of fundamentalization of education are shown in this article. We defined that realization of principle of fundamentalization of knowledge is effective in the process of studying physics of the solid state. This discipline carries out generalization of theoretical bases and practical questions during training of masters of physics in higher pedagogical educational establishments. We came to the conclusion that in development of theory and methodology of teaching basic disciplines is yet absent a tendency of fundamentalization of knowledge on the basis of forming of professional competence.

Fundamentalization is expressed in the fact that in the system of mandatory training courses includes the minimum number of them. Course of solid state physics is exactly that. It is called upon to develop a holistic vision of the world, promote the integration of training courses that have general worldview meaning.

As a result of our research, in the context of fundamentalization of education the structure and content of one of the basic training courses in preparation of masters on a speciality 8.04020301 Physics are determined, a self-educational specialized course on the problem is developed. We have concluded that in the development of theory and methodology of teaching basic disciplines there is still no fundamentalization tendency to knowledge-based development of professional competences, which provide not only for continuous replenishment of own knowledge in the affluent life, but also the formation of a competitive specialist for the society, who is capable to transfer knowledge to the subjects of study in the conditions of rapid development of production capacity and information and communication technologies on time and on a proper scientific level.

Prospects for further research in this direction are connected with the implementation of the approaches to the fundamentalization of the content of training and mobility technologies of training in the conditions of a rapid accumulation of human knowledge.

Key words: *fundamentalization, educational process, masters training, physics of the solid state.*

УДК 378.147 : 536.75

О. В. Школа

Національний педагогічний університет
імені М. П. Драгоманова

МЕТОДИЧНІ ОСОБЛИВОСТІ ВИВЧЕННЯ СТАТИСТИЧНИХ РОЗПОДІЛІВ ГІББСА В КУРСІ ТЕОРЕТИЧНОЇ ФІЗИКИ

У статті проводиться короткий аналіз методичних особливостей вивчення статистичних розподілів Гіббса в курсі теоретичної фізики педагогічного університету, що має важливе значення в фундаментальній і професійній підготовці майбутнього вчителя фізики. Ефективному засвоєнню одного з ключових питань курсу сприятиме максимальна лаконічність математичного апарату, чіткість і послідовність викладу навчального матеріалу у відповідності з логікою його подання згідно наукових «першоджерел».

Ключові слова*: макроскопічна система, статистичний ансамбль, ергодична гіпотеза, функція статистичного розподілу, статистична вага, статистичний інтеграл, хімічний потенціал.*

Постановка проблеми. Курс теоретичної фізики в системі професійної підготовки майбутнього вчителя фізики займає особливе місце. Саме на його засадах відбувається систематизація в сприйнятті та відображенні фізичних явищ у процесі їх пізнання, формується науковий світогляд і відповідний стиль мислення, шліфуються інтуїція та компетенції майбутнього фахівця. Фундаментальні наукові та методологічні знання, які отримують студенти під час вивчення цього курсу, складають основу їх професіоналізму, конкурентоспроможності та мобільності. Однак досягнення прогнозованих освітніх результатів потребує системної, послідовної й цілеспрямованої роботи на основі діяльнісного, особистісно-орієнтованого та компетентнісного підходів, що забезпечуватимуть нову якість пізнання, мислення, нову якість освіченості особистості.

У розпорядженні викладача курсу теоретичної фізики сьогодні достатньо різноманітної навчально-методичної літератури як вітчизняних, так і зарубіжних авторів. Незважаючи на методичну цінність існуючих видань, необхідність удосконалення методики викладання навчального курсу за сучасних умов модернізації вищої педагогічної освіти в контексті європейських вимог, посилення уваги до якості фундаментальної і професійної підготовки майбутніх учителів фізики, формування їх методологічної культури, моніторингу рівня навчальних досягнень є цілком очевидною. Створення умов, які б спонукали студентів до самостійного пошуку, саморозвитку й самовдосконалення, сприяли активізації пізнавальної діяльності, оволодінню методологією наукового пізнання є чи не головним завданням у роботі сучасного викладача педагогічного вишу.

