штиря $J_{zk}^o(z')$ розкладемо за системою кусково-трикутної функції:

$$J_{zk}^o(z') = \sum_{i=0}^{L_z+1} D_{ki} T_i(z' + d), \quad (52)$$

де D_{ki} – коефіцієнти розкладання струму, що відшукуються.

У виразі (52) крайні базисні функції з номерами $l = 0$ і $l = L_z + 1$ є кусково-трапецеїдальними, а в середині інтервалу – кусково-лінійними.

4.2. Визначення розрахункових характеристик розсіювання.

Вторинне поле періодичної структури, що збуджується плоскою хвилею, являє собою нескінченний набір плоских хвиль. Серед них тільки кінцеве число хвиль є такими, що поширюються, інші швидко затухають. В однохвильовому режимі поширюватиметься тільки нульова просторова гармоніка ($m = 0, n = 0$).

Практичний інтерес викликає інформація про поле розсіювання в далекій зоні. Очевидно, що це поле є набором плоских хвиль, які поширюються. В однохвильовому діапазоні з усього набору залишається тільки нульова просторова гармоніка. Оскільки амплітуда цієї гармоніки дуже залежить від поляризації падаючого поля і оскільки падаюча хвиля однієї поляризації (вертикальної або горизонтально) загалом збуджує відбиті хвилі обох поляризацій, то поле як падаюче, так і відбите, зручно подати у вигляді суми двох складових. Одна з цих складових має електричне поле, вектор напруженості якого перпендикулярний площині падіння (горизонтальна поляризація).

Уведемо лінійний ортогональний поляризаційний базис (i_1, i_2) так, щоб орт i_1 цього базису лежав у площині падіння, а орт i_2 був перпендикулярним їй. Проектуючи цей базис на площину решітки, отримаємо

$$i_1' = i_x \cos \varphi_i + i_y \sin \varphi_i, \quad i_2' = i_x \sin \varphi_i - i_y \sin \varphi_i, \quad (53)$$

де i_1' і i_2' – проекції векторів i_1 і i_2 на площину XOY.

Визначимо елементи ПМР як відношення комплексних амплітуд ортогонально поляризованих компонент векторів напруженостей електричних полів нульової просторової гармоніки відбитої і падаючої хвилі:

$$S_{11} = \frac{E_{(0,0)}^{S(0)} i_1'}{E_{(0,0)}^{J(0)} i_1'} \Bigg|_{z=0}; \quad S_{12} = \frac{E_{(0,0)}^{S(0)} i_1'}{E_{(0,0)}^{J(0)} i_2'} \Bigg|_{z=0};$$

$$S_{21} = \frac{E_{(0,0)}^{S(\perp)} i_2'}{E_{(0,0)}^{J(0)} i_1'} \Bigg|_{z=0}; \quad S_{22} = \frac{E_{(0,0)}^{S(\perp)} i_2'}{E_{(0,0)}^{J(\perp)} i_2'} \Bigg|_{z=0}, \quad (54)$$

де надрядкові індекси "i" і "s" відносяться до полів падаючої і відбитої хвиль відповідно, а індекси "(||)" і "(⊥)" означають паралельну і перпендикулярну поляризації відповідно; підрядковий індекс (0,0) означає, що у співвідношення (54) входить нульова просторова гармоніка поля.

Таким чином, елементи ПМР S_{11} і S_{22} вводяться як коефіцієнти відбиття по нульовій просторовій гармоніці на узгоджених поляризаціях, а елементи S_{21} і S_{12} – як коефіцієнти крос-поляризації.

Виразимо елементи ПМР через коефіцієнти розкладання магнітного струму апертури. Для цього розкладемо функції $J_x^M(x', y')$ і $J_y^M(x', y')$ у подвійні ряди Фур'є:

$$J_{\{x\}}^M(x, y) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_{\{x\}}^M \exp \left[-2\pi i \left(\frac{mx}{d_1} + \frac{ny}{d_2} \right) \right]. \quad (55)$$

Вираз (55) є скороченою формою запису одразу двох розкладань як для $J_x^M(x', y')$, так і для $J_y^M(x', y')$. Вираз для коефіцієнтів розкладання J_{xmn}^M і J_{ymn}^M можна подати у вигляді

$$J_{xmn}^M = \sum_{i=2}^{L_x} \sum_{j=1}^{L_y} A_{ij} R_{xmn} e_{mn}(x_i, y_j), \quad (56)$$

$$J_{ymn}^M = \sum_{i=1}^{L_x} \sum_{j=2}^{L_y} A_{ij} R_{ymn} e_{mn}(x_i, y_j). \quad (57)$$

Тут множники при невідомих комплексних амплітудах БФС i , а також визначені в (47).

