УДК 37.022 *Антонов В.А.**

СТРУКТУРА ЗАДАЧИ И ПРОЦЕСС ЕЕ РЕШЕНИЯ (СУБЪЕКТНО-ОБЪЕКТНЫЙ ПОДХОД)

Статья посвящена одному из актуальных вопросов дидактики, психологии и методики – дидактическому управлению поиском решения математических задач. Показана возможность использования управления поисковой деятельностью учащихся при решении математических задач. Показано включение в структуру задачи уровней знаний учащихся и признаков математических методов. В статье разработана универсальная модель и алгоритм управления поиском решения математических задач, работа которых продемонстрирована на примере геометрической задачи.

Ключевые слова: обучение, математика, задача, процесс решения, субъектно-объектный подход, поиск, самоконтроль, модель.

В образовательной практике продолжает действовать традиция, в основе которой лежит безраздельное господство репродуктивной деятельности по сообщению знаний в готовом виде. Вместе с этим, стараются в этих условиях достичь недостижимое – добиться развития творческих качеств ученика. Наибольшим потенциалом в повышении качества обучения учащихся решению задач обладает методика обучения их деятельности, позволяющей формировать обобщенные навыки, обладающие достаточной широтой переноса, т.е. поисковой деятельности.

Целью данной статьи является разработка теоретических и методических основ управления поисковой деятельностью учащихся в процессе решения математических задач, рассматривая поисковую деятельность в качестве основного средства интенсификации обучения.

Обзор различных трактовок понятия «задача» выполнен Л. Фридманом [5], Ю. Колягиным [1], Н. Рогановским и Е. Рогановской [4] и др. Структура задачи Ю. Колягиным [1] и В. Крупичем [2] выражается словом ABRC. Е.Н. Рогановская с целью ориентации структуры задачи на процесс решения представляет структуру словом ABRCMЭ [4]. Мы структуру задачи рассмотрим как систему (A, B, R, C, U, $П_м$, Э). В этой системе слово ABRCU$П_м$Э будет представлять собой *субъектно-объектную структуру задачи*, где:

A – условие, т.е. данные и отношения между ними;

B – требование, т.е. искомые (искомое) и отношения между ними;

R – основное отношение между данными к искомыми;

C – базис решения, т.е. теоретическая и практическая основа, необходимая для решения;

U – уровень знаний ученика (по отношению к данной задаче):

U_1 – уровень узнавания (задача аналогична ранее решенной, задача распознается как новая задача),

U_2 – уровень воспроизведения (воспроизводится ранее известный образец, ведется поиск решения новой задачи и воспроизводится найденное решение как образец для дальнейшего),

U_3 – уровень применения по образцу,

U_4 – уровень применения в знакомой ситуации,

U_5 – уровень применения в незнакомой ситуации);

$П_м$ – признаки математического метода (способа), определяющие процесс решения, способ действия по преобразованию условий (условия) для нахождения искомого;

Э – эвристические средства решения.

Существенной особенностью предлагаемого в данной статье субъектно-объектного подхода к определению структуры задачи является включение в эту структуру двух субъектных признаков:

а) уровня знаний, на котором находится ученик;

б) внешних признаков конкретной теоремы или математического метода.

Этапы процесса решения задачи мы представляем следующим образом:

- 1-й этап: первоначальный анализ требования и условия задачи, создание определенного мотивационно-эмоционального состояния, стимулирующего поиск решения задачи;
- 2-й этап: вторичный анализ – исходя из требования и условий задачи, учащийся пытается установить связи, отношения и зависимости между данными и искомыми, выделить основное отношение, опираясь на свой опыт;
- 3-й этап: третичный анализ – в случае затруднения (прежний опыт не помогает) учащийся стремятся применить аналитико-синтетический метод поиска, преобразует условия, требование задачи, переформулирует, перекодирует, упрощает задачу, сводит ее к подзадачам. В итоге возникает исходная идея, замысел решения;
- 4-й этап: вырисовывается возможность планирования последующих действий, выделяются необходимые действия, определяется их последовательность, составляется план решения задачи;
- 5-й этап: план осуществляется с помощью выделяемых операций, проверяется и оценивается на основе критического его переобследования;
- 6-й этап: проводится рефлексия решения – промежуточные и окончательные результаты действий сопоставляются с условиями и требованием задачи. Если выполняемые операции и полученные результаты соответствуют им, то деятельность прекращается – задача решена. При необходимости выполняется коррекция решения задачи.