Аналіз актуальних досліджень. Проблемам удосконалення змісту фізичної освіти та різним аспектам фундаментальної й професійної підготовки майбутнього вчителя фізики присвячені дослідження П. Атаманчука, Л. Благодаренко, І. Богданова, О. Бугайова, Б. Будного, Г. Бушка, С. Величка, В. Вовкотруба, С. Гончаренка, О. Іваницького, А. Касперського, О. Коновала, Е. Коршака, О. Ляшенка, М. Мартинюка, В. Мендерецького, Ю.Орищина, А. Павленка, Ю. Пасічника, В. Савченка, М. Садового, О. Сергєєва, В. Сергієнка, Н. Сосницької, Н. Стучинської, Б. Суся, І. Тичини, В. Шарко, М. Шута та ін. Теорія та методика навчання фізики у вищій педагогічній школі останнім часом розвивається досить інтенсивно, про що свідчить велика кількість захищених дисертаційних праць, присвячених удосконаленню змісту фундаментальної й фахової підготовки майбутнього вчителя фізики. Проте комплексні дослідження, присвячені теоретико-методичним засадам навчання курсу теоретичної фізики, що відображають сучасні ідеї й тенденції розвитку вищої педагогічної освіти та дозволяють формувати професійну компетентність майбутніх учителів фізики на сьогодні майже відсутні. Тому **метою статті** є короткий аналіз методичних особливостей вивчення статистичних розподілів Гіббса як одного з ключових питань навчального курсу, що потребує самостійного творчого опрацювання (або може стати основою для розробки індивідуальних творчих завдань) та має важливе значення в фундаментальній і професійній підготовці майбутнього вчителя фізики.

Виклад основного матеріалу. На наш погляд, ефективному засвоєнню студентами фізичної сутності статистичних розподілів Гіббса та їх застосуванню під час розв’язання практичних і теоретичних завдань сучасної науки сприятиме максимальна лаконічність математичного апарату, чіткість та послідовність викладу навчального матеріалу у відповідності з логікою його подання згідно наукових «першоджерел». Методи статистики сьогодні широко використовують у вирішенні самих різноманітних питань фізики, однак, як зазначає Е. Шредінгер, «... у статистичній фізиці маємо, по суті, одну проблему: розподіл заданої кількості енергії E між N тотожними системами» [5, 16]. У вирішенні цього завдання особливе практичне значення мають такі випадки: 1) адіабатично ізольована система з фіксованою енергією; 2) ізотермічна система, яка обмінюється енергією з оточуючими тілами певної температури, тобто система, що перебуває в термостаті; 3) система, яка обмінюється з оточуючими тілами як енергією, так і частинками, тобто перебуває з ними в тепловому та дифузійному контакті.

Перший випадок призводить до так званого *мікроканонічного розподілу* (коли досліджують ансамбль тотожних систем з однаковими енергіями, тобто розглядається ймовірність різних мікростанів замкненої рівноважної системи), другий випадок відповідає *канонічному розподілу* (коли досліджують ансамбль квазінезалежних підсистем з різними енергіями, тобто розглядається ймовірність мікростанів системи з різними енергіями). Третій випадок призводить до так званого *великого канонічного розподілу*, який є узагальненням перших двох (коли досліджують ансамбль квазінезалежних підсистем з різними енергіями та числом частинок, тобто розглядається ймовірність мікростанів системи з різними енергіями та числом частинок). Наведені терміни розподілів були запропоновані Дж. Гіббсом у 1901 р., який підкреслював, що останні легко переходять один в інший, оскільки насправді між тілами ідеально повного обміну не існує, так само, як і не існує абсолютно ізольованих систем (усе зводиться до того, протягом якого інтервалу часу ми розглядаємо систему та якими є її відносні розміри серед інших систем).

Сутність статистичного методу його автор визначає так: «Ми можемо уявити собі велику кількість систем однакової природи, але різних за конфігурацією й швидкостями, які вони мають у даний момент. При цьому ми можемо поставити собі завданням не відстежувати певну систему через усю послідовність її конфігурацій, а встановити, як буде розподілено все число систем між різними можливими конфігураціями та швидкостями в будь-який потрібний момент, якщо такий розподіл був заданий для іншого моменту часу» [3, 3]. При цьому необхідно вважати, що кожна система ансамблю рано чи пізно обов'язково проходить через усі можливі стани, які притаманні іншим аналогічним системам. (Це припущення у 1871 р. Л. Больцман назвав *ергодичною гіпотезою або гіпотезою про рівнорозподіл мікроскопічних станів системи*). І немає необхідності вважати всі системи статистичного ансамблю реальними. Насправді, ми маємо одну реальну систему, інші можна вважати її уявними копіями.

Мікроканонічний розподіл (МКР). Постановка завдання: 1. Розглядається адіабатично ізольована макроскопічна система, яка перебуває в стані статистичної рівноваги (рис.1). 2. Число частинок N, об'єм V та енергія E_0 системи є фіксованими. 3. Треба знайти функцію статистичного розподілу $\omega(q, p)$ системи, тобто ймовірність того, що вона матиме енергію E_0. Це й буде МКР.

$T = const; V = const;$
$N = const; E_C(q, p) = E_0$
.. ..