Оскільки у виразах (54), що визначають елементи ПМР, з усього спектра просторових частот відбитого поля виділяється лише нульова просторова гармоніка, то, залишаючи в (55) гармоніку $m = 0, n = 0$, враховуючи (53) і співвідношення, що визначають поверхневі магнітні струми

$J_{1,2,3y}^M(q) = E_{1,2,3y}(q), \quad J_{1,2,3x}^M(q) = -E_{1,2,3x}(q) \text{ нпу } q \in S_{0,1,2,3};$
отримаємо

$$S_{11} = -1 + \sin \varphi_i \sum_{i=2}^{L_x} \sum_{j=1}^{L_y} A_{ij} R_{x00} - \cos \varphi_i \sum_{i=2}^{L_x} \sum_{j=1}^{L_y} A_{ij} R_{y00}, \quad (58)$$

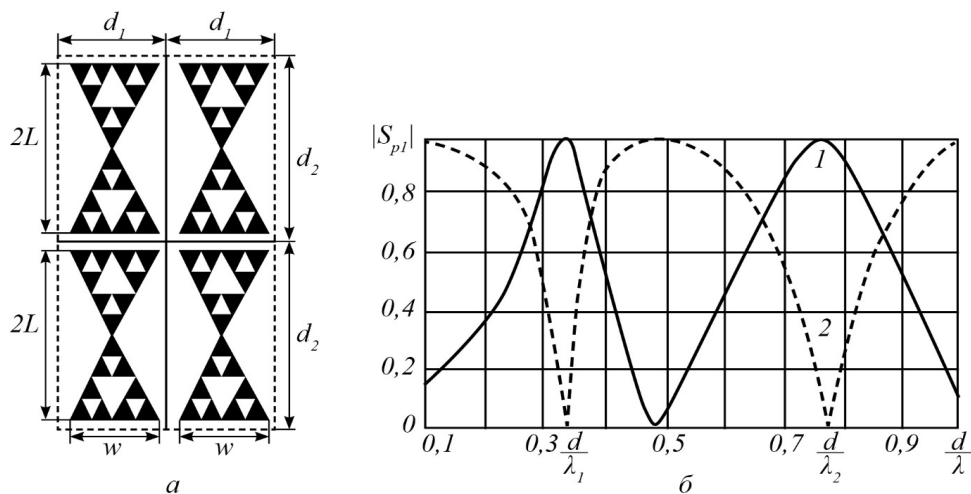


Рис. 6. Фракталоподібна ЧВП на основі друкованих надпровідних вібраторів с трикутними плечима (трикутник Серпінського 2-го покоління):

$$S_{12} = \frac{\sin \varphi_i \sum_{i=2}^{L_x} \sum_{j=1}^{L_y} A_{ij} R_{x00} - \cos \varphi_i \sum_{i=2}^{L_x} \sum_{j=1}^{L_y} A_{ij} R_{y00}}{\sin \varphi_i E_x^i - \cos \varphi_i E_y^i}, \quad (59)$$

$$S_{21} = -\frac{\cos \varphi_i \sum_{i=2}^{L_x} \sum_{j=1}^{L_y} A_{ij} R_{x00} - \sin \varphi_i \sum_{i=2}^{L_x} \sum_{j=1}^{L_y} A_{ij} R_{y00}}{\cos \varphi_i E_x^i - \sin \varphi_i E_y^i}, \quad (60)$$

$$S_{22} = -1 - \frac{\cos \varphi_i \sum_{i=2}^{L_x} \sum_{j=1}^{L_y} A_{ij} R_{x00} - \sin \varphi_i \sum_{i=2}^{L_x} \sum_{j=1}^{L_y} A_{ij} R_{y00}}{\sin \varphi_i E_x^i - \cos \varphi_i E_y^i}. \quad (61)$$

