УДК 519.67:006.954.3 (477)
DOI: https://doi.org/1034169/2414-0651.2019.3(23).84-98

В. Є. СІРЕНКО, *кандидат економічних наук,*
https://orcid.org/0000-0002-0857-993X
Є. Я. ДЕМЧЕНКО, *здобувач, керівник науково-дослідного підрозділу,*
https://orcid.org/0000-0002-8743-993X
(Центральний науково-дослідний інститут озброєння та військової техніки Збройних Сил України, м. Київ)

Деякі особливості хронологічних обчислень

Викладена суть проблеми перерахування календарних дат в часові інтервали між ними і навпаки, що виникає у процесі комп'ютерного оброблення результатів наукових досліджень, в яких задіяний часовий фактор та використовуються машинні методи обчислювальної математики.

Формалізовані основні закономірності григоріанського календаря. Сформульовані й доведені чотири теореми щодо вибору потрібного варіанту хронологічних обчислень. Запропоновані алгоритми вирішення дев'яти основних та двох допоміжних хронологічних завдань.

Ключові слова: хронологічні обчислення; григоріанський календар; комп'ютерні засоби; програмні продукти; машинні методи обчислювальної математики.

Изложена суть проблемы пересчёта календарных дат во временные интервалы между ними и наоборот, которая возникает в процессе компьютерной обработки результатов научных исследований, в которых задействован временной фактор и используется машинный метод вычислительной математики.

Формализованы основные закономерности григорианского календаря. Сформулированы и доказаны четыре теоремы, касающиеся выбора необходимого варианта хронологических вычислений. Предложены алгоритмы решения девяти основных и двух вспомогательных хронологических заданий.

Ключевые слова: хронологические вычисления; григорианский календарь; компьютерные средства; программные продукты; машинные методы вычислительной математики.

При комп'ютерному вирішенні цілого ряду наукових завдань, в яких присутній фактор часу і застосовуються чисельні математичні методи [2 ,7] ми несподівано зіткнулись з суттєвою проблемою.

Навіть апробовані комп'ютерні засоби і відомі програмні продукти [6] починають в неприпустимій мірі викривляти хронологічну картину досліджуваних подій, якщо з'являється необхідність перерахування календарних дат в часові відрізки між ними і навпаки.

Дійсно, склалася така практика, що в офіційних документах (програми, контракти, договори, тощо), які формують вихідні дані для тих чи інших досліджень, як правило, використовуються календарні дати. У той же час алгоритми машинного оброблення результатів наукових експериментів і опрацювань, що побудовані на чисельних математичних методах [2, 7], оперують, в основному, часовими інтервалами між цими датами. Тобто постійно виникає потреба перетворення дат пізньої та ранньої подій у відповідний часовий період між ними і навпаки.

Скрупульозний аналіз комп'ютерних збоїв, які досить часто при цьому трапляються, привів до висновку, що їх причиною є недостатнє врахування у зазначених алгоритмах особливостей григоріанського літочислення [5, 8, 9].

До таких особливостей григоріанського календаря слід віднести однакову кількість місяців в календарному році, але різну кількість днів у високосних і невисокосних роках та різну кількість днів в різних місяцях [5, 8, 9].

Саме дані обставини зажадали додаткового вивчення існуючих закономірностей григоріанського літочислення та їх відповідної формалізації з метою удосконалення практики хронологічних обчислень.

Тут і далі використовуються наступні позначення основних хронологічних параметрів:

$D_1 D_2 . M_1 M_2 . G_1 G_2 G_3 G_4$ календарна дата, де:

D_1 – порядковий номер декади у місяці;

D_2 – порядковий номер дня у декаді;

$M_1 M_2$ – порядковий номер місяця у році;

G_1 – порядковий номер тисячоліття;

G_2 – порядковий номер століття у тисячолітті;

G_3 – порядковий номер десятиліття у столітті;

G_4 – порядковий номер року у десятилітті;

S – індекс ранньої події;

C – індекс пізньої події;

D – номер календарного дня у календарному місяці;

M – номер календарного місяця у календарному році;

G – номер календарного року;

ΔT_{G+M+D}^{C-S} – тривалість часового інтервалу між пізньою і ранньою подіями, що визначена в роках, місяцях та днях;

ΔT_{M+D}^{C-S} – тривалість часового інтервалу між пізньою і ранньою подіями, що визначена в місяцях та днях;

ΔT_{D}^{C-S} – тривалість часового інтервалу між пізньою і ранньою подіями, що визначена в днях;

T_G^M – тривалість окремого року в місяцях;

T_G^D – тривалість окремого року у днях;

T_M^D – тривалість окремого місяця у днях.

Мають місце наступні значення основних хронологічних параметрів та взаємозалежності між ними [5, 8, 9]:

$D_1 = 0,1,2,3,$ при цьому: (1)

якщо $D_1 = 0,$ то тоді $D_2 = 1,2,3,4,5,6,7,8,9;$ (2)

якщо $D_1 = 1,2,$ то тоді $D_2 = 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9;$ (3)

якщо $D_1 = 3,$ то тоді $D_2 = 0,1.$ (4)

Якщо $D_1 = 0,$ то тоді $D = D_2,$ де $D_2 = 1,2,3,4,5,6,7,8,9.$ (5)

Якщо $D_1 = 1,$ то тоді $D = 10 + D_2,$ де $D_2 = 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9.$ (6)

Якщо $D_1 = 2,$ то тоді$D = 20 + D_2,$ де $D_2 = 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9.$ (7)

Якщо $D_1 = 3,$ то тоді $D = 30 + D_2,$ де $D_2 = 0,1.$ (8)

Якщо $30 \le D \le 31,$ то тоді $D_1 = 3, D_2 = D - 30.$ (9)

Якщо $20 \le D < 30,$ то тоді $D_1 = 2, D_2 = D - 20.$ (10)

Якщо $10 \le D < 20,$ то тоді $D_1 = 1, D_2 = D - 10.$ (11)

Якщо $1 \le D < 10,$ то тоді $D_1 = 0, D_2 = D.$ (12)

$M_1 = 0,1,$ при цьому: (13)

якщо $M_1 = 0,$ то тоді $M_2 = 1,2,3,4,5,6,7,8,9;$ (14)

якщо $M_1 = 1,$ то тоді $M_2 = 0,1,2;$ (15)

Якщо $M_1 = 0,$ то тоді $M = M_2,$ де $M_2 = 1,2,3,4,5,6,7,8,9.$ (16)

Якщо $M_1 = 1,$ то тоді $M = 10 + M_2,$ де $M_2 = 0,1,2.$ (17)

Якщо $10 \le M \le 12,$ то тоді $M_1 = 1, M_2 = M - 10.$ (18)

Якщо $1 \le M < 10,$ то тоді $M_1 = 0, M_2 = M.$ (19)

Якщо обмежити досліджуваний період 2012-2032 роками, то тоді:

$G_1 = 2;$ (20)

$G_2 = 0;$ (21)

$G_3 = 1,2,3;$ (22)

$G_4 = 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9.$ (23)

Якщо $G_1 = 2, G_2 = 0,$ то тоді: (24)

при $G_3 = 1G = 2010 + G_4,$ де $G_4 = 2,3,4,5,6,7,8,9;$ (25)

при $G_3 = 2G = 2020 + G_4$ $G_3 = 2G = 2020 + G_4,$ де $G_4 = 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9;$ (26)

при $G_3 = 3G = 2030 + G_4,$ де $G_4 = 0,1,2.$ (27)

Якщо $2030 \le G \le 2032,$ то тоді: $G_1 = 2, G_2 = 0, G_3 = 3, G_4 = G - 2030.$ (28)

Якщо $2020 \le G < 2030,$ то тоді: $G_1 = 2, G_2 = 0, G_3 = 2, G_4 = G - 2020.$ (29)

Якщо $2012 \le G < 2020,$ то тоді: $G_1 = 2, G_2 = 0, G_3 = 1, G_4 = G - 2010$ (30)

Завжди:

$G^C \ge G^S;$ (31)

якщо $G^C = G^S,$ то тоді календарні дати ранньої та пізньої подій знаходяться у межах одного календарного року;

день дати ранньої події і день дати пізньої події входять в досліджуваний період;

$\Delta T_{G+M+D}^{C-S} \ge 0;$ (32)

$\Delta T_{M+D}^{C-S} \ge 0;$ (33)

$\Delta T_D^{C-S} \ge 0;$ (34)

$T_G^M = 12.$ (35)

Якщо $G/4 \in N,$ де N – множина натуральних чисел, тобто у досліджуваному періоді (2012-2032 роки) G = 2012, 2016, 2020, 2024, 2028, 2032, то тоді

$T_G^D = 366$ (так званий високосний рік). (36)

При цьому для $M_1 = 0$ та $M_2 = 2$ або $M = 2$ $T_M^D = 29.$ (37)

Якщо $G/4 \notin N,$ де N – множина натуральних чисел, тобто у досліджуваному періоді (2012-2032 роки) $G \neq$ 2012, 2016, 2020, 2024, 2028, 2032, то тоді

$T_G^D = 365$ (так званий невисокосний рік). (38)

При цьому для $M_1 = 0$ та $M_2 = 2$ або $M = 2$ $T_M^D = 28.$ (39)

Якщо $M_1 = 0,$ то тоді:

для $M_2 = 1,3,5,7,8 T_M^D = 31;$ (40)

для $M_2 = 4,6,9 T_M^D = 30.$ (41)

Якщо $M_1 = 1,$ то тоді:

для $M_2 = 0,2 T_M^D = 31;$ (42)

для $M_2 = 1 T_M^D = 30.$ (43)

Якщо M = 1, 3, 5, 7, 8, 10, 12, то тоді $T_M^D = 31;$ (44)

Якщо M = 4, 6, 9, 11, то тоді $T_M^D = 30.$ (45)

В межах даної роботи практичний сенс мають наступні хронологічні завдання:

розрахунок часового інтервалу між пізньою та ранньою подіями, коли відомі їх дати та ($D_1^C D_2^C . M_1^C M_2^C . G_1^C G_2^C G_3^C G_4^C$ та $D_1^S D_2^S . M_1^S M_2^S . G_1^S G_2^S G_3^S G_4^S$);

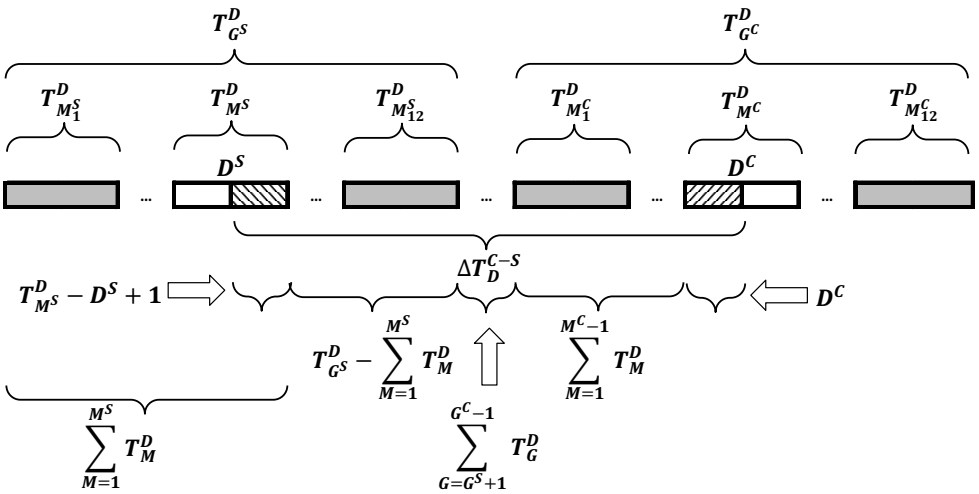

Рис. 1. Визначення тривалості часового інтервалу між пізньою і ранньою подіями в днях при $G^C > G^S$

розрахунок дати пізньої події $(D^C_1 D^C_2 . M^C_1 M^C_2 . G^C_1 G^C_2 G^C_3 G^C_4)$, коли відома дата ранньої події $(D^S_1 D^S_2 . M^S_1 M^S_2 . G^S_1 G^S_2 G^S_3 G^S_4)$, та часовий інтервал між ними;

розрахунок дати ранньої події $(D^S_1 D^S_2 . M^S_1 M^S_2 . G^S_1 G^S_2 G^S_3 G^S_4)$, коли відома дата пізньої події $(D^C_1 D^C_2 . M^C_1 M^C_2 . G^C_1 G^C_2 G^C_3 G^C_4)$ та часовий інтервал між ними.