Рис. 1. Система в адіабатичній оболонці

Згідно ергодичної гіпотези всі мікростани рівноважної замкненої системи рівноймовірні, тому за великий інтервал часу вона проходитиме через усі доступні мікростани, перебуваючи в кожному з них у середньому однаковий час. У стані статистичної рівноваги середні значення будь-яких макропараметрів системи не залежать від часу й тому функція статистичного розподілу для різних станів буде функцією її енергії, тобто: $\omega(q, p) = \omega[E(q, p)]$. Конкретний вигляд функції розподілу ймовірностей $\omega(E)$ для МКР можна встановити, якщо врахувати, що $E_C(q, p) = E_0 = const$ та $(\Delta E / E_0) \to 0$. Цим умовам відповідає відома в математиці *дельта-функція Дірака* (рис. 2) (насправді, це не функція, а скоріше позначення, яке було введено Діраком), яку визначають так:

$\delta(x - x_0) = 0$ якщо $x \neq x_0$; $\delta(x - x_0) = \infty$ якщо $x = x_0$;

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(x - x_0) dx = 1 ; \int f(x) \delta(x - x_0) dx = f(x_0) .$$

У нашому випадку вона матиме вигляд: $\omega(q, p) = const \cdot \delta(E_{q,p} - E_0)$. Розподіл у вигляді $\delta(E_{q,p} - E_0)$ показує, що для МКР ймовірність $W(E)$ різниться від нуля тільки для тих мікростанів (q, p) системи, в яких її енергія $E_{q,p}$ має задане значення E_0 (рис. 3).

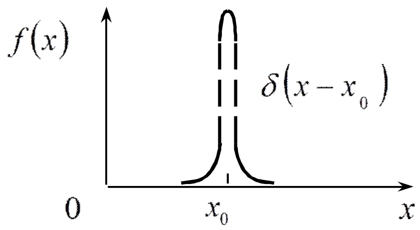

Рис. 2. Графік δ - функції

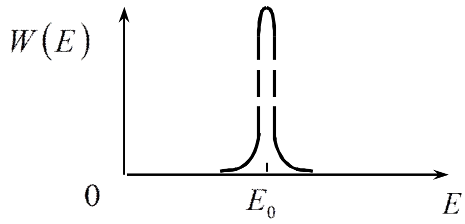

Рис. 3. Умовний графік мікроканонічного розподілу

Значення константи функції розподілу знаходять з умови її нормування $const \int \delta(E_{q,p} - E_0) d\Gamma = 1$, звідки виходить: $const = 1 / \Omega(E_0)$, де величину $\Omega(E_0)$ називають *статистичною вагою макроскопічного стану системи* (вона визначає фазовий об'єм, який охоплює фазова поверхня заданої енергії $E_{q,p} = E_0$) [1, 41]. Отже, функція статистичного розподілу для МКР остаточно має вигляд:

$$\omega(q, p) = \frac{\delta(E_{q,p} - E_0)}{\Omega(E_0)} . \quad (1)$$

Фізична величина $\omega(q, p)$ відіграє фундаментальну роль у статистичній теорії макросистем, оскільки визначає розподіл імовірностей для значень змінних q і p, які відповідають її певному мікроскопічному стану. За допомогою останньої можна знайти середнє значення будь-якої фізичної величини (параметру), що характеризує її певний стан: $\overline{L} = \int L(E) \omega(q, p) d\Gamma = \int L(E) \delta(E - E_0) dE = L(E_0)$. Останнє рівняння є одним з важливих властивостей δ- функції: інтегрування її разом з іншою довільною функцією дає в підсумку значення цієї функції в точці, де її аргумент дорівнює нулю. При цьому виконується основна термодинамічна вимога про залежність середніх значень фізичних величин (макропараметрів) від енергії системи.

Канонічний розподіл Гіббса (КРГ). Постановка завдання: 1. Розглядається замкнена макросистема, яка перебуває в стані статистичної рівноваги та є частиною об'єкту відносно великих розмірів –

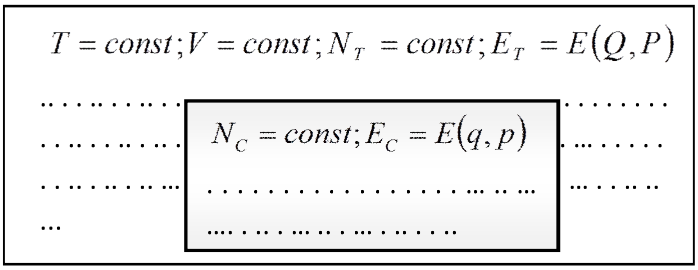

Рис. 4. Система в термостаті

термостату (рис. 4). 2. Число частинок N та зовнішні параметри (V,T) системи є фіксованими. Між системою й термостатом відбувається енергетичний обмін (енергію взаємодії між частинками вважаємо дуже малою). Зберігається загальне число частинок і повна енергія комплексу (система-термостат): $N = N_T + N_C = const$ та $E = E_T + E_C = const$. 3. Треба знайти функцію статистичного розподілу $\omega(q,p)$ для системи в термостаті, тобто ймовірність того, що вона матиме енергію E. Це й буде КРГ.