Підставляючи у співвідношення (58) – (61) вирази для $E_{x,y}^i$ і $R_{x,y00}$, отримаємо розрахункові формули для елементів ПМР:

$$\begin{aligned} S_{11} &= -1 + \tau \frac{\cos \varphi_i \sum_{i=2}^{L_x} \sum_{j=1}^{L_y} A_{ij} - \sin \varphi_i \sum_{i=2}^{L_x} \sum_{j=1}^{L_y} A_{ij}}{\cos \theta_i}; \\ S_{12} &= -\tau \left(\cos \varphi_i \sum_{i=2}^{L_x} \sum_{j=1}^{L_y} A_{ij} - \sin \varphi_i \sum_{i=2}^{L_x} \sum_{j=1}^{L_y} A_{ij} \right); \\ S_{21} &= \frac{-\tau}{\cos \theta_i} \left(\sin \varphi_i \sum_{i=2}^{L_x} \sum_{j=1}^{L_y} A_{ij} + \cos \varphi_i \sum_{i=2}^{L_x} \sum_{j=1}^{L_y} A_{ij} \right); \\ S_{22} &= -1 - \tau \left(\sin \varphi_i \sum_{i=2}^{L_x} \sum_{j=1}^{L_y} A_{ij} + \cos \varphi_i \sum_{i=2}^{L_x} \sum_{j=1}^{L_y} A_{ij} \right), \end{aligned} \quad (62)$$

де $\tau = \frac{\Delta x \Delta y}{dxdy}$, Δx і Δy – інтервали розбиття апертури (частини поверхні одиничного осередку решіток, вільних від друкованих елементів) уздовж осей x і y відповідно. Таким чином, отримані вирази для елементів ПМР $\|S\|$ через коефіцієнти розкладань (55) поверхневого магнітного струму апертури.

Припущення про періодичність решітки дає можливість за допомогою розглянутої математичної моделі аналізувати як друковану решітку з елементами складної форми, так і багаточастотні решітки друкованих елементів. У даному випадку являє інтерес розгляд друкованої

решітка з елементами складної форми. Нижче аналізуються друковані антенні решітки відбиваючого типу, елементи яких мають форму геометричних фракталів.

4.3. Результати чисельного дослідження частотно-вибіркових поверхонь з фрактальних надпровідних елементів.

Відомо, що на основі таких фрактальних ВАР можна побудувати багаточастотні ЧВП. Зокрема, в [14] розглянута можливість побудови ЧВП з фрактальних елементів у вигляді "трикутника Серпінського", а в [15] розглянута ЧВП з елементами типу "згорнутий квадрат".

Проведемо чисельне дослідження характеристик розсіяння надпровідної ЧВП фрактальної форми.

Нині відомі два основні способи переводу частотно-вибіркових поверхонь у багаточастотний режим роботи: по-перше, побудова ЧВП у вигляді багаточастотних решіток пластин або апертур, по-друге, застосування ЧВП з елементами складної форми. У кожному з цих випадків при електродинамічному моделюванні таких ЧВП вимагається вирішувати таку граничну задачу.

Як перший приклад розглянемо завдання дифракції для періодичної решітки, складеної з фрактальних вібраторів. Вібратори мають трикутні плечі, кожне з яких має вигляд "трикутника Серпінського" [16]. Для отримання цього фрактала використовується такий алгоритм: береться надпровідна пластина у формі трикутника, середини сторін якого виступають вершинами нового трикутника, який видаляється з початкового. Після цього залишаються три трикутники, розмір кожного з яких у два рази менше розміру початкового трикутника. Далі процес видалення надпровідних поверхонь з трикутних елементів, що залишилися, повторюється аналогічним чином. Після n -го кроку буде сформований фрактальний елемент n -го покоління.

На рис. 6, а показаний одиничний осередок періодичної решітки, складеної з таких друкованих вібраторів.

Плече кожного з вібраторів є «трикутником Серпінського» 2-го покоління. Як видно з рисунка, фрактальний елемент є самоподібною структурою, в якій кожен

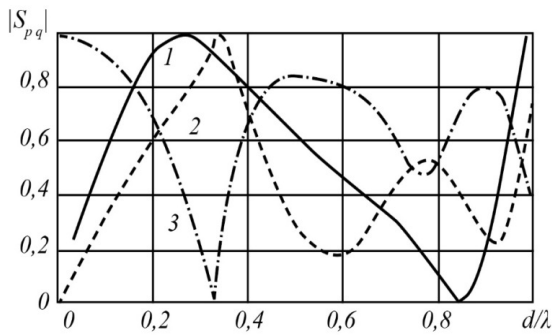


Рис. 7. ЧХ елементів ПМР решітки

трикутний фрагмент є копією в зменшеному масштабі всієї фрактальної структури в цілому.