Поиск решения необходимо связывать, главным образом, с задачами, которые являются новыми для учащихся и не носят тренировочного характера.

Управление поиском решения задач строится от универсальной модели к конкретным моделям, цепочка которых завершается разрешающей моделью поиска [4]. Управление поиском решения задач остается в центре внимания теории и практики обучения. В этой связи широкой известностью пользуется книга Д. Пойа [3] и приводимая в ней таблица эвристических правил. На наш взгляд, указания и вопросы, предложенные в данной таблице, адресованы в большей мере не учащимся, а учителю.

Отличительной особенностью приводимой ниже (табл. 1) модели (в основу ее положена в несколько измененном виде таблица 10.11 из [4]) состоит в том, что в ней заложена не только последовательность пошаговых переходов внутри этой модели, но и предусмотрены возможные своевременные выходы из нее и переходы к конкретизирующей или разрешающей модели (с целью рационализации и упрощения процесса поиска).

Таблица 1

Универсальная двухэтапная модель управления поиском: ориентировочная основа действий обобщенного плана

I этап (шаги 1-4): Изучение задачи с ориентацией на поиск
1. **Первое чтение и анализ задачи**. Читая задачу, выделяйте (по отдельности) требование задачи и все условия: о каких фигурах и их элементах говорится в задаче? что требуется найти или доказать? что дано в задаче? что еще дано? какое из условий в задаче вы посчитали бы основным для ее решения?
2. **Повторный анализ в процессе выполнения рисунка, схемы, графика.** Читайте задачу по частям (по одному ее условию) и отразите каждое условие на чертеже. Какое из отношений в задаче вы посчитали бы основным?

