

УДК 623.592(477)

О. М. ШИЙКО,*кандидат технічних наук, доцент
(Сумський національний аграрний університет,
м. Суми),***П. В. ПОЛЕНИЦЯ,** *кандидат технічних наук,
доцент,***С. В. СЕРГІЄВ,** *старший науковий співробітник
(Науково-дослідний центр ракетних військ і
артилерії, м. Суми)*

Розрахункове визначення деривації артилерійських снарядів

Наводиться система диференціальних рівнянь для розрахункового визначення деривації артилерійських снарядів, стабілізованих обертанням, яка складається з диференціальних рівнянь руху центра мас снаряда і диференціального рівняння зміни куткової швидкості обертання снаряда при русі по траєкторії в результаті аеродинамічного тертя.

Ключові слова: артилерійський снаряд, деривація, диференціальні рівняння, центр мас снаряда, кут динамічної рівноваги, нормальна складова сили опору, кутова швидкість обертання снаряда.

Приведена система дифференциальных уравнений для расчетного определения деривации артиллерийских снарядов, стабилизируемых вращением, которая состоит из дифференциальных уравнений движения центра масс снаряда и дифференциального уравнения изменения угловой скорости вращения снаряда при движении по траектории в результате аэродинамического трения.

Ключевые слова: артиллерийский снаряд, деривация, дифференциальные уравнения, центр масс снаряда, угол динамического равновесия, нормальная составляющая силы сопротивления, угловая скорость вращения снаряда.

Деривацією називається систематичне бокове відхилення снарядів, що обертаються, від площини їх кидання [1]. Це є особливістю траєкторій снарядів, стабілізованих обертанням. Відхилення пояснюється тим, що на криволінійній траєкторії прецесійний рух осі снаряда відбувається навколо так званої осі динамічної рівноваги, яка відхилена праворуч від дотичної до траєкторії центра мас снаряда при правій нарізці ствола гармати. При лівому обертанні снаряда вісь динамічної рівноваги буде відхилена ліворуч. Внаслідок цього відхилення виникає нормальна сила, що зносить центр мас снаряда від площини стрільби в бік обертання, тобто викликає деривацію. Явище деривації притаманно тільки артилерійським снарядам, що обертаються, під час їх руху в повітрі на криволінійній ділянці траєкторії [2].

На даний час відомо декілька способів визначення деривації артилерійських снарядів.

1. Метод зустрічних стрільб [3], який полягає в тому, що бокові відхилення центрів групування снарядів (деривацію) визначають шляхом проведення одночасних стрільб з двох однорідних у балістичному відношенні гармат, розташованих на однаковій висоті напроти одна одної на відстані, що перевищує дальність стрільби на 1–2 км. Недоліком даного методу є те, що він потребує значних фінансових і людських витрат і не може бути застосований при конструкторській розробці нових зразків озброєння.

2. Розрахункові способи визначення деривації снарядів [1, 2, 4], які полягають у тому, що деривація обчислюється шляхом використання інтегральних формул, отриманих шляхом аналітичного розв'язання диференціального рівняння бокового руху центра мас снаряда при його переміщенні по просторовій криволінійній траєкторії. Недоліком таких способів є їх недостатня точність, що пов'язано з припущеннями, які використовувалися при отриманні цих формул, а також те, що зазначені формули можна використовувати тільки для визначення повної деривації.

3. Розрахунковий спосіб визначення деривації снарядів, який полягає в тому, що деривація може бути обчислена шляхом спільного розв'язання системи диференціальних і алгебраїчних рівнянь руху центра мас снаряда по просторовій траєкторії [2]. Його недоліком є, по-перше, те, що система рівнянь не містить залежності, яка визначає поворот вектора швидкості центра мас снаряда стосовно напрямку площини кидання і, по-друге, що залежність для швидкості обертання снаряда не є диференціальною.

Актуальною науковою задачею є розробка способу визначення деривації артилерійських снарядів, що обертаються, шляхом чисельного розв'язання системи диференціальних рівнянь, яку слід застосовувати при конструкторській розробці нових зразків озброєння та при створенні таблиць стрільби. Поставлену задачу можливо вирішити за рахунок чисельного розв'язання системи диференціальних рівнянь руху центра мас снаряда по просторовій траєкторії, складених відносно координат центра мас снаряда, швидкості центра мас снаряда та кутів, що визначають положення вектора швидкості

центра мас снаряда, разом з диференціальним рівнянням зміни кутової швидкості обертання снаряда в результаті аеродинамічного тертя.