Ураховуючи те, що математичне доведення загального виразу канонічного розподілу в навчально-методичній літературі викладено досить докладно, обмежимося аналізом відомих рівнянь [2, 270]:

а) функція статистичного розподілу для системи в термостаті: $\omega(E) = const \cdot e^{-E/\theta}$, де θ – *модуль канонічного розподілу*. З умови її нормування маємо: $const = \left(\int e^{-E/\theta} d\Gamma\right)^{-1} = 1/Z$, тобто $Z = \int e^{-E/\theta} d\Gamma$, де Z – *статистичний інтеграл* або *інтеграл за станами системи*. Для зручності розрахунків беруть: $Z = e^{-\Psi/\theta}$, де Ψ – стала величина, що має розмірність енергії (її зміст буде з'ясовано пізніше);

б) густина ймовірностей для системи в термостаті:

$\omega(E) = e^{(\Psi - E)/\theta}$; (2)

в) імовірність стану системи в термостаті з енергією від E до $E + dE$:

$dW(E) = e^{(\Psi - E)/\theta} d\Gamma = e^{(\Psi - E)/\theta} \Omega(E) dE$, (3)

де $\Omega(E)dE$ є фазовим об'ємом шару між поверхнями енергії від E до $E + dE$. Як бачимо, досліджувана система внаслідок взаємодії з термостатом тепер може мати не одну енергію (наприклад, E_0 як для МКР), а з певною ймовірністю ряд її значень.

Аналіз наведених рівнянь має важливе пізнавальне значення, тому навчальний матеріал, поданий нижче, потребує обов'язкової систематизації та творчого осмислення студентами.

1. Оскільки $Z = const$, графік КРГ згідно (3) визначається двома функціями: $\Omega(E)$ та $e^{-E/\theta}$. Перша з них для будь-якої макросистеми з великим числом ступенів вільності швидко зростає зі збільшенням E, при цьому останнє значно посилюється зі збільшенням числа частинок системи. Інша, навпаки, швидко зменшується зі збільшенням E, що й

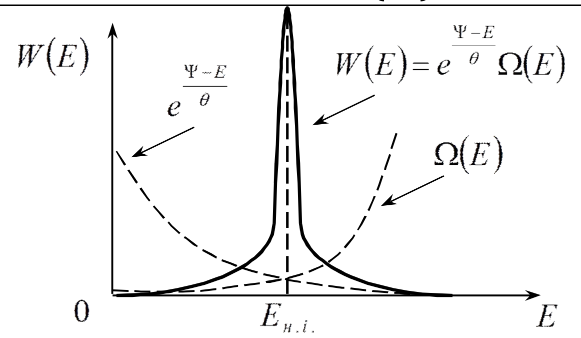

Рис. 5. Графік канонічного розподілу

обумовлює загальний вигляд кривої розподілу ймовірностей $W(E)$ з досить гострим максимумом у точці $E = E_{н.і.}$ (рис. 5). Ширина піку настільки мала порівняно з висотою, що *криву КРГ можна порівнювати з δ-функцією* МКР. Імовірність стану з енергією $E = E_{н.і.}$ практично дорівнює одиниці, ймовірність всіх інших станів незначна. Звідси випливають рівняння: $\overline{E} \approx E_{н.і.}$ та $\overline{L} \approx L(E_{н.і.}) \approx L(\overline{E})$.

2. З формули (3) маємо важливу властивість КРГ: у системах з великою кількістю частинок відхилення від стану з енергією $E_{н.і.}$ зустрічаються вкрай рідко. Відносна флуктуація енергії реальної макросистеми складає дуже малу величину: $10^{-9} \div 10^{-10}\%$. Це означає, що з імовірністю, близькою до достовірності, можна стверджувати, що *рівноважна макросистема в термостаті матиме фіксовану енергію, відхилення від якої майже неможливі.* Враховуючи уявлення про фазовий простір, маємо інше трактування цього висновку: *згідно КРГ реальна макросистема в рівновазі більший час проводить у дуже вузькій області фазового простору в околі $E_{н.і.}$, віддаляючись від неї вкрай рідко.* Цей висновок наводить на думку про практичну непорушність другого закону термодинаміки для макросистем, причиною якого є величезна кількість частинок, з яких вони складаються. Отже, взагалі висновки статистичної теорії для макросистем є цілком чіткими, незважаючи на випадковий характер руху окремих частинок.