При цьому часовий інтервал між пізньою та ранньою подіями може бути визначено або в днях (ΔT^{C-S}_D), або в місяцях і днях (ΔT^{C-S}_{M+D}), або в роках, місяцях і днях (ΔT^{C-S}_{G+M+D}). На підставі [1, 3, 4, 10] нижче наведені рішення зазначених хронологічних завдань.

Хронологічне завдання 1

Визначення тривалості часового інтервалу в днях (ΔT^{C-S}_D) між пізньою $D^C_1 D^C_2 . M^C_1 M^C_2 . G^C_1 G^C_2 G^C_3 G^C_4$ і ранньою $D^S_1 D^S_2 . M^S_1 M^S_2 . G^S_1 G^S_2 G^S_3 G^S_4$ подіями.

Трансформація календарних дат ранньої й пізньої подій $D^S_1 D^S_2 . M^S_1 M^S_2 . G^S_1 G^S_2 G^S_3 G^S_4$ та $D^C_1 D^C_2 . M^C_1 M^C_2 . G^C_1 G^C_2 G^C_3 G^C_4$ в їх відповідні номера календарних днів, місяців і років D^S, M^S, G^S та D^C, M^C, G^C здійснюється за допомогою системи рівнянь (5)-(8), (16)-(17) та (24)-(27).

Можливі два таких випадки.

Якщо $G^C > G^S$ (рис. 1), то тоді

$$\Delta T^{C-S}_D = D^C + (T^D_{M^S} - D^S + 1) + \sum_{M=1}^{M^C-1} T^D_M + (T^D_{G^S} - \sum_{M=1}^{M^S} T^D_M) + \sum_{G=G^S+1}^{G^C-1} T^D_G, \quad (46)$$

де:

значення T^D_M та $T^D_{M^S}$ визначаються системою рівнянь (37), (39), (44)-(45) в залежності від фактичних номерів календарних місяців M, M^S та M^C й приналежності G^S і G^C до високосних або невисокосних років;

значення T^D_G та $T^D_{G^S}$ визначаються системою рівнянь (36), (38) в залежності від приналежності G, G^S і G^C до високосних або невисокосних років.

Якщо $G^C = G^S$ (рис. 2), то тоді

$$\Delta T^{C-S}_D = D^C + T^D_{M^S} - D^S + 1 + \sum_{M=M^S+1}^{M^C-1} T^D_M. \quad (47)$$

Оскільки $\sum_{M=M^S+1}^{M^C-1} T^D_M = \sum_{M=1}^{M^C-1} T^D_M - \sum_{M=1}^{M^S} T^D_M$, то тоді (48)

$$\Delta T^{C-S}_D = D^C + T^D_{M^S} - D^S + 1 + \sum_{M=1}^{M^C-1} T^D_M - \sum_{M=1}^{M^S} T^D_M, \quad (49)$$

де значення T^D_M та $T^D_{M^S}$ визначаються системою рівнянь (37), (39), (44)-(45) в залежності від фактичних номерів календарних місяців M, M^S та M^C та приналежності G^S до високосних або невисокосних років.

Хронологічне завдання 2

Визначення тривалості часового інтервалу в місяцях та днях (ΔT^{C-S}_{M+D}) між пізньою $D^C_1 D^C_2 . M^C_1 M^C_2 . G^C_1 G^C_2 G^C_3 G^C_4$ і ранньою $D^S_1 D^S_2 . M^S_1 M^S_2 . G^S_1 G^S_2 G^S_3 G^S_4$ подіями.

Трансформація календарних дат ранньої й пізньої подій $D^S_1 D^S_2 . M^S_1 M^S_2 . G^S_1 G^S_2 G^S_3 G^S_4$ та $D^C_1 D^C_2 . M^C_1 M^C_2 . G^C_1 G^C_2 G^C_3 G^C_4$ в їх відповідні номери календарних днів, місяців і років D^S, M^S, G^S та D^C, M^C, G^C здійснюється за допомогою системи рівнянь (5)-(8), (16)-(17) та (24)-(27).

ΔT^{C-S}_{M+D} складається з певної кількості місяців M^{C-S}_{M+D} та днів D^{C-S}_{M+D}, де:

M^{C-S}_{M+D} - цілочисельна кількість місяців в досліджуваному періоді;

D^{C-S}_{M+D} - кількість днів в досліджуваному періоді крім днів, що увійшли у цілочисельну кількість місяців M^{C-S}_{M+D};

$M^{C-S}_{M+D} \geq 0$;

$D^{C-S}_{M+D} \geq 0$.

Якщо $M^{C-S}_{M+D} = 0$, то тоді хронологічне завдання 2 зводиться до хронологічного завдання 1.

Якщо $M^{C-S}_{M+D} > 0$, то тоді можливдва випадки.

Якщо $G^C > G^S$ (рис. 3), то тоді

$$M^{C-S}_{M+D} = (T^M_{G^S} - M^S) + (M^C - 1) + \sum_{G^S+1}^{G^C-1} T^M_G, \quad (50)$$

де значення T^M_G та $T^M_{G^S}$ визначаються рівнянням (35). Оскільки відповідно до рівняння (35) для будь-якого року $T^M_G = 12$, то тоді

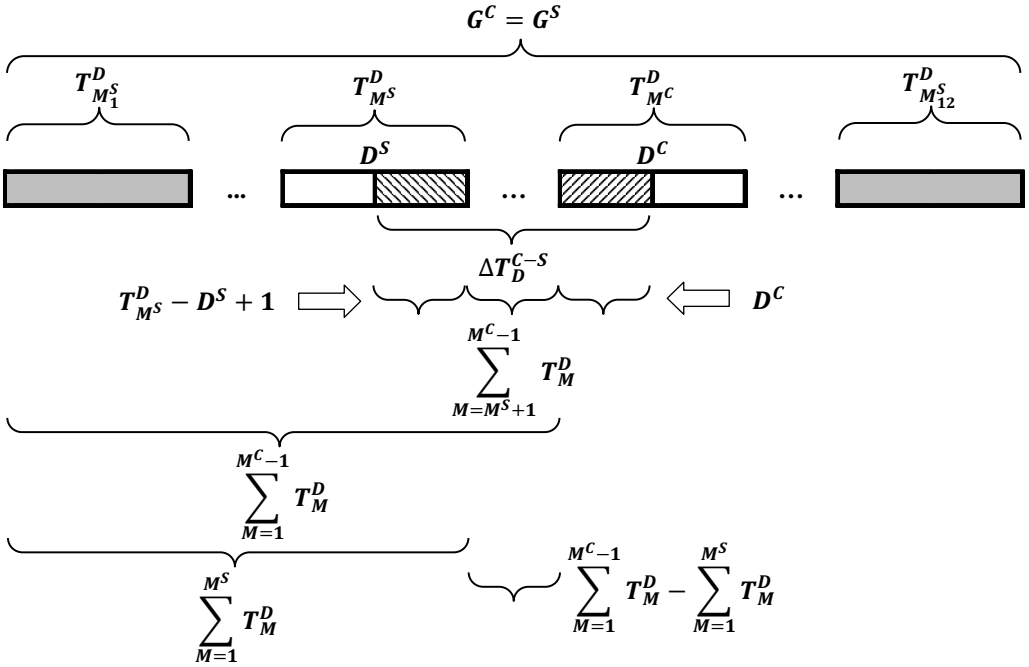

Рис. 2. Визначення тривалості часового інтервалу між пізньою і ранньою подіями в днях при $G^C = G^S$

$M_{M+D}^{C-S} = 12 - M^S + M^C - 1 + 12(G^C - G^S - 1)$, тобто (51)

$M_{M+D}^{C-S} = M^C - M^S - 1 + 12(G^C - G^S)$. (52)

$D_{M+D}^{C-S} = D^C + T_{M^S}^D - D^S + 1$, (53)

де значення $T_{M^S}^D$ визначається системою рівнянь (37), (39), (44)-(45) в залежності від фактичного номеру M^S та приналежності G^S до високосних або невисокосних років.