Суть розрахункового визначення деривації артилерійських снарядів, яке пропонується, полягає в тому, що системне відхилення снарядів, стабілізованих обертанням, від площини кидання (деривація) обчислюється шляхом розв'язання системи диференціальних рівнянь руху центра мас снаряда по просторовій траєкторії як таке, що виникає від дії нормальної неперіодичної складової сили опору повітря при наявності неперіодичної складової кута нутації осі снаряда при його обертанні. З метою підвищення точності знаходження значень деривації система диференціальних рівнянь включає рівняння відносно координат центра мас снаряда, швидкості центра мас снаряда та кутів, що визначають положення вектора швидкості центра мас снаряда разом з диференціальним рівнянням зміни кутової швидкості обертання снаряда в результаті аеродинамічного тертя.

Згідно з [2] між віссю снаряда та вектором швидкості його центра мас існує змінний в часі кут нутації δ , що має неперіодичну складову δ_p . Кут δ_p зветься кутом динамічної рівноваги. Він визначає положення осі снаряда по відношенню до вектора швидкості центра мас снаряда. У свою чергу, кут динамічної рівноваги δ_p можна представити двома складовими δ_{1p} та δ_{2p} . Кут δ_{1p} , що значно більший за кут δ_{2p} , лежить у площині, яка проходить через дотичну перпендикулярно вертикальній площині, в якій лежить дотична. Кут δ_{2p} лежить у вертикальній площині, що проходить через дотичну (рис. 1).

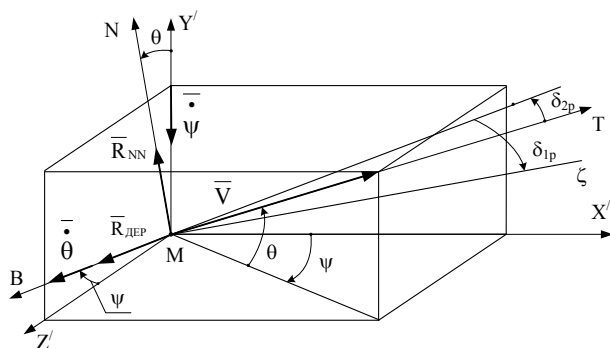


Рис. 1. Складові динамічного кута рівноваги δ_p та нормальної аеродинамічної сили

Нормальну аеродинамічну силу, як і кут динамічної рівноваги δ_p , можна розкласти на дві складові. Перша складова \bar{R}_{NN} , що обумовлена існуванням кута δ_{2p} , дещо впливає на дальність польоту. Друга складова \bar{R}_{DEP} , що визначається кутом δ_{1p} , призводить до повороту вектора швидкості центра мас снаряда від площини кидання та відповідного бокового відхилення снаряда (рис. 1).

Для запису диференціальних рівнянь руху центра мас снаряда використовуємо такі системи координатних осей (рис. 2):

нормальна земна система координат $OXYZ$, що має початок в точці вильоту;

пов'язана зі снарядом нормальна система координат $MX'YZ'$, що рухається поступально разом з центром мас паралельно системі координат $OXYZ$;

траєкторна система координат $MTNB$ з початком у центрі мас снаряда.

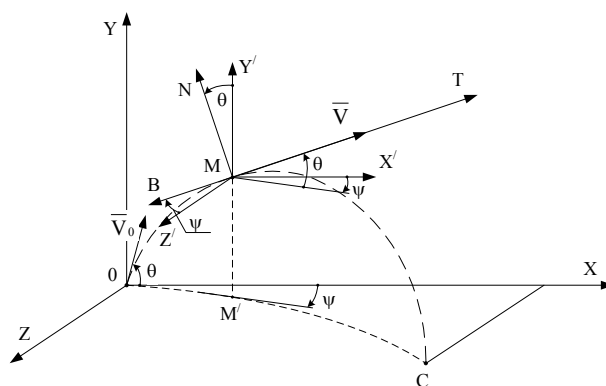


Рис. 2. Нормальна земна ($OXYZ$), нормальна пов'язана ($MX'YZ'$) і траєкторна ($MTNB$) системи координат

Вісь T системи $MTNB$ спрямована вздовж дотичної до траєкторії руху центра мас. Вісь N перпендикулярна до дотичної та лежить у вертикальній площині, що містить дотичну (зовнішня нормаль у вертикальній площині). Третя вісь B перпендикулярна вертикальній площині, в якій розташовані осі T і N і тому є горизонтальною віссю. Площина OXY – площина кидання.