На рис. 6, *a* позначено: $L = 7$ мм – довжина плеча вібратора; $W = 13$ мм – основа трикутника; $d_1 = d_2 = d = 15$ мм – розміри одиничного осередку решітки. ЧВП збуджується плоскою лінійно-поляризованою електромагнітною хвилею (ЕМХ), що падає по нормалі, вектор поляризації якої орієнтований уздовж осей друкованих вібраторів (орт i_1 вибраного поляризаційного базису (ПБ)). На рис. 6, *b* зображені розрахункові частотні характеристики (ЧХ) коефіцієнта віддзеркалення (КВ) ЕМХ крізь таку фрактальну ЧВП на погодженій поляризації (крива 1) і коефіцієнта проходження (крива 2) (модулі елементів поляризаційної матриці розсіяння $|S_{11}|$ і $|S_{31}|$, відповідно). Як видно з графіків, в однохвильовому діапазоні решітки (ОДР) існує два резонанси повного відображення при $2L/\lambda_1 = 0,32$, $2L/\lambda_2 = 0,72$ і один резонанс повного проходження при $2L/\lambda_0 = 0,45$. У цьому прикладі, коли вібратори розташовані у вузлах сітки з прямокутним осередком, відношення верхньої до нижньої частоти загородження складає 2,25. Випадок, коли подібні фрактальні вібратори розташовуються у вузлах сітки з трикутним осередком, розглянутий в [2], при цьому $\zeta=2,9$. Таким чином, вібраторна ЧВП, складена з фрактальних елементів 2-го покоління, має властивість двочастотного загородження в однохвильовому діапазоні решітки. Результати чисельного дослідження (програма AWR) поляризаційних властивостей вищеописаною вібраторною ЧВП зображені на рис. 7, де для випадку нормального падіння показані: крива 1 – ЧХ решіток на перпендикулярній поляризації $|S_{22}(d/\lambda)|$ (орт i_2 вибраного поляризаційного базису, перпендикулярний площині падіння, що проходить через вісь фрактального вібратора); криві 2 і 3 – ЧХ $|S_{11}(d/\lambda)|$ та $|S_{31}(d/\lambda)|$ у поляризаційному базисі, поверненому на кут 45° відносно осей фрактальних вібраторів.

Як видно з графіків, досліджувана вібраторна ЧВП є поляризаційно-селективною. Дійсно, на ортогональній поляризації (крива 1) у ВДР залишається тільки один довгохвильовий резонанс повного відображення, при цьому резонансна довжина хвилі λ_r виявляється приблизно на 20% більше λ_1 . Що стосується короткохвильового резонансу, який спостерігався на довжині хвилі λ_2 , то він зміщується у багатохвильову область. Поворот поляризаційного базису (ПБ) практично не впливає на

довгохвильовий резонанс, але погіршує її властивості, що загороджують, в короткохвильовій області ВДР (максимальне значення K (крива 2) близько λ_2 знижується майже на 1,5 дБ). Крім того, при повороті ПБ погіршуються і пропускні властивості ЧВП біля резонансу повного проходження, що спостерігається на довжині хвилі λ_0 (рис. 7). Видно, що максимальне значення КП (крива 3) в діапазоні довжин хвиль $\lambda_2 < \lambda < \lambda_1$ знижується на 1,5 дБ.

Безперечний інтерес становить дослідження поведінки характеристик віддзеркалення (ХВ) фрактальних ЧВП у секторі кутів падіння. Річ у тому, що ЧВП у багаточастотній ДА, як правило, знаходиться поблизу опромінювача, і тому ЕМХ, що збуджується, не можна вважати плоскою. У цьому випадку ЕМХ, що збуджується, можна представити у вигляді набору плоских хвиль, що падають на ЧВП під різними кутами. Результати чисельного дослідження вищеописаних решіток у секторі кутів падіння зображені на рис. 8, де показані графіки залежностей $|S_{11}(d/\lambda)|$ при різних кутах падіння θ в площині, що проходить через вісь фрактального вібратора. На рис. 8 крива 1 відповідає $\theta = 0^\circ$, крива 2 – $\theta = 30^\circ$ і крива 3 – $\theta = 60^\circ$. Як видно з графіків, зміна кута падіння практично не впливає на відбивні властивості ЧВП в області довгохвильового резонансу повного віддзеркалення, але істотно впливає на короткохвильовий резонанс, а саме, по-перше, відбувається зміщення резонансної кривої в довгохвильову область тим більше, чим більше кут θ , по-друге, резонансне значення знижується в середньому на 1 дБ.

Що стосується резонансу повного проходження, то зі збільшенням θ він також зміщується в довгохвильову область. Крім того, характерною особливістю похилого падіння є поява в ЧХ фрактальної ЧВП додаткових високочастотних резонансів повного віддзеркалення, описаних у [17].