Якщо при цьому $D^C + T_{M^S}^D - D^S + 1 \geq T_{M^C}^D$, то тоді:

$$D_{M+D}^{C-S} = D^C + T_{M^S}^D - T_{M^C}^D - D^S + 1, \quad (54)$$

де значення $T_{M^C}^D$ та $T_{M^S}^D$ визначаються системою рівнянь (37), (39), (44)-(45) в залежності від фактичних номерів M^C та M^S і приналежності G^C та G^C до високосних або невисокосних років;

M_{M+D}^{C-S} приймає значення $M_{M+D}^{C-S} + 1$. (55)

Якщо у разі виконання рівняння (54) також, одночасно, присутні такі умови:

D^C є завершальним днем місяця M^C;

D^S є першим днем місяця M^S, тобто $D^S = 1$;

$T_{M^C}^D = T_{M^S}^D$,

то тоді вираз $M_{M+D}^{C-S} + 1$ (55) приймає вигляд:

$$M_{M+D}^{C-S} + 2 \quad (56),$$

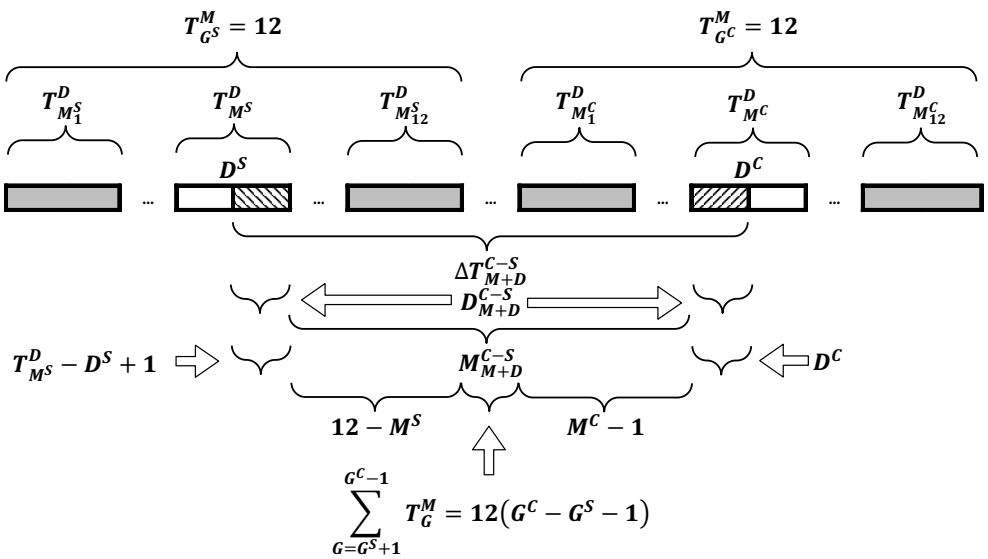

Рис. 3. Визначення тривалості часового інтервалу між пізньою і ранньою подіями в місяцях та днях при $G^C > G^S$

$$\text{a}D_{M+D}^{C-S} = 0. \quad (57)$$

Якщо $G^C = G^S$ (рис. 4), то тоді:

$$M_{M+D}^{C-S} = M^C - 1 - M^S, \text{ тобто } M_{M+D}^{C-S} = M^C - M^S - 1. \quad (58)$$
$$D_{M+D}^{C-S} = D^C + T_{M^S}^D - D^S + 1,$$

де значення $T_{M^S}^D$ визначається системою рівнянь (37), (39), (44)-(45) в залежності від фактичного номеру M^S та приналежності G^S до високосних або невисокосних років.

Якщо при цьому $D^C + T_{M^S}^D - D^S + 1 \geq T_{M^C}^D$, то тоді розрахунки проводяться згідно формул (54)-(57).

Якщо одночасно $G^C = G^S$ і $M^C = M^S$, то тоді:

$$M_{M+D}^{C-S} = 0; \quad (59)$$
$$D_{M+D}^{C-S} = D^C - D^S + 1. \quad (60)$$

Хронологічне завдання 3

Визначення тривалості часового інтервалу в роках, місяцях та днях (ΔT_{G+M+D}^{C-S}) між пізньою і ранньою подіями:

$D_1^C D_2^C . M_1^C M_2^C . G_1^C G_2^C G_3^C G_4^C$;

$D_1^S D_2^S . M_1^S M_2^S . G_1^S G_2^S G_3^S G_4^S$.

Трансформація календарних дат ранньої й пізньої подій $D_1^S D_2^S . M_1^S M_2^S . G_1^S G_2^S G_3^S G_4^S$ та $D_1^C D_2^C . M_1^C M_2^C . G_1^C G_2^C G_3^C G_4^C$ в їх відповідні номери календарних днів, місяців і років D^S, M^S, G^S та D^C, M^C, G^C здійснюється за допомогою системи рівнянь (5)-(8), (16)-(17) та (24)-(27).

ΔT_{G+M+D}^{C-S} складається з певної кількості років G_{G+M+D}^{C-S}, місяців M_{G+M+D}^{C-S} та днів D_{G+M+D}^{C-S}, де:

G_{G+M+D}^{C-S} – цілочисельна кількість років в досліджуваному періоді;

M_{G+M+D}^{C-S} – цілочисельна кількість місяців в досліджуваному періоді, крім місяців, що увійшли у цілочисельну кількість років G_{G+M+D}^{C-S};

D_{G+M+D}^{C-S} – кількість днів в досліджуваному періоді, крім днів, що увійшли у цілочисельну кількість років G_{G+M+D}^{C-S} та цілочисельну кількість місяців M_{G+M+D}^{C-S}; $G_{G+M+D}^{C-S} \geq 0$; $M_{G+M+D}^{C-S} \geq 0$ $D_{G+M+D}^{C-S} \geq 0$.

Якщо $G_{G+M+D}^{C-S} = 0$, то тоді хронологічне завдання 3 зводиться до хронологічного завдання 2.

Якщо одночасно $G_{G+M+D}^{C-S} = 0$ і $M_{G+M+D}^{C-S} = 0$, то тоді хронологічне завдання 3 зводиться до хронологічного завдання 1.

Якщо $G_{G+M+D}^{C-S} > 0$, то тоді $G^C > G^S$ (рис. 5). (61)

$$G_{G+M+D}^{C-S} = G^C - G^S - 1. \quad (62)$$

$$M_{G+M+D}^{C-S} = 12 - M^S + M^C - 1, \quad (63)$$

тобто $M_{G+M+D}^{C-S} = M^C - M^S + 11.$ (64)

Якщо при цьому $M^C - M^S + 11 \geq T_G^M = 12$, тобто $M^C - M^S \geq 1$, то тоді:

$$M_{G+M+D}^{C-S} = M^C - M^S + 11 - T_G^M, \quad (65)$$

тобто $M_{G+M+D}^{C-S} = M^C - M^S - 1;$ (66)

G_{G+M+D}^{C-S} приймає значення $G_{G+M+D}^{C-S} + 1;$ (67)

$$D_{G+M+D}^{C-S} = D^C + T_{M^S}^D - D^S + 1, \quad (68)$$

де значення $T_{M^S}^D$ визначається системою рівнянь (37), (39), (44)-(45) в залежності від фактичного номеру M^S та приналежності G^S до високосних або невисокосних років.

Якщо при цьому $D^C + T_{M^S}^D - D^S + 1 \geq T_{M^C}^D$, то тоді розрахунки проводяться згідно формул (54)-(57).

Хронологічне завдання 4

Розрахунок дати пізньої події $(D_1^C D_2^C . M_1^C M_2^C . G_1^C G_2^C G_3^C G_4^C)$, коли відома дата ранньої події $(D_1^S D_2^S . M_1^S M_2^S . G_1^S G_2^S G_3^S G_4^S)$ та часовий інтервал між ними, який визначено в днях (ΔT_D^{C-S}).

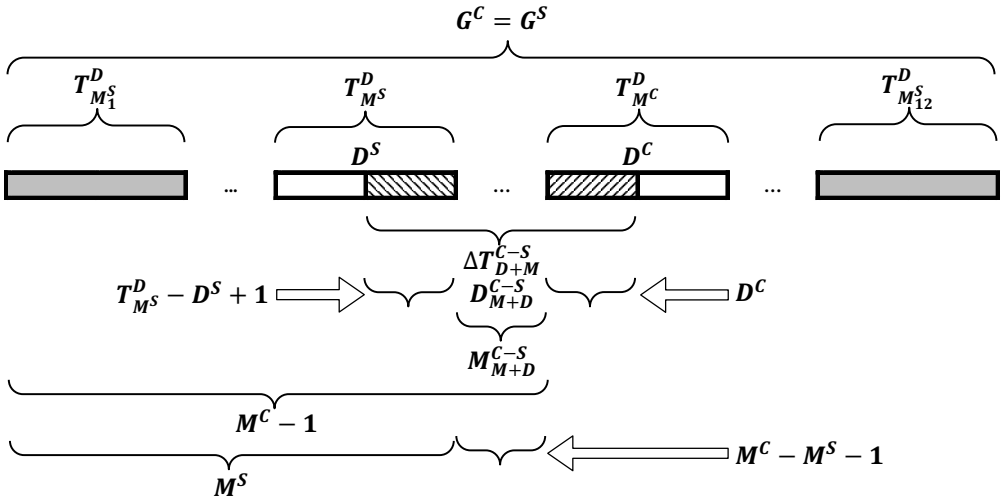

Рис. 4. Визначення тривалості часового інтервалу між пізньою і ранньою подіями в місяцях та днях при $G^C = G^S$

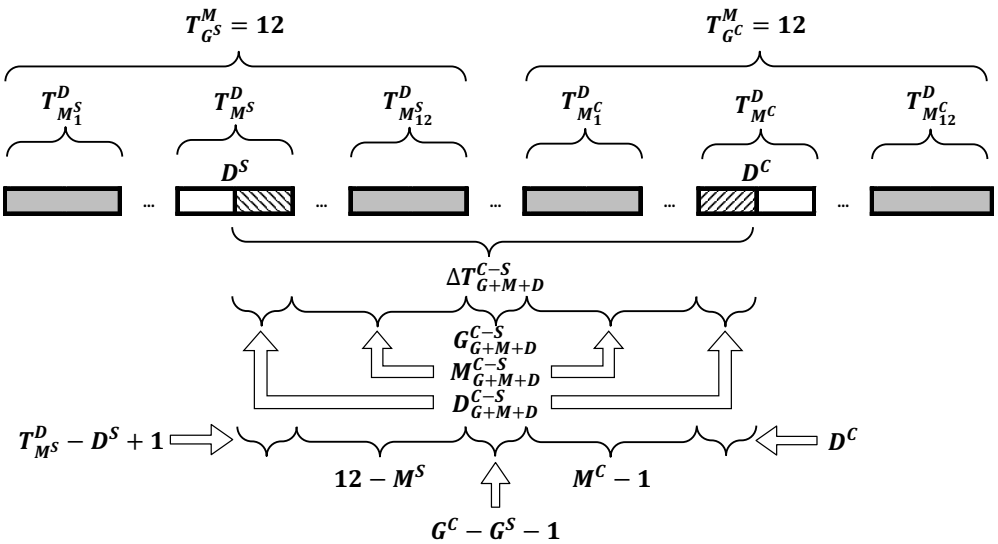

Рис. 5. Визначення тривалості часового інтервалу між пізньою і ранньою подіями в роках, місяцях та днях

Як свідчить вирішення хронологічних завдань 1-3, хронологічні закономірності між пізньою і ранньою подіями, у різних випадках визначаються неоднаковими математичними виразами, зміст яких залежить від співвідношення років зазначених подій:

або дані події малі місце протягом одного календарного року - рівняння (47)-(49), (58);

або вони відбулися у різні календарні роки - рівняння (46), (50)-(53), (61)-(63), (68).

І, якщо при вирішенні хронологічних завдань 1-3 це не створювало якихось ускладнень, бо дати ранньої й пізньої подій були наперед відомі, то при вирішенні завдань, коли задається дата тільки однієї події дана обставина має принципове значення.

Необхідність осмисленого вибору відповідного математичного апарату в таких випадках вимагає доказу деяких теорем.

Теорема 1

Якщо часовий інтервал між пізньою і ранньою подіями, розрахований в днях (ΔT_D), перевищує часовий відрізок від дати ранньої події й до кінця року, в якому вона має місце, то тоді рання і пізня подія відбудуться в різних роках.

І навпаки, якщо часовий інтервал між пізньою і ранньою подіями, розрахований в днях (ΔT_D), менше часового відрізку від дати ранньої події й до кінця року, в якому вона має місце, або дорівнює йому, то тоді рання і пізня подія відбудуться протягом одного календарного року.