Положення центра мас снаряда будемо визначати координатами X, Y, Z нормальної земної системи координат. Орієнтацію вектора швидкості центра мас по відношенню до нормальної земної системи координат визначимо двома кутами: θ – кут між вектором \bar{V} швидкості центра мас снаряда та проекцією \bar{V} на горизонтальну площину $MX'Z'$ (напрямок позитивного відліку кута, вказаний на рис. 1); ψ – кут між віссю MX' та проекцією \bar{V} на горизонтальну площину $MX'Z'$.

Диференціальні рівняння для визначення значення та напрямку вектора швидкості центра мас снаряда, що складені в проекціях на осі траєкторної системи координат, мають вигляд

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \Sigma F_T / m; \\ \dot{\Theta} &= \Sigma F_N / (mV); \\ \dot{\Psi} &= -\Sigma F_B / (mV \cos \Theta), \end{aligned} \tag{1}$$

де $\Sigma F_T; \Sigma F_N; \Sigma F_B$ – додатки проекцій сил, що діють на снаряд, на відповідні осі траєкторної системи координат.

Доповнюючи ці рівняння диференціальними залежностями для проекцій вектора швидкості центра мас на осі нормальної земної системи координат

$$\begin{aligned} \dot{y}_c &= V \sin \Theta; \\ \dot{x}_c &= V \cos \Theta \cos \Psi; \\ \dot{z}_c &= -V \cos \Theta \sin \Psi, \end{aligned} \tag{2}$$

де y_c, x_c, z_c – координати центра мас снаряда в нормальній земній системі координат, отримуємо систему з шести диференціальних рівнянь, придатну для розрахунків параметрів траєкторії центра мас снаряда при складанні розрахункових таблиць стрільби некерованих артилерійських снарядів.

Для того щоб отримувати шляхом чисельного інтегрування системи диференціальних рівнянь (1)–(2) значення деривації в точках траєкторії, при запису правих частин рівнянь (1) врахуємо наявність неперіодичної складової кута нутації δ_{1p} осі снаряда, що призводить до появи нормальної неперіодичної складової сили опору $\bar{R}_{ДЕР}$ (рис. 1). Нормальна бокова складова $\bar{R}_{ДЕР}$ сили опору повітря, що викликана наявністю кута δ_{1p} , лежить у площині кута δ_{1p} та спрямована вздовж бокової нормалі B . Ця сила викликає дериваційне відхилення снаряда. При цьому, використовуючи залежності, наведені в [2], можна записати

$$R_{ДЕР} = \frac{dl}{g} \cdot 10^3 H(Y) V^2 k_N \left(\frac{V}{a}\right) \delta_{1p}, \quad (3)$$

де
$$\delta_{1p} = \frac{\alpha}{\beta} \left| \dot{\theta} \right| \varphi(t), \quad \alpha = Br_0; \quad (4)$$

$$\beta = \frac{d^2 h}{g} \cdot 10^3 H(Y) V^2 k_M \left(\frac{V}{a}\right);$$

$$B = 0,55 \frac{qd^2}{4g}; \quad r_0 = \frac{2\pi V_0}{\eta d};$$

$$h = h_1 + 0,37h_2 - 0,16d; \quad \varphi(t) = \frac{r}{r_0} = e^\sigma,$$

де
$$\sigma = -0,0598 \frac{2}{q} \int_0^t V^{\frac{4}{5}} dt. \quad (5)$$

Тут $\varphi(t)$ враховує затухання кутової швидкості обертання снаряда; B – осьовий момент інерції снаряда; r – кутова швидкість обертання снаряда; r_0 – початкова кутова швидкість обертання снаряда;

q – вага снаряда; l – довжина снаряда; d – калібр снаряда; η – відносна довжина ходу нарізів ствола;

h – плече перекидаючого моменту; h_1 – відстань від центра тяжіння снаряда до головної частини; h_2 – довжина головної частини.