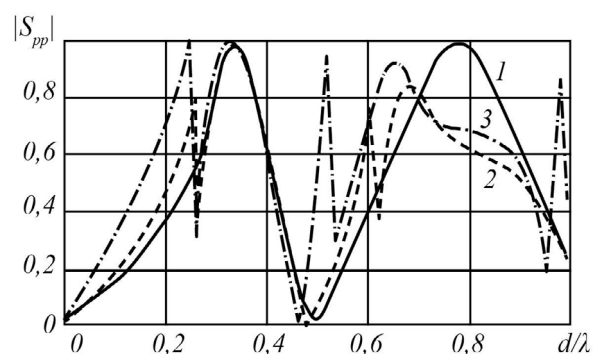


Рис. 8. ЧХ елементів ПМР решітки

Технологія виробництва друкованих схем, яка втілена при побудові ЧВП, а також прагнення запобігти негативному впливу довкілля (наприклад, гідрометеорів) на ЧВП вимагають урахування впливу діелектричних шарів підкладки та укриття на характеристики решітки. Результати чисельного дослідження впливу на характеристики відображення ЧВП діелектричного шару показані на рис. 9. Розглянутий випадок нормального

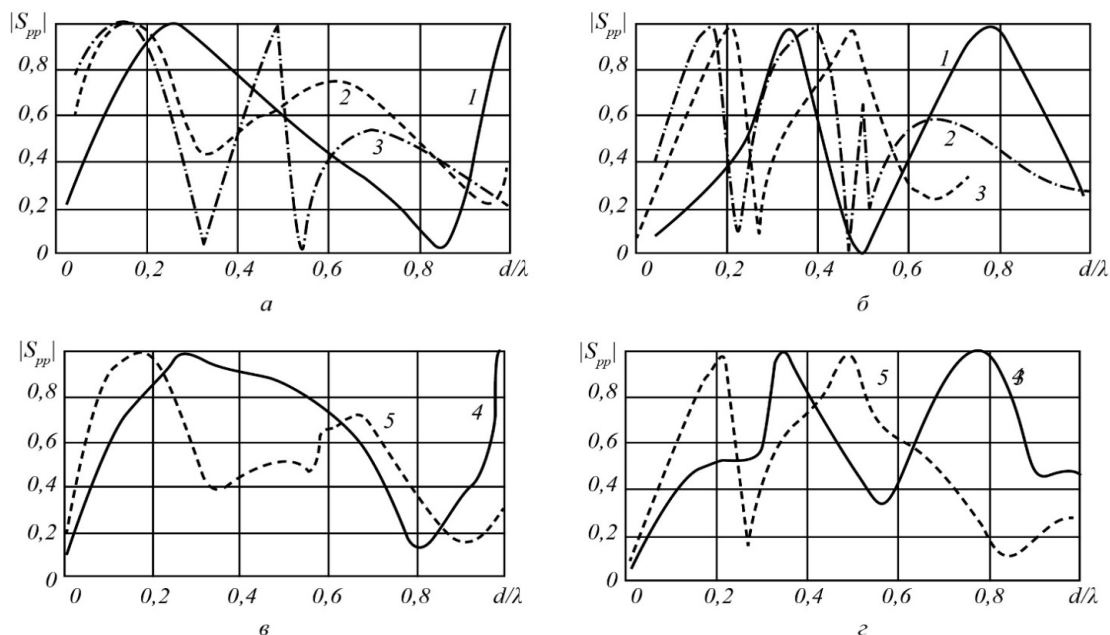


Рис. 9. ЧХ елементів ПМР металево-діелектричних решіток фрактальних вібраторів

падіння плоскої ЕМХ, яка збуджує ЧВП. На рис. 9, а зображені частотні залежності коефіцієнта відбиття ЧВП з фрактальних трикутних вібраторів $|S_{32}(d/\lambda)|$ на перпендикулярній поляризації, а на рис. 9, б – КВ $|S_{11}(d/\lambda)|$ на паралельній поляризації. Однорідний діелектричний шар має товщину $h = d/4$ і відносну діелектричну проникність ϵ_r . Частотні характеристики, зображені кривими 1, розраховані при $\epsilon_r = 1$. Графіки, позначені цифрами 2 і 3, розраховані для $\epsilon_r = 4$. При цьому криві 2 відповідають тому випадку, коли решітки фрактальних вібраторів поміщені на діелектричному шарі, що виконує роль підкладки, а криві 3 – коли решітки знаходяться всередині шару діелектрика, тобто мають як підкладку, так і укриття. Бачимо, що введення діелектричного шару привело до зміщення резонансних кривих в довгохвильову область, причому на паралельній поляризації це зміщення значніше, ніж на перпендикулярній. Так, у присутності діелектричного шару довжина хвилі, при якій спостерігається резонанс повного віддзеркалення на перпендикулярній поляризації, в середньому збільшилася на 75%. У той же час, на паралельній поляризації резонансні довжини хвиль λ_1 і λ_2 зросли приблизно на 60% у разі, коли решітки розташовані поза шаром діелектрика, і приблизно на 100%, коли решітки знаходяться в шарі. Як видно з графіків, зміщення ЧХ супроводжується їх стискуванням, що більшою мірою проявляється у тому випадку, коли решітка знаходиться усередині шару діелектрика. Мабуть це відбувається через зміщення межі ВДР у довгохвильову область.