Продолжение табл. 1

3. Дополнительный анализ и синтез в процессе выполнения краткой записи задачи. Запишите кратко задачу: еще раз убедитесь в том, что никакое условие и требование задачи не оказалось забытым. Какое из отношений в задаче вы посчитали бы основным? почему? **4. Представляется ли вам данная задача знакомой** (узнаете ли вы задачу среди ранее решенных задач, можете ли воспроизвести поиск решения, само решение), **или она воспринимается вами как новая?**
Рефлексия-1: а) Если задача воспринимается как знакомая, то поиск переключается в режим использования конкретизирующей или разрешающей модели (воспроизводим ранее известный способ решения). б) Если задача воспринимается как новая, то переходим ко II-му этапу универсальной модели.
IIэтап (шаги 5-11): **Поиск решения задачи**
5. Обдумайте план решения задачи. Актуализация знаний. Признаки какой такой теоремы или математического метода можно заметить в условии задачи?
Рефлексия-2: Нельзя ли догадаться до решения задачи? а) Если признаки теоремы или математического метода обнаружены и высказывается правильная догадка о том, как решать задачу, то поиск переключается в режим использования конкретизирующей или разрешающей модели. б) Если решение не найдено, переходим к 6-му этапу универсальной модели.
6. Синтетический метод поиска. Комбинируйте условия задачи в пары и выясняйте, что можно найти с помощью этих условий. Ориентируйтесь при этом на основное отношение в задаче. Не заметили ли вы возможность применения некоторой теоремы или математического метода (каковы его признаки, схемы и условия применения)?
Рефлексия-3: Нельзя ли догадаться до решения задачи? а) Если признаки теоремы или математического метода обнаружены и высказывается правильная догадка о том, как решать задачу, то поиск переключается в режим использования конкретизирующей или разрешающей модели. б) Если решение не найдено, переходим к этапам 7-9 универсальной модели.
7. Дополнительное графическое моделирование. Возможно, для решения задачи требуется дополнительное построение. Какое? **8. Повторная актуализация знаний.** Все ли условия задачи использовали при ее решении? Какие понятия используются в задаче? Как они определяются? Какие теоремы, связанные с ними, вам известны? **9. И снова к чертежу.** Анализируйте чертеж, подмечайте имеющиеся на нем закономерности. Не забыли ли вы, к чему следует стремиться? Приближаетесь ли вы к требованию задачи?
Рефлексия-4: Нельзя ли догадаться до решения задачи? а) Если признаки теоремы или математического метода обнаружены и высказывается правильная догадка о том, как решать задачу, то поиск переключается в режим использования конкретизирующей или разрешающей модели. б) Если решение не найдено, переходим к 10-му этапу универсальной модели.
10. Аналитический метод поиска (анализ Евклида). А если обозначить искомую величину через x? Попытайтесь выразить через x другие величины…. Нельзя ли составить уравнение?
Рефлексия-5: Нельзя ли догадаться до решения задачи? а) Еслипризнаки теоремы или математического метода обнаружены и высказывается правильная догадка о том, как решать задачу, то поиск переключается в режим использования конкретизирующей или разрешающей модели. б) Если решение не найдено, переходим к 11-му этапу универсальной модели.
11. Аналитический метод поиска (анализ Паппа). Возможно, полезно задаться вопросом: «Чтобы ответить на вопрос задачи, что достаточно знать?»
Рефлексия-6: Нельзя ли догадаться до решения задачи? Если признаки теоремы или математического метода обнаружены и высказывается правильная догадка о том, как решать задачу, то поиск переключается в режим использования конкретизирующей или разрешающей модели.

Продолжение табл.1

IIэтап (шаги 5-11): Поиск решения задачи
Рефлексия-7: Если решение не найдено, то приходим к выводу о том, что возможности универсальной модели исчерпаны и дальнейший поиск целесообразно вести в рамках конкретизирующей модели.

Рассмотрим следующую задачу. В треугольнике ABC точки A_1, B_1 и C_1 – середины соответственно сторон BC, AC и AB. Установите вид четырехугольника $BA_1B_1C_1$; Всегда ли четырехугольник $BA_1B_1C_1$ является параллелограммом? Найдите площадь четырехугольника $BA_1B_1C_1$, если площадь данного треугольника равна S (рис. 1).

Поиск решения данной задачи естественно связать с шагами 1-5 универсальной модели, так как в данном случае условие задачи «середины соответственно сторон» определенно показывает на возможность использования теоремы о средней линии треугольника.

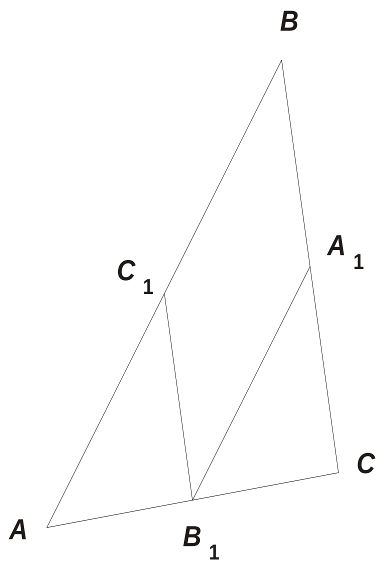

Рис. 1. К задаче о треугольнике

Конкретизирующая (разрешающая) модель поиска непосредственно связана с данной задачей, в применяемых эвристиках этой модели используются термины задачи (табл. 2).