3. Порівнюючи МКР з КРГ зазначимо, що останній є розподілом з точно заданою температурою, але невизначеною енергією, тобто: $\Delta(T) = 0$; $\Delta(E) \neq 0$. За МКР чітко фіксована енергія системи, та, очевидно, невизначеною є температура, тобто: $\Delta(T) \neq 0$; $\Delta(E) = 0$. Таким чином, *обидва розподіли доповнюють один одного за температурою та енергією і гранично за $N \to \infty$ (тобто для макросистем) КРГ наближається до МКР. Інакше, канонічний розподіл імовірностей станів має мала частина більшої системи з мікроканонічним розподілом*.

4. *Модуль КРГ може слугувати показником наявності або відсутності рівноваги між двома макросистемами*. Якщо дві ізотермічні системи, функції розподілу яких мають вигляд $\omega_1 = const \cdot e^{-(E_1/\theta_1)}$ та $\omega_2 = const \cdot e^{-(E_2/\theta_2)}$, привести в контакт, то між ними почнеться енергетичний

обмін. Функція розподілу об’єднаної системи згідно теореми множення ймовірностей матиме вигляд: $\omega = \omega_1 \omega_2 = const \cdot e^{-\left(\frac{E_1}{\theta_1}+\frac{E_2}{\theta_2}\right)}$. Для рівноважних систем величина $(E_1/\theta_1)+(E_2/\theta_2)$ повинна лишатися сталою, а для збереження повної енергії (E_1+E_2) це можливо тільки у випадку, коли $\theta_1=\theta_2$. Отже, за теплового контакту слабо взаємодіючих рівноважних систем з однаковим модулем θ нова об’єднана система також буде перебувати в рівновазі. У випадку теплового контакту систем з різними модулями, наприклад $\theta_2>\theta_1$, між ними почнеться енергетичний обмін (від системи з більшим до системи з меншим модулем), при цьому нова об’єднана система вже не буде перебувати в рівновазі. Як відомо з термодинаміки, такими самими властивостями володіє абсолютна температура. Модуль КРГ є параметром рівноважної макросистеми, тобто виступає однозначною функцією її стану (він не може бути від’ємним). Усе це дозволяє вважати його статистичним аналогом абсолютної температури T, тому θ називають *статистичною температурою*: $\theta \sim T$ або точніше $\theta = kT$, де k – стала Больцмана. У відповідності з цим формула КРГ для густини ймовірностей (2) матиме вигляд: $\omega(E)=\exp[(\Psi - E)/kT]$.

5. З умови нормування функції розподілу ймовірностей можна отримати низку важливих результатів. Як відомо, енергія системи є функцією внутрішніх параметрів – узагальнених координат та імпульсів усіх частинок: $E=E(q,p)$. У стані термодинамічної рівноваги значення всіх параметрів системи залежать лише від зовнішніх параметрів λ_k (наприклад, об’єму V) і температури T (або модуля розподілу θ), тобто: $E=E(\lambda_k,\theta)$. Залежність енергії системи від зовнішніх параметрів обумовлює собою появу так званих *зовнішніх сил*, за допомогою яких здійснюється взаємодія з тілами, що її оточують. Для консервативної системи зовнішні сили A_k можна представити через похідні потенціальної енергії за відповідними параметрами або через похідні повної енергії:

$A_1 = \partial E_{пот}/\partial\lambda_1 = -\partial E/\partial\lambda_1$; $A_2 = -\partial E/\partial\lambda_2$; … ; $A_k = -\partial E/\partial\lambda_k$.

При цьому між параметрами КРГ має місце низка важливих співвідношень. Для їх отримання треба продиференціювати умову нормування за зовнішніми параметрами: $\frac{\partial}{\partial\lambda_k}\int_\Gamma e^{\frac{\Psi-E}{\theta}}d\Gamma = \int_\Gamma \frac{\partial}{\partial\lambda_k}\left(e^{\frac{\Psi-E}{\theta}}\right)d\Gamma = \frac{1}{\theta}\int_\Gamma\left(\frac{\partial\Psi}{\partial\lambda_k}-\frac{\partial E}{\partial\lambda_k}\right)e^{\frac{\Psi-E}{\theta}}d\Gamma = 0$. У макросистемах діюча зовнішня сила є середньою величиною, яку беруть за всім канонічним ансамблем, оскільки окремих сил ми не розрізняємо. Враховуючи зроблені вище зауваження, з останньої формули виходить: $\left(\partial\Psi/\partial\lambda_k\right)_\theta = \left(\partial\overline{E/\partial\lambda_k}\right)_\theta = -\overline{A_k}$. Похідна від енергії системи за зовнішніми параметрами є узагальненою силою зі знаком «мінус». Отже, ми отримали вираз для середньої термодинамічної узагальненої сили через параметри канонічного розподілу. Як бачимо, параметр Ψ не залежить від q та p, а виступає функцією зовнішніх параметрів і температури, тобто: $\Psi = \Psi(\lambda_k, \theta)$.