Дійсно, при нормальному падінні на решітку, яка вміщена в діелектричний шар, хвилі вищих дифракційних порядків з'являються за умови $d = \lambda_{\epsilon_r}$, де λ_{ϵ_r} – довжина хвилі в шарі діелектрика. Помітимо, що в даному прикладі на межі ВДР діелектричний шар стає чвертьхвильовим. При такій товщині шару допустимо вважати, що $\lambda_{\epsilon_r} \approx \lambda \sqrt{\epsilon_r}$. Таким чином, у присутності одно-

рідного діелектричного шару відбувається стискування ВДР (у даному прикладі коефіцієнт стискування приблизно дорівнює 2). Отже, звужується діапазон робочих частот ЧВП, що в цілому може призвести до погіршення характеристик антенних систем, в яких застосовуються ЧВП [15].

Відзначеного недоліку позбавлена ЧВП у вигляді фрактальних решіток на неоднорідній діелектричній підкладці. Як приклад розглянемо структуру, в якій проникність діелектричних шарів лінійно міняється по товщині. Як і в попередньому прикладі, розглядається випадок нормального падіння ЧВП, що збуджується плоскою ЕМХ. На рис. 9, в показані частотні залежності КВ (коефіцієнта відбиття) вищеописаною фрактальною ЧВП $|S_{32}(d/\lambda)|$ на перпендикулярній поляризації, а на рис. 9, г – коефіцієнт відбиття ЧВП $|S_{11}(d/\lambda)|$ на паралельній поляризації. Товщина неоднорідного діелектричного шару $h = d/2$. Відносна діелектрична проникність ϵ_r по товщині шару лінійно змінюється від 1 до 4. Графіки ЧХ, позначені цифрою 4, відповідають випадку розташування фрактальної решітки на неоднорідному діелектричному шарі, що виконує роль підкладки (випадок 1); а криві 5 – випадку, коли решітка знаходиться всередині шару діелектрика, тобто має як підкладку, так і укриття (випадок 2). Бачимо, що в першому випадку введення неоднорідного діелектричного шару не привело до зміщення резонансних кривих і стисканню ЧХ. Ці ефекти спостерігаються тільки в другому випадку, але, на відміну від попереднього прикладу, коли фрактальні решітка розташовувалася всередині однорідного діелектричного шару, тепер їх прояв не такий значний. Так, у присутності неоднорідного діелектричного шару довжина хвилі, при якій спостерігається резонанс повного відбиття на перпендикулярній поляризації, збільшилася приблизно на 50% проти 75% у разі однорідного шару діелектрика. На паралельній поляризації резонансні довжини хвиль