Таблица 2

Разрешающая модель

ООД с ориентацией на конкретную задачу (после шагов 1-5 универсальной модели)
а-б) Рисунок 1.11 подсказывает, что $BA_1B_1C_1$ является параллелограммом. Кроме того, в самой задаче спрашивается, всегда ли четырехугольник $BA_1B_1C_1$ является параллелограммом. Что для этого необходимо проверить (всегда ли противоположные стороны четырехугольника параллельны). в) Для нахождения площади четырехугольника, возможно, полезно разбить его на части. Какие? Нельзя ли задачу решить различными способами? (Можно воспользоваться любой диагональю параллелограмма.)
Рефлексия-8: Решение найдено, переходим к его изложению.

Задача допускает возможность завершения поиска уже на первом этапе (см. табл. 1). Если решение на первом этапе не обнаружено, осуществляется переход ко второму этапу.

Максимально длинный поиск (в более трудной задаче) требует реализации возможно всей обозначенной совокупности поисковых действий. Эта совокупность также не гарантирует отыскание решения задачи. В этом самом неблагоприятном случае учитель осуществляет достаточно жесткое управление, обеспечивающее вынужденный переход к конкретизирующей или разрешающей модели.

Таким образом, модель управления поиском решения задач по определенной учебной теме представляется нами, как и в источнике [4], в виде совокупности моделей. Вначале в процессе поиска руководствуемся универсальной моделью, по необходимости обращаемся к более конкретным моделям, заключительной моделью в этом ряду является разрешающая модель. Руководство поиском со стороны учителя заключается в оценке складывающейся ситуации в классе и с учетом этой ситуации проведения более краткого поиска, поэтому в приведенной выше таблице предусмотрено семь возможных выходов из режима поиска, в виду его возможного завершения. В психологическом плане полезно эти моменты выделять особо, сообщать учащимся, что на основе имеющейся информации уже можно догадаться до решения задачи. В случае раннего завершения поиска, разрешающей моделью является последняя из используемых моделей. «Длина поиска» зависит от уровня знаний, которому относится решаемая задача. Чем выше этот уровень, тем короче поиск. Возможно, что для некоторых задач достаточным окажется актуализация знаний.

В заключении предложим специальный алгоритм управления поиском решения задач. Этот алгоритм относится к различным уровням знаний и трудности (рис. 2), цифрами 1-7 обозначены попытки переходов к разрешающей модели (1-ая попытка перейти к разрешающей модели и т.д.). Поиск показывает, что данная задача (рассмотренная выше) находится на четвертом уровне знаний учащихся, являясь задачей средней трудности.