Обов'язковою умовою знаходження пізньої події за межами року G^S є наступна нерівність (пунктирна лінія на рис. 6):

$$\sum_{M=1}^{M^S-1} T^D_M + D^S + \Delta T_D > T^D_{G^S}. \quad (68)$$

З урахуванням того, що

$$T^D_{G^S} - \sum_{M=1}^{M^S-1} T^D_M - D^S = T^D_{G^S} - \sum_{M=1}^{M^S} T^D_M + T^D_{M^S} - D^S + 1, \quad (69)$$

нерівність (68) можливо представити у наступному вигляді:

$$\Delta T_D > T^D_{G^S} - \sum_{M=1}^{M^S} T^D_M + T^D_{M^S} - D^S + 1 \text{ (рис. 7)}. \quad (70)$$

В той же час протилежна умова має наступний вигляд (безперервна лінія на рис. 6):

$$\sum_{M=1}^{M^S-1} T^D_M + D^S + \Delta T_D \le T^D_{G^S}, \quad (71)$$

тобто

$$\Delta T_D \le T^D_{G^S} - \sum_{M=1}^{M^S} T^D_M + T^D_{M^S} - D^S + 1 \text{ (рис. 7)}. \quad (72)$$

На рис. 7 пунктирною лінією позначена умова, коли рання і пізня події відбудуться в різних роках, безперервною лінією – коли обидві події відбудуться протягом одного календарного року.

Таким чином з урахуванням Теореми 1, якщо трансформувати календарну дату ранньої події $D^S_1 D^S_2 . M^S_1 M^S_2 . G^S_1 G^S_2 G^S_3 G^S_4$ у відповідні номери календарних днів, місяців і років D^S, M^S, G^S за допомогою системи рівнянь (5)-(8), (16)-(17) та (24)-(27) , маючи на увазі умову

$$\Delta T^{C-S}_D > \left(T^D_{M^S} - D^S + 1\right) + \left(T^D_{G^S} - \sum_{M=1}^{M^S} T^D_M\right), \text{тобто } G^C > G^S, \text{то тоді:}$$

$$\Delta T^{C-S}_D = D^C + \left(T^D_{M^S} - D^S + 1\right) + \sum_{M=1}^{M^C-1} T^D_M + \left(T^D_{G^S} - \sum_{M=1}^{M^S} T^D_M\right) + \sum_{G=G^S+1}^{G^C-1} T^D_G, \quad (73)$$

Перетворимо рівняння (73) в наступний вигляд:

$$\Delta T^{C-S}_D - \left(T^D_{M^S} - D^S + 1\right) - \left(T^D_{G^S} - \sum_{M=1}^{M^S} T^D_M\right) = D^C + \sum_{M=1}^{M^C-1} T^D_M + \sum_{G=G^S+1}^{G^C-1} T^D_G, \quad (74)$$

де:

значення T^D_M та $T^D_{M^S}$ визначаються системою рівнянь (37), (39), (44)-(45) в залежності від фактичних

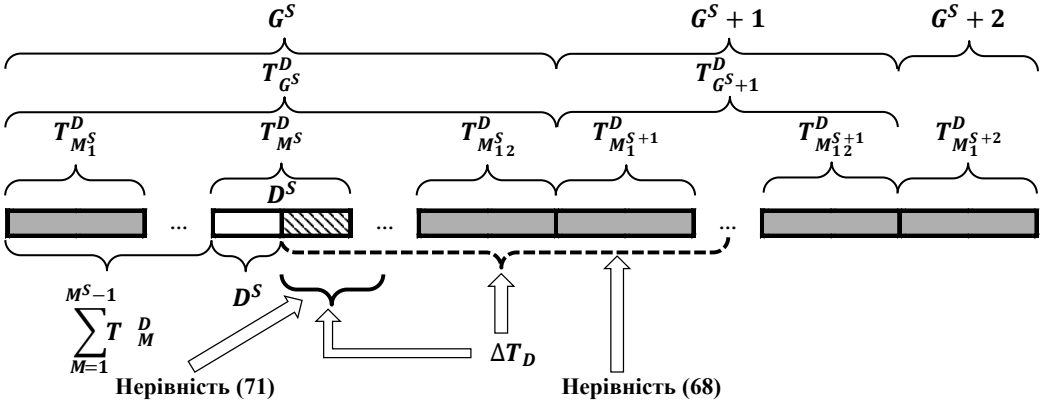

Рис. 6. Доказ Теореми 1

номерів M та M^S і приналежності G^S до високосних або невисокосних років;

значення $T^D_{G^S}$ визначається системою рівнянь (36), (38) в залежності від приналежності G^S до високосних або невисокосних років;

$$\sum_{G=G^S+1}^{G^C-1} T^D_G \to max.$$

З рівняння (74) з урахуванням того, що його ліва частина повністю визначена, розраховуються величина

$\sum_{G=G^S+1}^{G^C-1} T^D_G$ і значення G^C.

Це дозволяє перетворити рівняння (74) в наступний вигляд:

$$\Delta T_D^{C-S} - \left(T^D_{M^S} - D^S + 1\right) - \left(T^D_{G^S} - \sum_{M=1}^{M^S} T^D_M\right) - \sum_{G=G^S+1}^{G^C-1} T^D_G = D^C + \sum_{M=1}^{M^C-1} T^D_M, \quad (75)$$

де:

значення $T^D_G, T^D_{G^S}$ та $T^D_{G^S}$ визначаються системою рівнянь (36), (38) в залежності від приналежності G, G^S та G^C до високосних або невисокосних років;

$$\sum_{M=1}^{M^C-1} T^D_M \to max.$$

З рівняння (75) з урахуванням того, що його ліва частина також повністю визначена, розраховується величина

$\sum_{M=1}^{M^C-1} T^D_M$ і значення M^C.

В результаті:

$$D^C = \Delta T_D^{C-S} - \left(T^D_{M^S} - D^S + 1\right) - \left(T^D_{G^S} - \sum_{M=1}^{M^S} T^D_M\right) - \sum_{G=G^S+1}^{G^C-1} T^D_G - \sum_{M=1}^{M^C-1} T^D_M. \quad (76)$$

Для графічної ілюстрації вирішення цієї частини хронологічного завдання 4 можуть бути використані графічні побудови, що наведені на рис. 1.

З урахуванням Теореми 1

$$\text{якщо } \Delta T_D^{C-S} \le \left(T^D_{M^S} - D^S + 1\right) + \left(T^D_{G^S} - \sum_{M=1}^{M^S} T^D_M\right), \text{тобто } G^C = G^S,$$
$$\text{то тоді } \Delta T_D^{C-S} = D^C + \left(T^D_{M^S} - D^S + 1\right) + \sum_{M=1}^{M^C-1} T^D_M - \sum_{M=1}^{M^S} T^D_M. \quad (77)$$

Приведемо рівняння (77) до наступного вигляду:

$$\Delta T_D^{C-S} - \left(T^D_{M^S} - D^S + 1\right) + \sum_{M=1}^{M^S} T^D_M = D^C + \sum_{M=1}^{M^C-1} T^D_M, \quad (78)$$

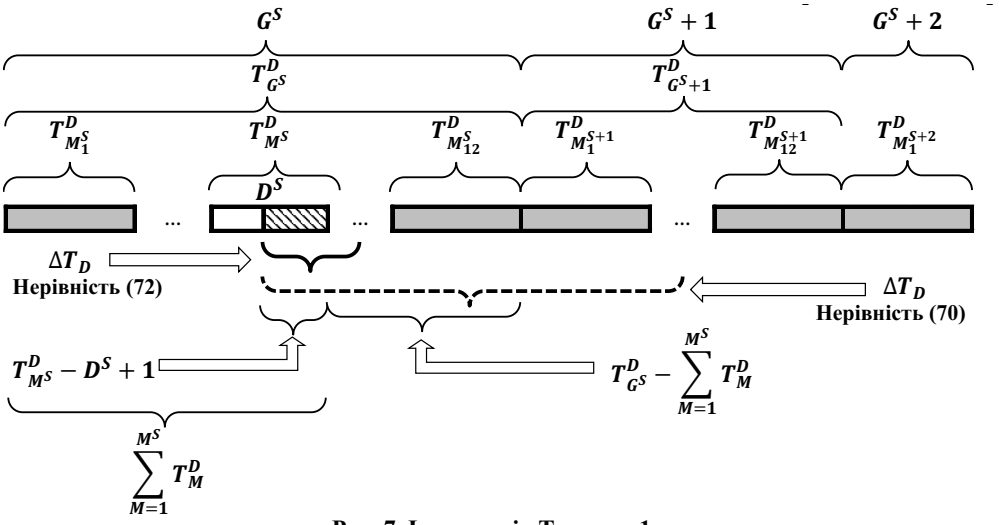

Рис. 7. Ілюстрація Теореми 1

де:

значення T_M^D та $T_{M^S}^D$ визначаються системою рівнянь (37), (39), (44)-(45) в залежності від фактичних номерів M та M^S і приналежності G^S до високосних або невисокосних років;

$$\sum_{M=1}^{M^C-1} T_M^D \to max.$$

З рівняння (78) з урахуванням того, що його ліва частина повністю визначена, розраховується величина

$$\sum_{M=1}^{M^C-1} T_M^D \text{ і значення } M^C.$$

$$\text{Тоді } D^C = \Delta T_D^{C-S} - \left(T_{M^S}^D - D^S + 1\right) + \sum_{M=1}^{M^S} T_M^D - \sum_{M=1}^{M^C-1} T_M^D. \quad (79)$$

Для графічної ілюстрації вирішення цієї частини хронологічного завдання 4 можуть бути використані графічні побудови, що наведені на рис. 2.

Трансформація розрахованих порядкових номерів дня, місяця та року пізньої події D^C, M^C, G^C у відповідну календарну дату $D_1^C D_2^C . M_1^C M_2^C . G_1^C G_2^C G_3^C G_4^C$ здійснюється за допомогою системи рівнянь та нерівностей (9)-(12), (18)-(19), (28)-(30).

Хронологічне завдання 5

Розрахунок дати пізньої події $\left(D_1^C D_2^C . M_1^C M_2^C . G_1^C G_2^C G_3^C G_4^C\right)$, коли відома дата ранньої події $(D_1^S D_2^S . M_1^S M_2^S . G_1^S G_2^S G_3^S G_4^S)$ та часовий інтервал між ними, який визначено в місяцях і днях (ΔT_{M+D}^{C-S}).

ΔT_{M+D}^{C-S} складається з певної кількості місяців M_{M+D}^{C-S} та днів D_{M+D}^{C-S}, де:

M_{M+D}^{C-S} – цілочисельна кількість місяців в досліджуваному періоді;

D_{M+D}^{C-S} – кількість днів в досліджуваному періоді крім днів, що увійшли у цілочисельну кількість місяців M_{M+D}^{C-S};

$M_{M+D}^{C-S} \geq 0$;

$D_{M+D}^{C-S} \geq 0$

Якщо $M_{M+D}^{C-S} = 0$, то тоді хронологічне завдання 2 зводиться до хронологічного завдання 1.