У наведених залежностях h , h_1 і h_2 пов'язані формулою Гобара, а величина σ визначається за теоретичною формулою Сльозкіна [2] та встановлює закон зміни з часом кутової швидкості снаряда в результаті аеродинамічного тертя. Як видно із залежності (4), ця швидкість разом зі швидкістю пониження дотичної до траєкторії $\dot{\theta}$ безпосередньо впливає на величину кута динамічної рівноваги i , таким чином, на величину деривації.

Додаючи до рівнянь (1) і (2) диференціальне рівняння для підінтегральної функції в формулі (5), отримуємо таку систему рівнянь:

$$\begin{aligned} \dot{Y}_C &= V \sin \theta; \\ \dot{X}_C &= V \cos \theta \cos \psi; \\ \dot{Z}_C &= V \cos \theta \sin \psi; \\ \dot{V} &= \sum F_T / m \quad (6) \\ \dot{\theta} &= \sum F_N / (mV); \\ \dot{\psi} &= - \frac{(\sum F_B)^*}{mV \cos \theta} - \frac{E_{ДЕР}}{V \cos \theta}; \\ \dot{S}(t) &= V^{\frac{4}{5}}, \end{aligned}$$

де $E_{ДЕР}$ – прискорення центра мас снаряда в напрямку дії сили $\bar{R}_{ДЕР}$, $(\sum F_B)^*$ – додатак проєкцій решти сил, крім сили $\bar{R}_{ДЕР}$, на вісь B траєкторної системи координат.

У рівняннях (6) прискорення центра мас снаряда від дії сили $\bar{R}_{ДЕР}$

$$E_{ДЕР} = C_N \varphi \left| \dot{\theta} \right| \frac{k_N(V_{r\tau})}{k_M(V_{r\tau})}, \quad C_N = \frac{\log}{dhq};$$

$$\varphi = e^\sigma; \quad \sigma = -0,0598 \frac{2}{q} S(t);$$

$$\frac{k_N(V_{r\tau})}{k_M(V_{r\tau})} = \left[\frac{k_N(V_{r\tau})}{k_M(V_{r\tau})} \right]_{4,5} \cdot \frac{4,5d}{l};$$

$\left(\frac{k_N}{k_M} \right)_{4,5}$ – табличні дані для снаряда відносного подовження 4,5; g – прискорення вільного падіння.

Чисельно розв'язуючи систему рівнянь (6), можна одночасно отримувати параметри просторової траєкторії артилерійських снарядів, включаючи деривацію

Висновки. Таким чином, за рахунок спільного чисельного розв'язання системи диференціальних рівнянь руху центра мас снаряда по просторовій траєкторії, складених відносно координат центра мас снаряда, швидкості центра мас снаряда та кутів, що визначають напрямок вектора швидкості центра мас снаряда, і рівняння зміни з часом кутової швидкості снаряда при аеродинамічному терті вдається розраховувати деривацію снаряда в довільній точці траєкторії одночасно з іншими параметрами траєкторії, яка під впливом деривації набуває просторової форми.

Технічний результат, який може бути отриманий при застосуванні даного способу, полягає в зменшенні деривації снарядів при створенні нових зразків озброєння за рахунок її обчислення при різних конструктивних параметрах снаряда та гармати, конструктивному забезпеченні необхідних доворотів гармати, розширенні можливості при складанні розрахункових таблиць стрільби.

СПИСОК ПОСИЛАНЬ

1. Дмитриевский А. А., Лысенко Л. Н. Внешняя баллистика : учебн. для студентов вузов. 4-е изд., перераб. и доп. М. : Машиностроение, 2005. 608 с.
2. Чернозубов А. Д., Кириченко В. Д., Разин И. И., Михайлов К. В. Внешняя баллистика. Ч. 2. М. : ВАИА им. Дзержинского, 1954. 483 с.
3. Равдин И. В. Внешняя баллистика : учеб. пособие. Л. : ЛКВВИА им. Можайского, 1956. 300 с.
4. Дмитриевский А. А., Лысенко Л. Н., Богодистов С. С. Внешняя баллистика : учебн. для студентов вузов. 3-е изд. перераб. и доп. М. : Машиностроение, 1991. 640 с.

Рецензент С. В. Лапицький, д-р техн. наук, проф.
(Центральний науково-дослідний інститут озброєння та військової техніки Збройних Сил України)