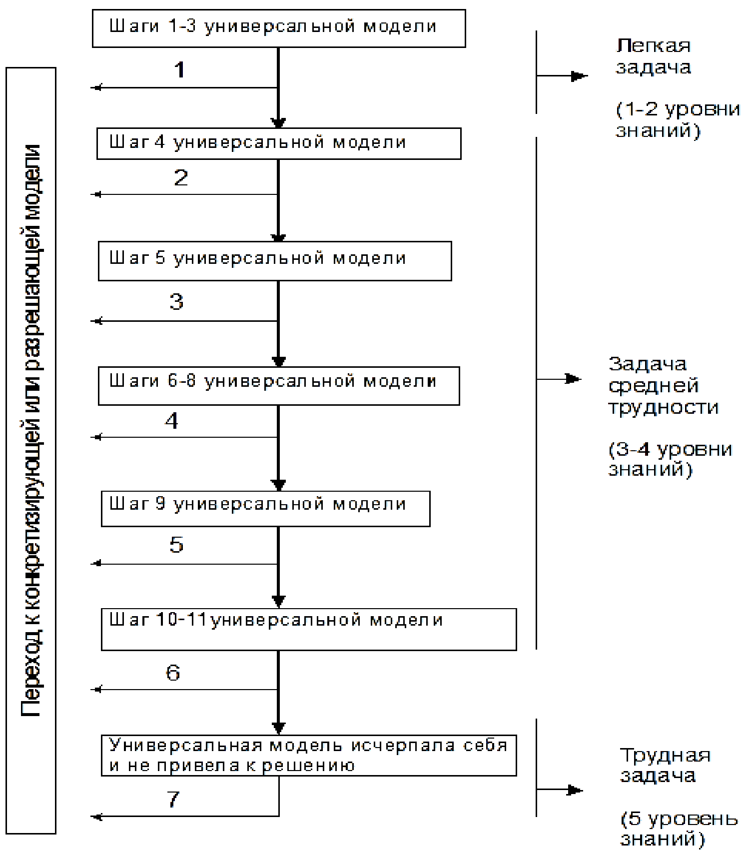

Рис. 2. Алгоритм управления поиском решения задачи

Таким образом, разработка теоретических и методических основ управления поисковой деятельностью учащихся в процессе решения математических задач доказала, что такая деятельность является одним из основных средств интенсификации обучения и может быть предметом дальнейшего научного исследования.

Литература:

1. Колягин Ю. М. Задачи в обучении математике : [в 2 ч.] / Ю. М. Колягин. – М. : Просвещение, 1977. – Ч. 1. – 111 с.
2. Крупич В. И. Теоретические основы обучения решению школьных математических задач : дис. ... д. п. наук : 13.00.02 / В. И. Крупич. – М., 1992. – 395 с.
3. Пойа Д. Как решать задачу / Д. Пойа. – М. : Учпедгиз, 1959. – 208 с.
4. Рогановский Н. М. Методика преподавания математики в средней школе : [учеб. пособие в 2 ч.] / Н. М. Рогановский, Е. Н. Рогановская. – Могилев : УО «МГУ им. А. А. Кулешова», 2010. – Ч. 1: Общие основы методики преподавания математики (общая методика). – 312 с.
5. Фридман Л. М. Логико-психологический анализ школьных учебных задач / Л. М. Фридман – М. : Педагогика, 1977. – 208 с.

Атонов В.А.

СТРУКТУРА ЗАДАЧІ ТА ПРОЦЕС ЇЇ РОЗВ'ЯЗАННЯ (СУБ'ЄКТНО-ОБ'ЄКТНИЙ ПІДХІД)

Статтю присвячено одному з актуальних питань дидактики, психології і методики – дидактичному управлінню пошуком вирішення математичних задач. Показана можливість використання управління пошуковою діяльністю учнів під час розв'язання математичних завдань. Показано включення в структуру задачі рівнів знань учнів і ознак математичних методів. У статті розроблено універсальну модель і алгоритм управління пошуком розв'язання математичних задач, робота яких продемонстрована на прикладі геометричного завдання.

Ключові слова: навчання, математика, завдання, процес розв'язання, суб'єктно-об'єктний підхід, пошук, самоконтроль, модель.

Antonov V. A.

STRUCTURE OF THE PROBLEM AND ITS SEARCH PROCESS SOLUTIONS (SUBJECT-OBJECT APPROACH)

The article is dedicated to one of the current questions of didactics, psychology and methods – didactic control over the search for a solution to mathematical problems. The main theoretical principles: in controlling the search activity of students the key question is the development of corresponding models which allow generalization and definition; the theory of a stage- by-stage formation of mental actions may serve as a theoretical basis. There are several models for different degrees of definition which allow a fuller description of the particulars of the material to be learnt. The article demonstrates the possibility of use of the control of students' search activity to find solutions to mathematical problems. The brief review of the concept of «problem» which examined from the point of view of the subject-object approach. The article deals with the stages of problem-solving process. A model for the search of solutions to problems, including 5 levels of knowledge, diagrams and indications of mathematical methods and the formation of special subject-oriented communication skills is proposed. The analysis and synthesis tasks, updating of knowledge, a synthetic method of searching, graphical modeling, analytical method of search (analysis of Papp and analysis of Euclid) are used in the universal model. The article shows the use of the model as an example of a mathematical problem. In the conclusion of the article the author proposes a special algorithm to control the search tasks. This algorithm applies to different levels of knowledge and difficulties.

Key words: learning, mathematics, problem, process of problem solving search, subject-object approach, self-control, model.

Рецензент: Слюсаренко Н..В.