Якщо $M_{M+D}^{C-S} > 0$, то тоді можливі два випадки:

коли $G^C = G^S$;

коли $G^C \neq G^S$, тобто $G^C > G^S$.

Трансформація календарної дати ранньої події $D_1^S D_2^S . M_1^S M_2^S . G_1^S G_2^S G_3^S G_4^S$ у відповідні номери календарних днів, місяців і років D^S, M^S, G^S здійснюється за допомогою системи рівнянь (5)-(8), (16)-(17) та (24)-(27).

Теорема 1 зберігає своє значення для вирішення хронологічного завдання 5, якщо в нерівностях (68), (70)-(72), (рис. 6 і 7) замість ΔT_D використати вираз $D_{M+D}^{C-S} + MD_{M+D}^{C-S}$, де:

MD_{M+D}^{C-S} – часовий інтервал M_{M+D}^{C-S}, який перераховано у дні.

Тобто:

$$\text{якщо } D_{M+D}^{C-S} + MD_{M+D}^{C-S} > \left(T_{M^S}^D - D^S + 1\right) + \left(T_{G^S}^D - \sum_{M=1}^{M^S} T_M^D\right), \text{ то тоді } G^C > G^S;$$

$$\text{якщо } D_{M+D}^{C-S} + MD_{M+D}^{C-S} \leq \left(T_{M^S}^D - D^S + 1\right) + \left(T_{G^S}^D - \sum_{M=1}^{M^S} T_M^D\right), \text{ то тоді } G^C = G^S.$$

Але, для перерахування у даному випадку тривалості M_{M+D}^{C-S} з місяців в дні необхідно доказати наступну теорему та вирішити допоміжне завдання 1.

Теорема 2

Якщо часовий інтервал між пізньою і ранньою подіями, заданий в місяцях (ΔT_M), перевищує часовий відрізок від кінця місяця ранньої події й до кінця року, в якому вона має місце, то тоді рання і пізня подія відбудуться в різних роках.

І навпаки, якщо часовий інтервал між пізньою і ранньою подіями, заданий в місяцях (ΔT_M), менше часового відрізку від кінця місяця ранньої події й до кінця року, в якому вона має місце, або дорівнює йому, то тоді рання і пізня подія відбудуться протягом одного календарного року.

Обов'язковою умовою для знаходження пізньої події за межами року G^S є наступна нерівність (рис. 8):

$$M^S + \Delta T_M > T_G^M = 12, \text{тобто } \Delta T_M > 12 - M^S. \quad (80)$$

В той же час протилежна умова має наступний вигляд (рис. 8):

$$M^S + \Delta T_M \leq T_G^M = 12, \quad (82)$$

$$\text{тобто } \Delta T_M \leq 12 - M^S. \quad (83)$$

На рис. 8 пунктирною лінією позначена умова, коли рання і пізня події відбудуться в різних роках, безперервною лінією − коли обидві події відбудуться протягом одного календарного року.

Допоміжне завдання 1

З урахуванням Теореми 2,

якщо $M_{M+D}^{C-S} > 12 - M^S$, тобто $G^X > G^S$, то тоді (рис. 9):

$$M_{M+D}^{C-S} = 12 - M^S + 12(G^X - G^S - 1) + M^X = \\ = M^X - M^S + 12(G^X - G^S), \quad (84)$$

M^X, G^X – місяць і рік завершення часового інтервалу M_{M+D}^{C-S}, якщо він починався би з кінця місяця M^S року G^S.

Перетворимо рівняння (84) в наступний вигляд:

$$M_{M+D}^{C-S} + M^S = M^X + 12(G^X - G^S), \quad (85)$$

де $(G^X - G^S) \to max$.

З рівняння (85), з урахуванням того, що його ліва частина повністю визначена, розраховується величина $12(G^X - G^S)$ та значення G^X.

$$\text{Тоді } M^X = M_{M+D}^{C-S} + M^S - 12(G^X - G^S). \quad (86)$$

Визначення M^X та G^X дозволяє розрахувати величину MD_{M+D}^{C-S} (рис. 9):

$$MD_{M+D}^{C-S} = T_{G^S}^D - \sum_{M=1}^{M^S} T_M^D + \sum_{G^S+1}^{G^X-1} T_G^D + \sum_{M=1}^{M^X} T_M^D, \quad (87)$$

де:

значення T_M^D визначають системою рівнянь (37), (39), (44)-(45) в залежності від фактичних номерів місяців

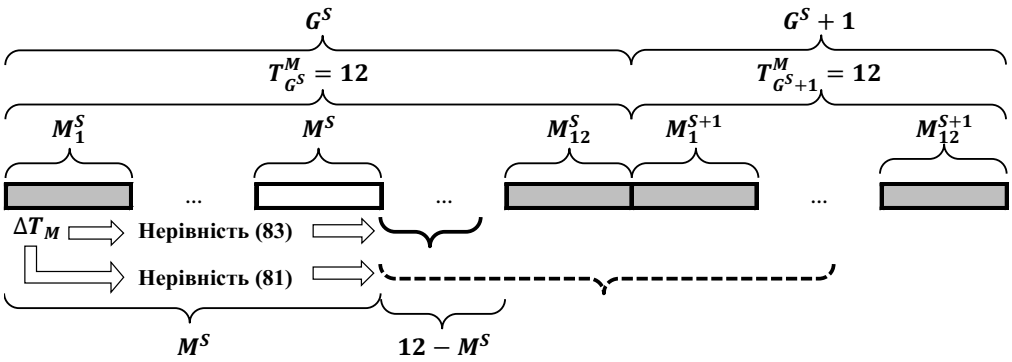

Рис. 8. Доказ Теореми 2

M, M^X та M^S і приналежності G^X та G^S до високосних або невисокосних років;

значення T^D_G та $T^D_{G^S}$ визначають системою рівнянь (36), (38) в залежності від приналежності G, G^S та G^X до високосних або невисокосних років.

З урахуванням теореми 2, якщо $M^{C-S}_{M+D} \le 12 - M^S$, тобто $G^X = G^S$, то тоді

$$M^X = M^S + M^{C-S}_{M+D}. \tag{88}$$

Знання G^S та визначення M^X дозволяє розрахувати величину MD^{C-S}_{M+D} (рис. 10):

$$MD^{C-S}_{M+D} = \sum_{M=1}^{M^X} T^D_M - \sum_{M=1}^{M^S} T^D_M, \tag{89}$$

де значення T^D_M визначаються системою рівнянь (37), (39), (44)-(45) в залежності від фактичних номерів місяців M, M^X та M^S і приналежності G^S до високосних або невисокосних років.

Подальше вирішення хронологічного завдання 5 зводиться до вирішення хронологічного завдання 4 з урахуванням Теореми 1, якщо в рівняннях (73)-(79) замість ΔT^{C-S}_D використати вираз $D^{C-S}_{M+D} + MD^{C-S}_{M+D}$.

Визначені порядкові номери дня, місяця та року пізньої події D^C, M^C, G^C трансформуються у відповідну календарну дату $D^C_1 D^C_2 . M^C_1 M^C_2 . G^C_1 G^C_2 G^C_3 G^C_4$ за допомогою системи рівнянь та нерівностей (9)-(12), (18)-(19), (28)-(30).

Хронологічне завдання 6

Розрахунок дати пізньої події $(D^C_1 D^C_2 . M^C_1 M^C_2 . G^C_1 G^C_2 G^C_3 G^C_4)$, коли відома дата ранньої події $(D^S_1 D^S_2 . M^S_1 M^S_2 . G^S_1 G^S_2 G^S_3 G^S_4)$ та часовий інтервал між ними, який визначено в роках, місяцях і днях (ΔT^{C-S}_{G+M+D}).

ΔT^{C-S}_{G+M+D} складається з певної кількості років G^{C-S}_{G+M+D}, місяців M^{C-S}_{G+M+D} та днів D^{C-S}_{G+M+D}, де:

G^{C-S}_{G+M+D} – цілочисельна кількість років в досліджуваному періоді;

M^{C-S}_{G+M+D} – цілочисельна кількість місяців в досліджуваному періоді, крім місяців, що увійшли у цілочисельну кількість років G^{C-S}_{G+M+D};

D^{C-S}_{G+M+D} – кількість днів в досліджуваному періоді, крім днів, що увійшли у цілочисельну кількість років G^{C-S}_{G+M+D} та цілочисельну кількість місяців M^{C-S}_{G+M+D};

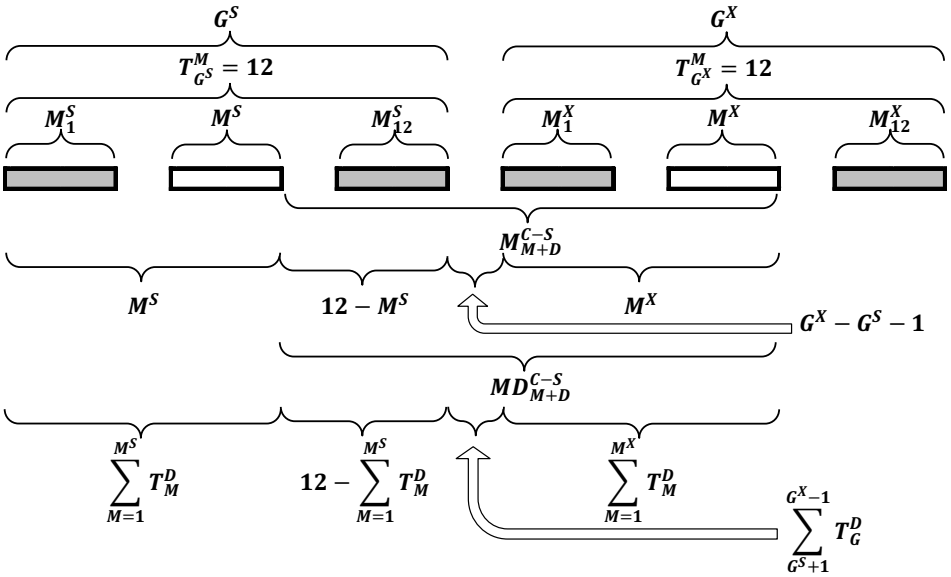

Рис. 9. Перерахування часового інтервалу, визначеного в місяцях, в дні, якщо пізня та рання події відбулися у різні роки

$G^{C-S}_{G+M+D} \geq 0$;
$M^{C-S}_{G+M+D} \geq 0$;
$D^{C-S}_{G+M+D} \geq 0$

Якщо $G^{C-S}_{G+M+D} = 0$, то тоді хронологічне завдання 6 зводиться до хронологічного завдання 5.

Якщо одночасно $G^{C-S}_{G+M+D} = 0$ і $M^{C-S}_{G+M+D} = 0$, то тоді хронологічне завдання 6 зводиться до хронологічного завдання 4.

Якщо $G^{C-S}_{G+M+D} > 0$, то тоді $G^C > G^S$.