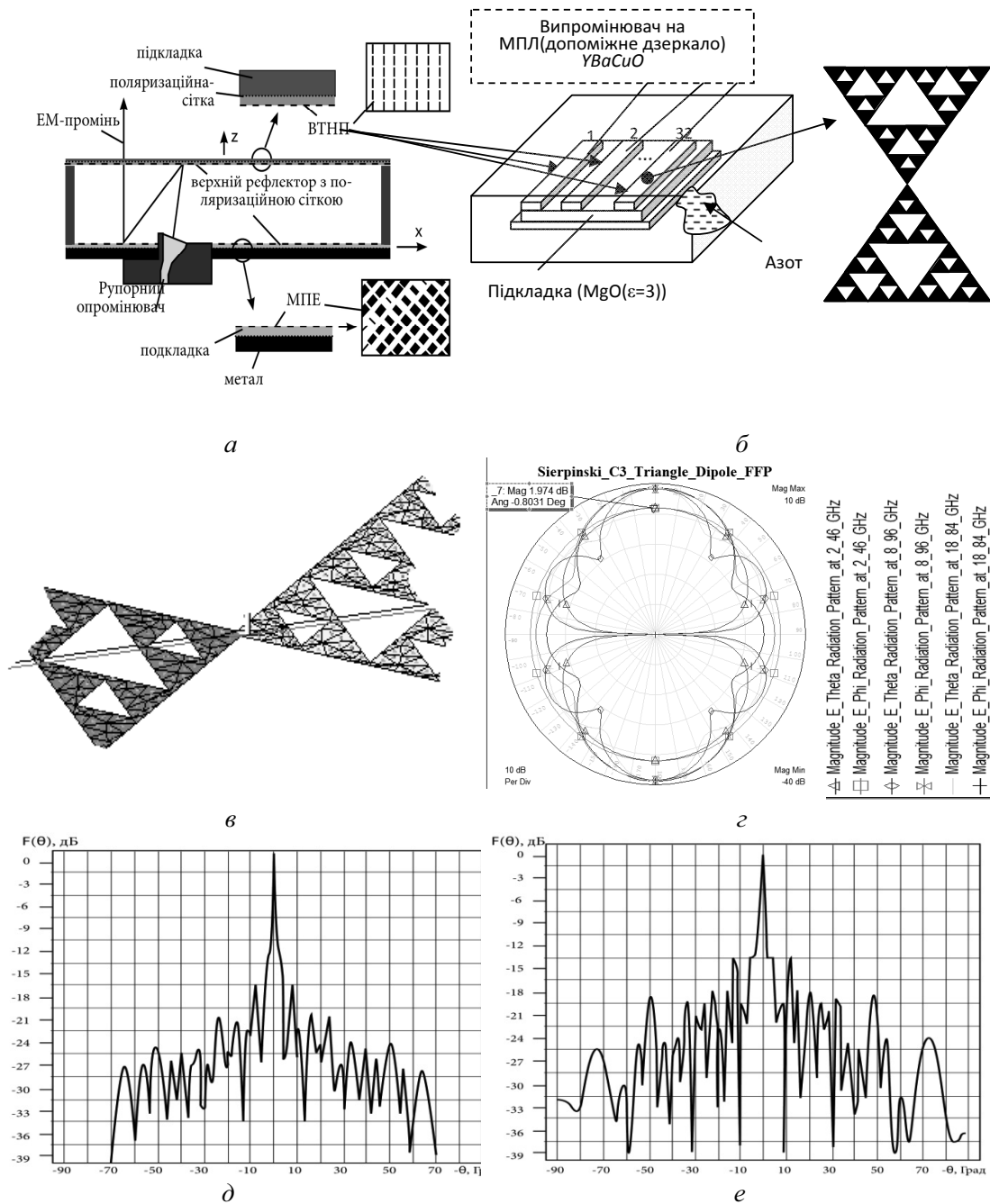


Рис. 10. Структура дводзеркальної антени з плоским фазокорегуючим твіст-рефлектором на основі мікросмугової відбиваючої надпровідної антенної решітки на основі друкованих елементів з «внутрішнім» живленням та результати моделювання:

a – структура ДДЗА; *б* – структура решітки допоміжного дзеркала; *в* – розподіл струмів на ВТСП вібраторі; *г* – діаграма спрямованості, площина xOz ; *д* – діаграма спрямованості, площина yOz

решітки в неоднорідному діелектричному шарі λ_1 і λ_2 зросли приблизно на 60% проти 100% у разі однорідного шару діелектрика. Слід зауважити, що при введенні діелектричного шару до складу ЧП відбувається незначне погіршення її пропускових властивостей у смузі прозорості решітки: максимальне значення КП у діапазоні довжин хвиль $\lambda_2 < \lambda < \lambda_1$ знижується у випадках 1 і 2 приблизно на 0,5 дБ і 0,2 дБ відповідно. Крім того, відбувається зміщення частоти максимальної прозорості ЧВП відносно частоти повного проходження ЕМХ крізь решітку.

Висновки. Структура надпровідної фрактальної дводзеркальної антени та результатів моделювання її діаграми спрямованості в програмі, а також струмів і діаграми спрямованості надпровідних мікросмугових елементів показана на рис. 10. Результати підтвердили вірогідність математичного опису, який запропоновано в статті електромагнітної моделі надпровідної дводзеркальної антени.