Далі, диференціюємо умову нормування за модулем КРГ: $\frac{\partial}{\partial\theta}\int_\Gamma e^{\frac{\Psi-E}{\theta}}d\Gamma = \int_\Gamma \frac{\partial}{\partial\theta}\left(e^{\frac{\Psi-E}{\theta}}\right)d\Gamma = \int_\Gamma \frac{\theta\frac{\partial\Psi}{\partial\theta} - (\Psi - E)}{\theta^2}e^{\frac{\Psi-E}{\theta}}d\Gamma = 0$, звідки виходить: $\overline{E} = \Psi - \theta\left(\frac{\partial\Psi}{\partial\theta}\right)$. Отримане рівняння є статистичним аналогом відомого з термодинаміки *рівняння Гіббса-Гельмгольца*: $U = F - T(\partial F/\partial T)$, де U – внутрішня енергія системи. Порівнюючи останні співвідношення, маємо такий результат, по-перше, *внутрішня енергія системи виступає її середнім значенням за канонічним розподілом:* $U = \overline{E} = \int_\Gamma E\omega(E)d\Gamma$; по-друге, $\Psi \equiv F$, тобто *параметр канонічного розподілу* Ψ *виступає вільною енергією системи* (або *енергією Гельмгольца*). У крайньому випадку, коли Ψ не залежить від температури, виходить $\Psi = \overline{E}$, тобто вільна енергія дорівнює середній енергії системи.

6. З умови нормування густини ймовірностей маємо: $\Psi = -kT\ln Z$, де Z виступає функцією стану системи, що залежить від змінних θ та λ (зовнішній параметр, наприклад V). Знаходження останнього має особливе значення в статистичній фізиці. За його допомогою можна визначити для довільної системи її вільну F та внутрішню U енергії, а, враховуючи відомі з термодинаміки рівняння: $p = -(\partial F/\partial V)_T$, $S = -(\partial F/\partial T)_V$, $C_V = -(\partial U/\partial T)_V$ й ряд інших термодинамічних параметрів, що дозволяє, таким чином, перекинути своєрідний місток між термодинамічним і статистичним описами властивостей макросистем.

Великий канонічний розподіл Гіббса (ВКРГ). Постановка завдання: 1. Розглядається макросистема, яка є частиною об’єкту відносно великих розмірів – термостату (рис. 6). Комплекс (система-термостат) у цілому вважається замкненим і таким, що перебуває в стані термодинамічної рівноваги. 2. Зовнішні параметри (V, T) системи є фіксованими. Досліджувана система й термостат обмінюються як енергією, так і частинками (енергію взаємодії між частинками вважаємо дуже малою). Зберігається загальне число частинок і повна енергія комплексу:

$N = N_T + N_C = const$ та $E = E_T + E_C = const$. 3. Треба знайти функцію статистичного розподілу $\omega(q, p)$ для системи в термостаті зі змінним числом частинок, тобто ймовірність того, що вона матиме енергію E та число частинок N. Це й буде ВКРГ.

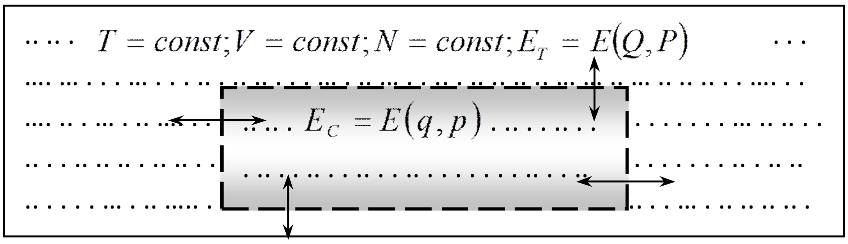

Рис. 6. Система в термостаті зі змінним числом частинок

На основі науково-методичної літератури студенти мають ретельно опрацювати відповідний навчальний матеріал, тому аналогічно КРГ обмежимося аналізом відомих рівнянь [4, 63]:

а) вільна енергія системи в термостаті зі змінним числом частинок: $\Psi = \mu_k N_k + \chi(\mu, V, T)$, де $\mu_k = (\partial\Psi / \partial N_k)_{V,T}$ – *хімічний потенціал*; χ – *великий термодинамічний потенціал системи* (його зміст буде з'ясовано пізніше). Очевидно, що хімічний потенціал μ_k має зміст питомих (що припадають на одну частинку) енергій, які привносять у систему частинки різного сорту N_k;

б) функція статистичного розподілу для системи в термостаті зі змінним числом частинок: $\omega(E) = e^{\frac{\Psi - E}{kT}} = e^{\frac{\chi + \mu N - E}{kT}}$;

в) імовірність стану системи в термостаті зі змінним числом частинок з енергією від E до $E + dE$: $dW(E) = e^{\frac{\Psi - E}{kT}} d\Gamma = e^{\frac{\chi + \mu N - E}{kT}} \Omega(E) dE$.