Теореми 1 і 2 не потрібні для вирішення хронологічного завдання 6, бо наперед відомо, що $G^C > G^S$.

З урахуванням рівняння (35) очевидно, що величина G^{C-S}_{G+M+D}, яка перерахована в місяці, буде складати $12G^{C-S}_{G+M+D}$.

Тоді, якщо в рівняннях (85)-(87) використати замість M^{C-S}_{M+D} вираз $M^{C-S}_{G+M+D} + 12G^{C-S}_{G+M+D}$, а замість MD^{C-S}_{M+D} вираз $MD^{C-S}_{G+M+D} + GD^{C-S}_{G+M+D}$, то можливо перерахувати часовий інтервал, який складається з G^{C-S}_{G+M+D} років і M^{C-S}_{G+M+D} місяців, в дні, де:

$MD^{C-S}_{G+M+D} + GD^{C-S}_{G+M+D}$ – часовий інтервал, що був заданий в роках G^{C-S}_{G+M+D} і місяцях M^{C-S}_{G+M+D}, але вже перерахований в дні.

Подальше вирішення хронологічного завдання 6 зводиться до вирішення хронологічного завдання 4, якщо в рівняннях (73)-(76) замість ΔT^{C-S}_D використати вираз $D^{C-S}_{G+M+D} + MD^{C-S}_{G+M+D} + GD^{C-S}_{G+M+D}$.

Визначені порядкові номери дня, місяця та року пізньої події D^C, M^C, G^C трансформуються у відповідну календарну дату $D^C_1 D^C_2 . M^C_1 M^C_2 . G^C_1 G^C_2 G^C_3 G^C_4$ за допомогою системи рівнянь та нерівностей (9)-(12), (18)-(19), (28)-(30).

Хронологічне завдання 7

Розрахунок дати ранньої події $(D^S_1 D^S_2 . M^S_1 M^S_2 . G^S_1 G^S_2 G^S_3 G^S_4)$, коли відома дата пізньої події $(D^C_1 D^C_2 . M^C_1 M^C_2 . G^C_1 G^C_2 G^C_3 G^C_4)$ та часовий інтервал між ними, який визначено в днях (ΔT^{C-S}_D).

Теорема 3

Якщо часовий інтервал між пізньою і ранньою подіями, розрахований в днях (ΔT_D), перевищує часовий відрізок між датою пізньої події й початком року, в якому вона має місце, то тоді рання і пізня подія відбудуться в різних роках.

І навпаки, якщо часовий інтервал між пізньою і ранньою подіями, розрахований в днях (ΔT_D), менше часового відрізку між датою пізньої події й початком року, в якому вона має місце, або дорівнює йому, то тоді рання і пізня подія відбудуться протягом одного календарного року.

Обов'язковою умовою для знаходження ранньої події за межами року G^C є наступна нерівність (рис. 11):

$$\Delta T_D > D^C + \sum_{M=1}^{M^C-1} T^D_M. \quad (90)$$

В той же час протилежна умова має наступний вигляд (рис. 2, 3, 11):

$$\Delta T_D \leq D^C + \sum_{M=1}^{M^C-1} T^D_M. \quad (91)$$

На рис. 11 пунктирною лінією позначена умова, коли рання і пізня події відбудуться в різних роках, безперервною лінією − коли обидві події відбудуться протягом одного календарного року.

Таким чином, з урахуванням Теореми 3, якщо трансформувати календарну дату пізньої події $D^C_1 D^C_2 . M^C_1 M^C_2 . G^C_1 G^C_2 G^C_3 G^C_4$ у відповідні номери календарних днів, місяців і років D^C, M^C, G^C за

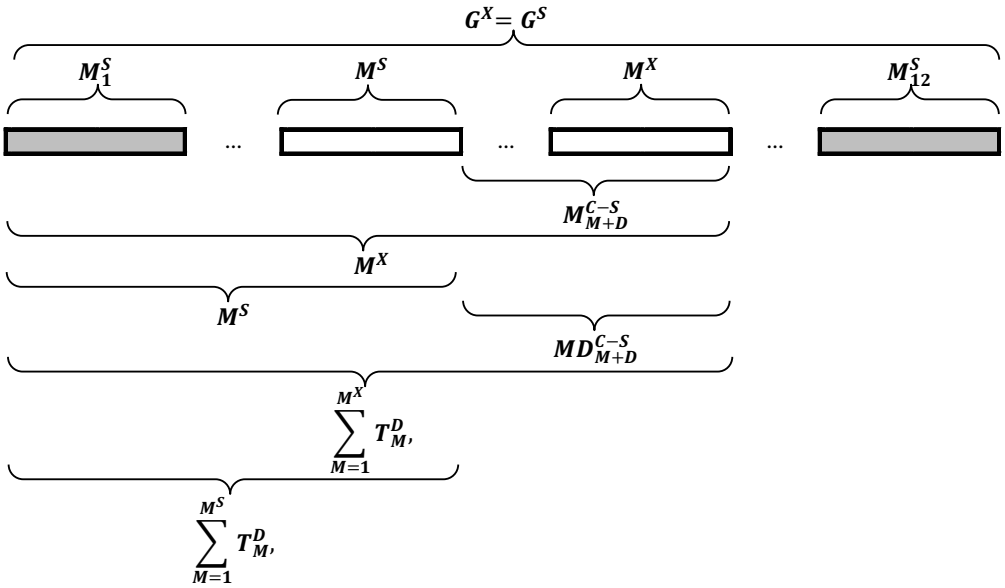

Рис.10. Перерахування часового інтервалу, визначеного в місяцях, в дні, якщо пізня та рання події відбулися протягом одного року

допомогою системи рівнянь (5)-(8), (16)-(17) та (24)-(27), маючи на увазі умову

$\Delta T_D^{C-S} > D^C + \sum_{M=1}^{M^C-1} T_M^D$, тобто $G^C > G^S$, то тоді:

$$\Delta T_D^{C-S} = D^C + (T_{M^S}^D - D^S + 1) + \sum_{M=1}^{M^C-1} T_M^D + \\ + (T_{G^S}^D - \sum_{M=1}^{M^S} T_M^D) + \sum_{G=G^S+1}^{G^C-1} T_G^D, \quad (92)$$

Перетворимо рівняння (92) в наступний вигляд:

$$\Delta T_D^{C-S} - D^C - \sum_{M=1}^{M^C-1} T_M^D - 1 = \left(T_{M^S}^D - D^S\right) + \\ (T_{G^S}^D - \sum_{M=1}^{M^S} T_M^D) + \sum_{G=G^S+1}^{G^C-1} T_G^D, \quad (93)$$

де:

значення T_M^D визначаються системою рівнянь (37), (39), (44)-(45) в залежності від фактичних номерів M та M^C і приналежності G^C до високосних або невисокосних років;

$$\sum_{G=G^S+1}^{G^C-1} T_G^D \to max.$$

З рівняння (93) з урахуванням того, що його ліва частина повністю визначена, розраховуються величина $\sum_{G=G^S+1}^{G^C-1} T_G^D$ і значення G^S.

Це дозволяє перетворити рівняння (93) в наступний вигляд:

$$T_{G^S}^D + \sum_{G=G^S+1}^{G^C-1} T_G^D + \sum_{M=1}^{M^C-1} T_M^D + D^C + 1 - \Delta T_D^{C-S} = D^S - T_{M^S}^D + \sum_{M=1}^{M^S} T_M^D, \quad (94)$$

де:

значення T_M^D визначаються системою рівнянь (37), (39), (44)-(45) в залежності від фактичних номерів M та M^C і приналежності G^C до високосних або невисокосних років;

значення T_G^D та $T_{G^S}^D$ визначаються системою рівнянь (36), (38) в залежності від приналежності G, G^S та G^C до високосних або невисокосних років;

$$\sum_{M=1}^{M^S} T_M^D \to max.$$

З рівняння (94) з урахуванням того, що його ліва частина також повністю визначена, розраховується величина $\sum_{M=1}^{M^S} T_M^D$ і значенням M^S.

В результаті:

$$D^S = D^C + 1 + T_{M^S}^D + \sum_{M=1}^{M^C-1} T_M^D + T_{G^S}^D - \sum_{M=1}^{M^S} T_M^D + \sum_{G=G^S+1}^{G^C-1} T_G^D - \Delta T_D^{C-S}. \quad (95)$$

Для графічної ілюстрації вирішення цієї частини хронологічного завдання 7 можуть бути використані графічні побудови, що наведені на рис. 1.

З урахуванням Теореми 3, якщо $\Delta T_D^{C-S} \le D^C + \sum_{M=1}^{M^C-1} T_M^D$, тобто $G^C = G^S$, то тоді

$$\Delta T_D^{C-S} = D^C + \left(T_{M^S}^D - D^S + 1\right) + \sum_{M=1}^{M^C-1} T_M^D - \sum_{M=1}^{M^S} T_M^D. \quad (96)$$

Перетворимо рівняння (96) в наступний вигляд:

$$D^C + \sum_{M=1}^{M^C-1} T_M^D + 1 - \Delta T_D^{C-S} = D^S - T_{M^S}^D + \sum_{M=1}^{M^S} T_M^D, \quad (97)$$

де:

значення T_M^D визначають системою рівнянь (37), (39), (44)-(45) в залежності від фактичних номерів місяців

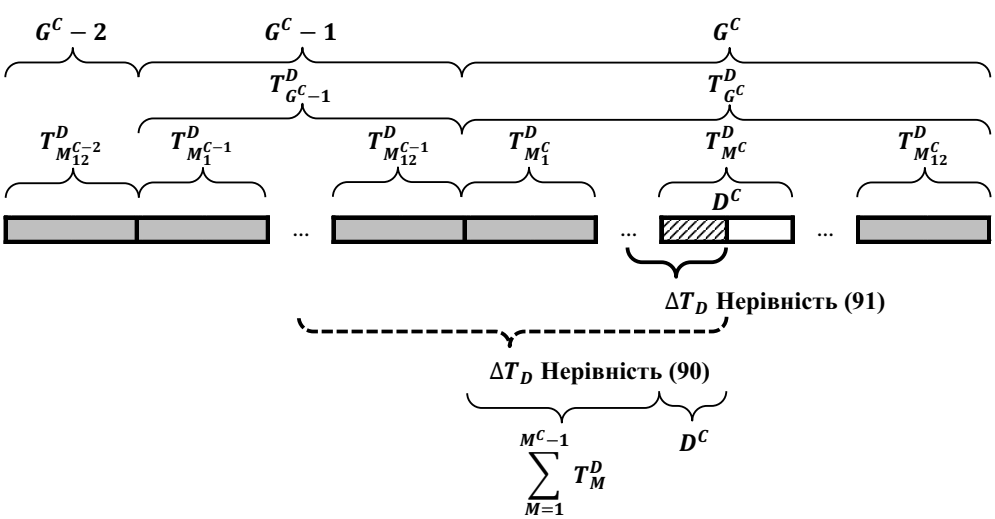

Рис. 11. Доказ Теореми 3

MтаM^C і приналежності G^C до високосних або невисокосних років;

$$\sum_{M=1}^{M^S} T_M^D \to max.$$

З рівняння (97) з урахуванням того, що його ліва частина повністю визначена, розраховується величина $\sum_{M=1}^{M^S} T_M^D$ і значення M^S.