У результаті електромагнітного моделювання запропонована дводзеркальна захисна антена яка має такі особливості:

значно збільшено ККД антени надпровідної решітки – 60% (на МПЛ з мідних плівок ККД антени лише 5%) [18];

мала площа, яка зайнята випромінювачами дозволяє знизити радіолокаційну помітність такої ФАР (один ВТСП-вібратор займає площу 6×6 мм² при $F=2,46$ ГГц);

слабка кутова чутливість ЧХ фрактальних ВТСП випромінювачів дозволяє здійснювати неспотворене просторове сканування променем решітки;

вібраторна решітка, складена з фрактальних елементів 2-го покоління та 3-го покоління має властивість 2- та 3-частотного випромінювача відповідно;

за наявності діелектричного шару зменшений взаємний вплив вібраторів решітки;

швидкість спрацьовування (опір збільшується на 3–4 порядки) надпровідних елементів решітки при дії електромагнітного удару складає менше 1 пс [19].

Таким чином, запропоновану дзеркальну антену [19] можливо використовувати як захисну від електромагнітного ураження підключеного до неї приймального тракту радіотехнічної системи, тому що виявлені її амплітудні, частотні та поляризаційні обмежувальні властивості.

СПИСОК ПОСИЛАНЬ

- Chen W. C., Kong J. A. Analysis of a circular microstrip disk antenna with a thick dielectric substrate // IEEE Trans. 1981. Vol. AP-29, N 1. P. 68–76.
- Liu C. C., Shmoys J., Hessel A., Hafning J. D., Ustoff J. M. Plane wave reflection from microstrip-patch arrays. Theory and experiment // IEEE Trans, on AP. 1985. Vol. AP-33, N4. P. 426–435.
- Шестопапов В. П., Литвиненко Л. П., Масалов С. А., Сологуб В. Г. Дифракция волн на решетках. Харьков : Изд-во Харьковского ун-та, 1973. 278 с.
- Шестопапов В. П. Метод задачи Римана–Гильберта в теории дифракции и распространения электромагнитных волн. Харьков : Изд-во Харьковского ун-та, 1971. 400 с.
- Кравченко В. Ф., Лабунько О. С., Лерер А. М., Сивянский Г. П. Вычислительные методы в современной радиофизике / под ред. В. Ф. Кравченко. М. : Физматлит, 2009. 464 с.
- Филиппов В. С. Краевые волны в конечных антенных решетках // Изв. вузов. Радиоэлектроника. 1985. Т. 28, № 2. С. 61–72.
- Шестопапов В. П., Кириленко А. А., Масалов С. А., Сиренко Ю. К. Дифракционные решетки. К. : Наук. думка, 1986. 232 с. (Резонансное рассеяние волн. Т. 1).
- Васильев Е. И., Ильинский А. С., Свешников А. Р. Численные методы решения задач дифракции на локальных неоднородностях // Вычислительные методы и программирование. М. : МГУ, 1975. Вып. 24. С. 3–13.
- Петров Б. М. Электродинамика и распространение радиоволн. М. : Радио и связь, 2000.
- Амитей Н., Галиндо В., Ву Ч. Теория и анализ фазированных антенных решеток. М. : Мир, 1974. 456 с.
- Бриллюэн Л., Породи М. Распространение волн в периодических структурах : пер. с франц. / под ред. П. А. Разина. М. : Иностран. лит-ра, 1959.
- Тараненко З. И., Трохименко Я. К. Замедляющие системы. К., 1965.
- Bailey M. C., Deshpande M. D. Integral equation formulation of microstrip antennas // IEEE Transactions on Antennas and Propagation. 1982. V. AP-30, № 4. P. 651–656.
- Puente C., Romeu J., Pous R., Cardama A. On the behavior of the Sierpinski multiband antenna // IEEE Transactions on Antennas and Propagation. 1998. AP-46 (4). P. 517–524.
- Khaihin M., Yakovlev S., Kazarinov A., Karavaev D., Rybakov Yu. Instrumental characteristics of Multibeam Solar Radio Telescope // 3-d ESA Workshop on MM-wave Technology and Applications. Espoo, Finland, May 2003. P. 425–430.
- Касьянов А. О. Разработка многофункциональных антенных решёток систем управления воздушным, морским и наземным транспортом // Иллюстрированная брошюра по итогам подпрограммы 205 - “Транспорт” за 2001–2002 годы. М. : МАИ (ГТУ), 2003.
- Вендик О. Г., Парнес М. Д. Антенны с электрическим сканированием. Введение в теорию. СПб., 2001. 246 с.
18. Патент на винахід № 17325. МПК 5 H01Q 13/00-13/28 / Фик О. І. Заявл. № u 200603771 від 6.04.2006.

Рецензент О. П. Кондратенко, д-р техн. наук, проф.
(Національна академія Національної гвардії України)