Проаналізуємо отримані рівняння:

1. Великий термодинамічний потенціал $\chi(V, T, \mu)$ розподілу визначають з умови нормування ВКРГ. Згідно розрахунків маємо результат: $\chi = -kT \ln Z$, де величина $Z = \sum_{N=0}^{\infty} e^{\frac{\mu N}{kT}} \int_{\Gamma} e^{-\frac{E}{kT}} d\Gamma$ відіграє роль *статистичного інтегралу для ВКРГ*. З урахуванням останнього загальний вираз ВКРГ матиме вигляд:

$$dW = e^{\frac{\chi}{kT}} \cdot e^{\frac{\mu N - E}{kT}} d\Gamma = e^{-\frac{\theta \ln Z}{kT}} \cdot e^{\frac{\mu N - E}{kT}} d\Gamma = \frac{1}{Z} e^{\frac{\mu N - E}{kT}} d\Gamma .$$

2. Середнє значення величини $L(q, p, N)$ для системи зі змінним числом частинок дорівнює: $\overline{L} = \sum_{N=0}^{\infty} \int_{\Gamma} L(q, p, N) e^{\frac{\chi + \mu N - E}{kT}} d\Gamma$. Як бачимо, всі внутрішні термодинамічні параметри системи визначають як їх середні значення за ВКРГ.

3. Аналіз фізичного змісту великого термодинамічного потенціалу вимагає розрахунку його частинних похідних $\partial\chi/\partial T$, $\partial\chi/\partial V$ та $\partial\chi/\partial\mu$, але спочатку визначимо його повний диференціал як функції зазначених параметрів. Згідно означення $\chi(\mu,V,T)=\Psi-\mu N$. Параметр канонічного розподілу Ψ, як відомо, є вільною енергією системи $(\Psi\equiv F)$. Враховуючи, що остання виступає характеристичною функцією параметрів (T,V), тобто $dF=-SdT-pdV$, отримаємо $d\chi(\mu,T,V)=d\Psi-Nd\mu=-SdT-pdV-Nd\mu$, звідки виходить:

$$(\partial\chi/\partial T)_{V,\mu}=(\partial F/\partial T)_V=-S;\ (\partial\chi/\partial V)_{T,\mu}=(\partial F/\partial V)_T=-p;\ (\partial\chi/\partial\mu)_{V,T}=-N.$$

Отже, знання статистичного інтегралу Z дозволяє визначити великий термодинамічний потенціал χ, а через нього й усі інші термодинамічні параметри системи зі змінним числом частинок. ВКРГ широко використовують під час дослідження хімічних реакцій, фазових перетворень, явищ, які проходять на поверхні тіл тощо. Особливий інтерес має його застосування для знаходження розподілу частинок за енергетичними станами у випадку квантового ідеального газу.

Як відомо, знання та вміння перебувають у діалектичній єдності, взаємно збагачують й доповнюють один одного, тому засвоєння теоретичних матеріалів курсу буде найефективнішим тільки разом із розв'язанням відповідних задач. Особливу роль при цьому слід приділити активізації самостійної розумової діяльності студентів, що сприятиме систематизації, розширенню й поглибленню набутих знань, розвитку пізнавальних і творчих здібностей, навичок самоосвіти й самоконтролю. Не слід засмучуватися, якщо деякі задачі не розв'язуються самостійно з першої спроби; вирішальну роль у їх розв'язанні, як і в навчанні взагалі, відіграють сила волі та працелюбність. Наведемо приклади типових задач.

1. Одержати КРГ за енергіями для лінійного гармонічного осцилятора та обчислити середнє значення його енергії [*відповідь*: $\omega(E)=(1/\theta)e^{-E/\theta}$; $\overline{E}=\theta$].

2. Визначити внутрішню енергію $E_{н.і.}$ системи, що відповідає максимуму КРГ [*відповідь*: $E_{н.і.}=(3N/2-1)\theta$].

3. Оцінити ширину ΔE та відносну ширину δ_E КРГ [*відповідь*: $\Delta E=2\theta\sqrt{3N/2-1}$; $\delta_E=\Delta E/E_{н.і.}=2/\left(\sqrt{3N/2-1}\right)$].

4. Знайти ймовірність того, що ідеальний газ з N частинок, що знаходиться в термостаті з температурою T, має повну енергію в інтервалі $(E;E+dE)$ [*відповідь*: $dW(E)=\dfrac{1}{\Gamma(3N/2)}\left(\dfrac{E}{\theta}\right)^{3N/2}e^{-\frac{E}{\theta}}\dfrac{dE}{E}$].