Тоді $D^S = D^C + 1 + T_{M^S}^D + \sum_{M=1}^{M^C-1} T_M^D - \sum_{M=1}^{M^S} T_M^D - \Delta T_D^{C-S}$. (98)

Для графічної ілюстрації вирішення цієї частини хронологічного завдання 7 можуть бути використані графічні побудови, що наведені на рис. 2.

Трансформація розрахованих порядкових номерів дня, місяця та року ранньої події D^S, M^S, G^S у відповідну календарну дату $D_1^S D_2^S . M_1^S M_2^S . G_1^S G_2^S G_3^S G_4^S$ здійснюється за допомогою системи рівнянь та нерівностей (9)-(12), (18)-(19), (28)-(30).

Хронологічне завдання 8

Розрахунок дати ранньої події $(D_1^S D_2^S . M_1^S M_2^S . G_1^S G_2^S G_3^S G_4^S)$, коли відома дата пізньої події $(D_1^C D_2^C . M_1^C M_2^C . G_1^C G_2^C G_3^C G_4^C)$ та часовий інтервал між ними, який визначено в місяцях та днях (ΔT_{M+D}^{C-S}).

ΔT_{M+D}^{C-S} складається з певної кількості місяців M_{M+D}^{C-S} та днів D_{M+D}^{C-S}, де:

M_{M+D}^{C-S} – цілочисельна кількість місяців в досліджуваному періоді;

D_{M+D}^{C-S} – кількість днів в досліджуваному періоді, крім днів, що увійшли у цілочисельну кількість місяців M_{M+D}^{C-S};

$M_{M+D}^{C-S} \geq 0$;

$D_{M+D}^{C-S} \geq 0$.

Якщо $M_{M+D}^{C-S} = 0$, то тоді хронологічне завдання 8 зводиться до хронологічного завдання 7.

Якщо $M_{M+D}^{C-S} > 0$, то тоді можливі два випадки:

коли $G^C = G^S$;

коли $G^C \neq G^S$, тобто $G^C > G^S$.

Трансформація календарної дати пізньої події $D_1^C D_2^C . M_1^C M_2^C . G_1^C G_2^C G_3^C G_4^C$ у відповідні номери календарних днів, місяців і років D^C, M^C, G^C здійснюється за допомогою системи рівнянь (5)-(8), (16)-(17) та (24)-(27).

Теорема 3 зберігає своє значення для вирішення хронологічного завдання 8, якщо в нерівностях (90)-(91), (рис. 11) замість ΔT_D використати вираз $D_{M+D}^{C-S} + MD_{M+D}^{C-S}$, де:

MD_{M+D}^{C-S} – часовий інтервал M_{M+D}^{C-S}, який перераховано у дні.

Тобто:

якщо $D_{M+D}^{C-S} + MD_{M+D}^{C-S} > D^C + \sum_{M=1}^{M^C-1} T_M^D$, то тоді $G^C > G^S$;

якщо $D_{M+D}^{C-S} + MD_{M+D}^{C-S} \leq D^C + \sum_{M=1}^{M^C-1} T_M^D$, то тоді $G^C = G^S$.

Але, для перерахування у даному випадку тривалості M_{M+D}^{C-S} з місяців в дні необхідно доказати наступну теорему та вирішити допоміжне завдання 2.

Теорема 4

Якщо часовий інтервал між пізньою і ранньою подіями, заданий в місяцях (ΔT_M), перевищує часовий відрізок між початком місяця пізньої події й початком року, в якому вона має місце, то тоді рання і пізня подія відбудуться в різних роках.

І навпаки, якщо часовий інтервал між пізньою і ранньою подіями, заданий в місяцях (ΔT_M), менше часового відрізку між початком місяця пізньої події й початком року, в якому вона має місце, або дорівнює йому, то тоді рання і пізня подія відбудуться протягом одного календарного року.

Обов'язковою умовою для відбуття ранньої події за межами року G^C є наступна нерівність (рис. 12):

$$\Delta T_M > M^C - 1. \quad (99)$$

В то же час протилежна умова має наступний вигляд (рис. 12):

$$\Delta T_M \leq M^C - 1. \quad (100)$$

На рис. 12 пунктирною лінією позначена умова, коли рання і пізня події відбудуться в різних роках, безперервною лінією – коли обидві події відбудуться протягом одного календарного року.

Допоміжне завдання 2

З урахуванням Теореми 4:

якщо$M_{M+D}^{C-S} > M^C - 1$, тобто$G^X < G^C$, то тоді(рис. 13)

$$M_{M+D}^{C-S} = 12 - M^X + 1 + 12(G^C - G^X - 1) + M^C - 1, \quad (101)$$

тобто$M_{M+D}^{C-S} = M^C - M^X + 12(G^C - G^X)$, (102)

Перетворимо рівняння (102) в наступний вигляд:

$$M_{M+D}^{C-S} - M^C = 12(G^C - G^X) - M^X, \quad (103)$$

де $(G^C - G^X) \to max$.

З рівняння (103), з урахуванням того, що його ліва частина повністю визначена, розраховується величина $12(G^C - G^X)$ та значення G^X.

Тоді $M^X = M^C - M_{M+D}^{C-S} + 12(G^C - G^X)$. (104)

Визначення M^XтаG^X дозволяє розрахувати величину MD_{M+D}^{C-S} (рис. 13):

$$MD_{M+D}^{C-S} = T_{G^X}^D - \sum_{M=1}^{M^X-1} T_M^D + \sum_{G^X+1}^{G^C-1} T_G^D + \sum_{M=1}^{M^C-1} T_M^D \quad (105)$$

де:

значення T_M^D визначають системою рівнянь (37), (39), (44)-(45) в залежності від фактичних номерів місяців M, M^X та M^S і приналежності G^X та G^S до високосних або невисокосних років;

значення T_G^D та $T_{G^S}^D$ визначають системою рівнянь (36), (38) в залежності від приналежності G, G^S та G^X до високосних або невисокосних років.

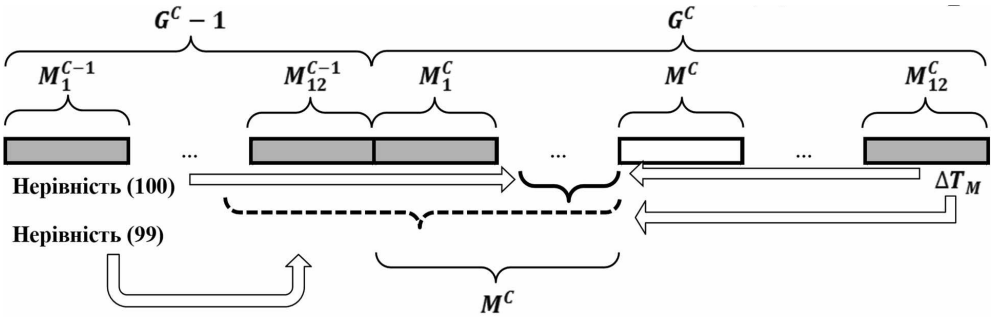

Рис. 12. Доказ Теореми 4

З урахуванням Теореми 4 якщо $M^C - 1 \geq M_{M+D}^{C-S}$, тобто $G^X = G^C$, то тоді (рис. 14):

$$M_{M+D}^{C-S} = M^C - 1 - (M^X - 1) = M^C - M^X \quad (106)$$

$$M^X = M^C - M_{M+D}^{C-S}. \quad (107)$$

Знання G^C та визначення M^X дозволяє розрахувати величину MD_{M+D}^{C-S} (рис. 14):

$$MD_{M+D}^{C-S} = \sum_{M=1}^{M^C-1} T_M^D - \sum_{M=1}^{M^X-1} T_M^D \quad (108)$$

Подальше вирішення хронологічного завдання 8 зводиться до вирішення хронологічного завдання 7 з урахуванням Теореми 3, якщо в рівняннях (92)-(98) замість ΔT_D^{C-S} використати вираз $D_{M+D}^{C-S} + MD_{M+D}^{C-S}$.

Трансформація розрахованих порядкових номерів дня, місяця та року ранньої події D^S, M^S, G^S у відповідну календарну дату $D_1^S D_2^S . M_1^S M_2^S . G_1^S G_2^S G_3^S G_4^S$ здійснюється за допомогою системи рівнянь та нерівностей (9)-(12), (18)-(19), (28)-(30).

Хронологічне завдання 9

Розрахунок дати ранньої події $(D_1^S D_2^S . M_1^S M_2^S . G_1^S G_2^S G_3^S G_4^S)$, коли відома дата пізньої події $(D_1^C D_2^C . M_1^C M_2^C . G_1^C G_2^C G_3^C G_4^C)$ та часовий інтервал між ними, який визначено в роках, місяцях та днях (ΔT_{G+M+D}^{C-S}).

ΔT_{G+M+D}^{C-S} складається з певної кількості років G_{G+M+D}^{C-S}, місяців M_{G+M+D}^{C-S} та днів D_{G+M+D}^{C-S}

де:

G_{G+M+D}^{C-S} – цілочисельна кількість років в досліджуваному періоді;

M_{G+M+D}^{C-S} – цілочисельна кількість місяців в досліджуваному періоді, крім місяців, що увійшли у цілочисельну кількість років G_{G+M+D}^{C-S};

D_{G+M+D}^{C-S} – кількість днів в досліджуваному періоді, крім днів, що увійшли у цілочисельну кількість років G_{G+M+D}^{C-S} та цілочисельну кількість місяців M_{G+M+D}^{C-S};

$G_{G+M+D}^{C-S} \geq 0$;

$M_{G+M+D}^{C-S} \geq 0$;

$D_{G+M+D}^{C-S} \geq 0$.

Якщо $G_{G+M+D}^{C-S} = 0$, то тоді хронологічне завдання 9 зводиться до хронологічного завдання 8.

Якщо одночасно $G_{G+M+D}^{C-S} = 0$ і $M_{G+M+D}^{C-S} = 0$, то тоді хронологічне завдання 9 зводиться до хронологічного завдання 7.

Якщо $G_{G+M+D}^{C-S} > 0$, то тоді $G^C > G^S$.

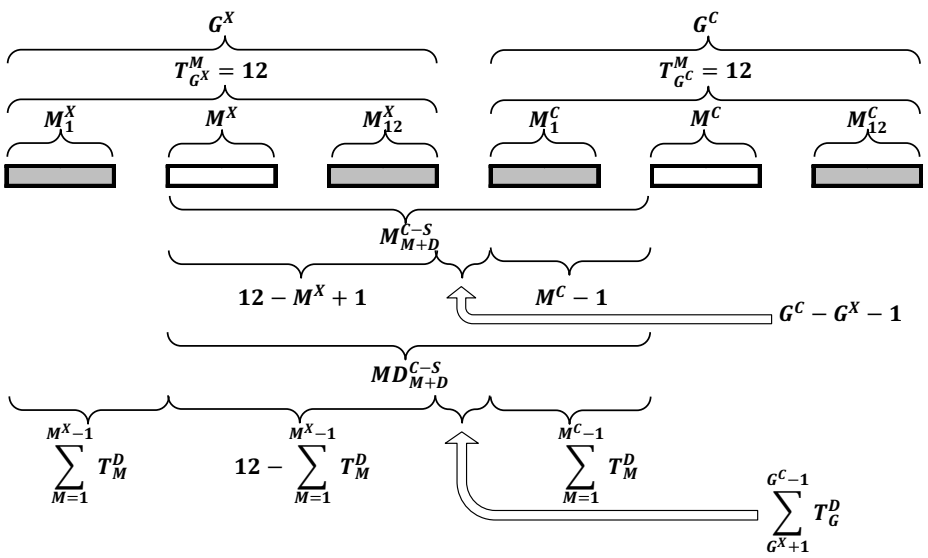

Рис. 13. Перерахування часового інтервалу, визначеного в місяцях, в дні, якщо пізня та рання події відбулися у різні роки

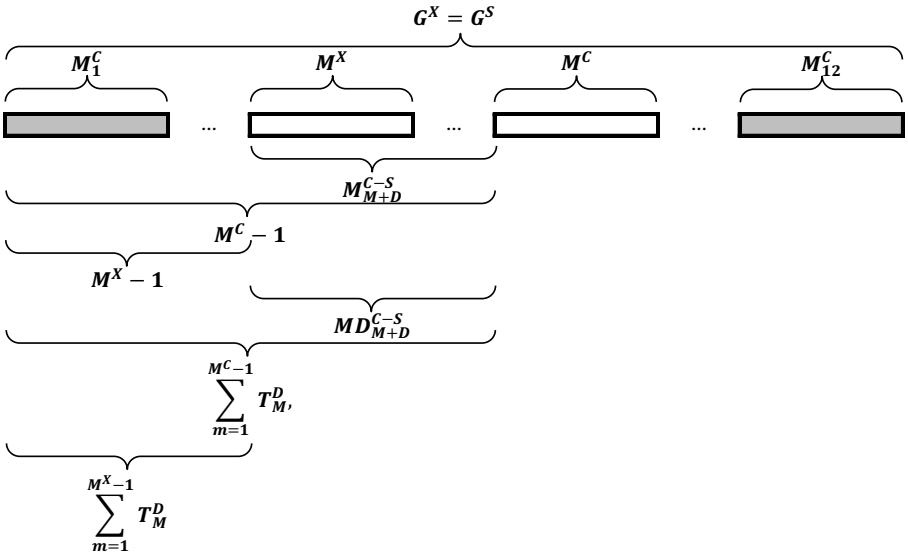

Рис. 14. Перерахування часового інтервалу, визначеного в місяцях, в дні, якщо пізня та рання події відбулися протягом одного року

Теореми 3 і 4 не потрібні для вирішення хронологічного завдання 9, бо наперед відомо, що $G^C > G^S$.

З урахуванням рівняння (35) очевидно, що величина G_{G+M+D}^{C-S}, яка перерахована в місяці, буде складати $12G_{G+M+D}^{C-S}$.

Тоді, якщо в рівняннях (101)-(105) використати замість M_{M+D}^{C-S} вираз $M_{G+M+D}^{C-S} + 12G_{G+M+D}^{C-S}$, а замість MD_{M+D}^{C-S} вираз $MD_{G+M+D}^{C-S} + GD_{G+M+D}^{C-S}$, то можливо перерахувати часовий інтервал, який складається з G_{G+M+D}^{C-S} років і M_{G+M+D}^{C-S} місяців, в дні, де:

$MD_{G+M+D}^{C-S} + GD_{G+M+D}^{C-S}$ – часовий інтервал, що був заданий в роках G_{G+M+D}^{C-S} і місяцях M_{G+M+D}^{C-S}, але вже перерахований в дні.

Подальше вирішення хронологічного завдання 9 зводиться до вирішення хронологічного завдання 7, якщо в рівняннях (92)-(95) замість ΔT_D^{C-S} використати вираз $D_{G+M+D}^{C-S} + MD_{G+M+D}^{C-S} + GD_{G+M+D}^{C-S}$.

Трансформація розрахованих порядкових номерів дня, місяця та року ранньої події D^S, M^S, G^S у відповідну календарну дату $D_1^S D_2^S . M_1^S M_2^S . G_1^S G_2^S G_3^S G_4^S$ здійснюється за допомогою системи рівнянь та нерівностей (9)-(12), (18)-(19), (28)-(30).

Таким чином, обираючи один із запропонованих алгоритмів хронологічних завдань 1-9, можна без особливих складнощів перераховувати календарні дати пізньої та ранньої подій в часові інтервали між ними і навпаки.

СПИСОК ПОСИЛАНЬ

1. Бугров Я. С., Никольский С. М. Высшая математика в 3 т. М. : Дрофа, 2004. Т. 1. 288 с., Т. 2. 512 с., Т. 3. 512 с.
2. Демидович Б. П., Марон И. А. Основы вычислительной математики. Изд. 6-е, стер. М. : Лань, 2007. 664 с.
3. Дубовик В. П., Юрик І. І. Вища математика. 4-те вид. Київ: Ігнатекс-Україна, 2013. 648 с.
4. Ильин В. А., Садовничий В. А., Сендов Б. Х. Мат. анализ в 2 ч.; под ред. А.Н. Тихонова. МГУ им. М. В. Ломоносова. 3-е изд., перераб. и доп. М. : Проспект: Велби, 2006. Ч. 1. 660 с., Ч. 2. 353 с.
5. Климишин И. А. Календарь и хронология. 2-е изд., перераб. и доп. М. : Наука : Гл. ред. физ.-мат. лит., 1985. 320 с.
6. Кудрявцев Е. М. Mathcard 11: полное руководство по русской версии. М. : ДМК Пресс, 2005. 592 с.
7. Марчук Г. И. Методы вычислительной математики. М. : Наука : Гл. ред. физ.-мат. лит., 1989. 608 с.
8. Селешников С. И. История календаря и хронология; под ред. П. Г. Куликовского. М. : Наука : Гл. ред. физ.-мат. лит., 1970. 225 с.
9. Хренов Л. С., Голуб И. Я. Время и календарь. М. : Наука, 1989. 128 с.
10. Шкіль М. І. Математичний аналіз у 2 ч. 3-те вид., перероб. і доп. Київ : Вища Школа, 2005. Ч. 1. 447 с., Ч. 2. 510 с.

REFERENCES

1. Bugrov, Ya. S. and Nikolskiy, S. M. “Vysshaya matematika v 3 t.” [Higher Mathematics in 3 vol.], Drofa, M., 2004. Vol. 1. 288 p., Vol. 2. 512 p., Vol. 3. 512 p.
2. Demidovich, B. P. and Maron, I. A. “Osnovy vychislitel’noy matematiki” [Basics of computational mathematics], 6th ed., Lan, M., 2007. 664 p.
3. Dubovyk, V. P. and Yuryk, I. I. “Vyshcha matematyka” [Higher Mathematics], 4th ed., Ignatex-Ukraine, K., 2013. 648 p.
4. Ilyin, V. A., Sadovnichy, V. A. and Sendov, B. Kh. “Matematicheskiy analiz v 2 ch.” [Mathematical analysis in 2 pt.], by ed. A.N. Tikhonov; Moscow State Univ. n. a. M. V. Lomonosov, 3rd ed., reclaiming and add. Prospect: Welby, M., 2006. Pt. 1. 660 p., Pt. 2. 353 p.
5. Klimishin, I. A. “Kalendar’ i khronologiya” [Calendar and chronology], 2nd ed,. reclaiming and add. Science:

Main ed. of the physical and mathematical literature, M., 1985. 320 p.
6. Kudryavtsev, E. M. "Mathcard 11: polnoye rukovodstvo po russkoy versii" [Mathcard 11: the complete guide to the Russian version], DMK Press, M., 2005. 592 p.
7. Marchuk, G. I. "Metody vychislitel'noy matematiki" [Methods of computational mathematics], Nauka : Main ed. of the physical and mathematical literature, M., 1989. 608 p.
8. Seleshnikov, S. I. "Istoriya kalendarya i khronologiya" [Calendar history and chronology], Science: Main ed. of the physical and mathematical literature, M., 1970. 225 p.
9. Khrenov, L. S. and Golub, I. Ya. "Vremya i kalendar'" [Time and calendar], Science, M., 1989. 128 p.
10. Shkil, M. I. Matematychnyy analiz u 2 ch. [Mathematical analysis in 2 pt.], 3rd ed., reclaiming and add., Higher School, K., 2005. Pt. 1. 447 p., Pt. 2. 510 p.

Відомості про авторів:
Сіренко Володимир Євгенійович
кандидат економічних наук
провідний науковий співробітник науково-дослідного відділу проблем розвитку оборонних технологій науково-дослідного управління воєнно-технічної політики Центрального науково-дослідного інституту озброєння та військової техніки Збройних Сил України, м. Київ, Україна
https//orcid.org/0000-0002-0857-993X
e-mail:vysirenko@ukr.net

Демченко Євген Якович
начальник науково-дослідного відділу науково-методичного забезпечення розроблення і реалізації програм розвитку озброєння та військової техніки та державного оборонного замовлення науково-дослідного управління воєнно-технічної політики Центрального науково-дослідного інституту озброєння та військової техніки Збройних Сил України, м. Київ, Україна
https//orcid.org/0000-0002-8743-993X
e-mail:19ydemchenko@gmail.com

Information about the authors:
Volodymyr Sirenko
PhD in Economic
leading Researcher of the Research Department for Development Issues of Defense Technologies for Scientific and Research Management of Military-Technical Policy Central Scientific Research Institute of Armaments and Military Equipment of the Armed Forces of Ukraine, Kyiv
https://orcid.org/0000-0002-0857-993X
e-mail:vysirenko@ukr.net

Yevgen Demchenko
head of the research department of the scientific and methodological support for the development and implementation of programs for the development of weapons and military equipment and the state defense order of the research management of military-technical policy Central Scientific Research Institute of Armaments and Military Equipment of the Armed Forces of Ukraine, Kyiv
https://orcid.org/0000-0002-8743-923X
e-mail:19ydemchenko@gmail.com

Стаття надійшла до редколегії 16.07.2019 р.

Рецензент М. І. Луханін, доктор технічних наук, професор, Заслужений діяч науки і техніки України, лауреат Державної премій України у галузі науки і техніки (Центральний науково-дослідний інститут озброєння та військової техніки Збройних Сил України, м. Київ.)
https://orcid.org/0000-0002-1919-8526

Рецензент В. В. Зубарєв, доктор технічних наук, професор, Заслужений працівник промисловості України, лауреат Державної премій України у галузі науки і техніки
(Центральний науково-дослідний інститут озброєння та військової техніки Збройних Сил України, м. Київ.)
https://orcid.org/0000-0002-4998-726X