5. Показати, що для будь-якого макропараметру $L(q,p)$ системи в термостаті справедливий вираз: $\partial \overline{L} / \partial \theta = \overline{(L-\overline{L})(E-\overline{E})} / \theta^2$, де $E = E(q,p)$ – гамільтоніан системи.

Висновки та перспективи подальших наукових розвідок. Процес професійної підготовки майбутнього вчителя фізики передбачає вивчення фундаментальних фізичних теорій, до числа яких, безперечно, відносять термодинаміку і статистичну фізику. Остання традиційно досліджує властивості різноманітних макроскопічних об’єктів, тобто таких, що складаються з величезної кількості частинок. Застосування статистичних методів до макросистем історично сприяло теоретичному обґрунтуванню основних положень термодинаміки та забезпечило їх поглиблений аналіз. На наш погляд, ефективному засвоєнню одного з ключових питань курсу теоретичної фізики сприятиме максимальна лаконічність математичного апарату, цілісність та послідовність викладання навчального матеріалу у відповідності з логікою його подання згідно наукових «першоджерел». З пасивного споживача знань студент має перетворитися на активного їх творця, оскільки справді фундаментальним є саме особистісне знання. У зв’язку з цим особливого значення набуває організація самостійної навчально-пізнавальної роботи, надання їй творчого, дослідницького спрямування. Безумовно, засвоєння теоретичних матеріалів буде ефективним тільки разом із розв’язанням відповідних задач навчального курсу.

ЛІТЕРАТУРА

1. Ансельм А. И. Основы статистической физики и термодинамики / А. И. Ансельм. – М. : Просвещение, 1973. – 423 с.
2. Булавін Л. А. Молекулярна фізика / Л. А. Булавін. – К. : Знання, 2006. – 567 с.
3. Гиббс Дж. Термодинамика. Статистическая механика / Дж. Гиббс ; отв. ред. Д. Н. Зубарев. – М. : Наука, 1982. – 584 с.
4. Школа О. В. Основи термодинаміки і статистичної фізики : навч. посібник / Олександр Школа. – Донецьк : Юго-Восток, 2009. – 374 с.
5. Шредингер Э. Статистическая термодинамика / Э. Шредингер ; пер. с англ. – М. : Изд-во иностр. лит., 1948. – 88 с.

РЕЗЮМЕ

Школа А. В. Методические особенности изучения статистических распределений гиббса в курсе теоретической физики.

В статье проводится краткий анализ методических особенностей изучения статистических распределений Гиббса в курсе теоретической физики педагогического университета, имеющих важное значение в фундаментальной и профессиональной подготовке будущего учителя физики. Эффективному усвоению одного из ключевых вопросов курса способствует максимальная лаконичность

математического аппарата, четкость и последовательность изложения учебного материала в соответствии с логикой его изложения согласно научных «первоисточников».

***Ключевые слова**: макроскопическая система, статистический ансамбль, эргодическая гипотеза, функция статистического распределения, статистический вес, статистический интеграл, химический потенциал.*

SUMMARY

Shkola A. Methodological peculiarities of teaching gibbs' statistical distribution in the course of theoretical physics.

The article provides a brief analysis of approaches of teaching Gibbs' statistical distributions in the course of theoretical physics in pedagogical university, which is important in basic and professional training of future teachers of physics.

The process of professional preparation of future teachers of physics involves the study of fundamental physical theories, which include thermodynamics and statistical physics. The latter traditionally investigates various properties of macroscopic objects, i.e., those that consist of a huge number of particles. Application of statistical methods to macro systems historically contributed to the theoretical substantiation of the basic equations of thermodynamics and provided them with in-depth analysis.

In our view, the efficient absorption of one of the key issues of the course of theoretical physics will promote maximum brevity of the mathematical apparatus, integrity and consistency of presentation of educational materials in accordance with the logic of their submission under scientific «primary sources». From a passive consumer of knowledge the student must turn into its active creator, because personal knowledge is really fundamental. In this sense special value gets organization of independent educational-cognitive work, which is directed at creativity and research. Of course, mastering of theoretical materials will be the most effective only together with the decision of the relevant tasks of the training course.

Statistical methods are now widely used in solving various problems of physics, particularly in such cases as: 1) adiabatic isolated system with fixed energy; 2) isothermal system that exchanges energy with surrounding bodies with certain temperature; 3) system, which exchanges with surrounding bodies both energy and particles, that is, they are in thermal and diffusive contact. The first case leads to so called micro canonic distribution, the second case corresponds to the canonical distribution. The third case leads to the so-called big canonical distribution, which is a generalization of the first two.

The author analyses well-known equations considering the fact that mathematical proof of the general expression of the canonical distribution in the academic literature is sufficiently detailed.

***Key words**: macroscopic system, statistical ensemble, ergodic hypothesis, function of the statistical distribution, statistical weight, statistical integral, chemical potential.*