

УДК 52.075.8

П. П. Трохимчук,
кандидат фізико-математичних наук, доцент кафедри теоретичної
та математичної фізики СНУ імені Лесі Українки;
П. П. Шигорін,
кандидат фізико-математичних наук, старший викладач

Третій етап III Всеукраїнської олімпіади з астрономії



Наведено умови та проаналізовано розв'язання задач третього етапу III Всеукраїнської олімпіади з астрономії.

Ключові слова: задачі з астрономії, олімпіада, практична астрономія, астрофізика, небесна механіка.

Трохимчук П. П., Шигорін П. П. Третий этап III Всеукраинской олимпиады по астрономии.

Приведены условия и проанализированы решения задач третьего этапа III Всеукраинской олимпиады по астрономии.

Ключевые слова: задачи по астрономии, олимпиада, практическая астрономия, астрофизика, небесная механика.

Trokhymchuck P. P., Shygorin P. P. The Third Stage of the III All-Ukrainian Olympiad in Astronomy.

The problems and its solutions of the third stage of the III All-Ukrainian Olympiad in Astronomy are represented and analyzed.

Key words: problems in Astronomy, Olympiad, practical astronomy, astrophysics, celestial mechanics.

23 січня 2013 року, третій рік поспіль, у м. Луцьку проведено третій етап Всеукраїнської олімпіади з астрономії для учнів 10-го та 11-го класів. 17 учасників були десятикласники, 26 – одинадцятикласники. Переможцями змагань стали: в 10-му класі – учень Володимир-Волинської гімназії Козак Олександр (учитель Степанченко Майя Василівна), а в 11-му – учень ЗОШ № 1 м. Ковеля Кузьмич Валентин (учитель Ковальчук Лариса Сергіївна), які й вибороли право бути учасниками четвертого туру олімпіади.

Наведемо умови та проаналізуємо розв'язання запропонованих учням задач.

10 клас

Теоретичний тур

1. На якій широті у день літнього сонцестояння висота Сонця в момент нижньої кульмінації дорівнює -6° ?

Розв'язання

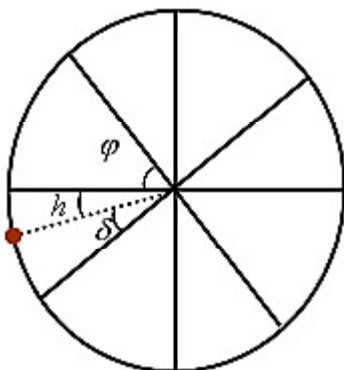


Рисунок 1

У момент кульмінації світило перебуває на небесному меридіані. Для моменту нижньої кульмінації виконується співвідношення (див. рис. 1) $|h| + \delta = 90^\circ - \varphi$. Звідси знаходимо $\varphi = -\delta + 90^\circ - |h|$. У день літнього сонцестояння схилення Сонця $\delta \approx 23^\circ 26'$. Таким чином, одержуємо $\varphi = -23^\circ 26' + 90^\circ - 6^\circ = 60^\circ 34'$.

2. Висота найбільшого вулкана на Марсі 27 км. Із якої відстані його може розгледіти космонавт, якщо цю гору видно на краєві диска планети? Роздільна здатність людського ока (гострота зору) складає $1'$.

Розв'язання

Відстань від гори до космонавта

$$L = \frac{H}{\tan \alpha} = \frac{H}{\alpha}$$

радіанній мірі:

$$\alpha' = \frac{\pi}{180} \times \frac{1}{60} = \frac{3,14}{10800} = 0,00029 \text{ (рад)}$$

$$\text{Тоді } L = \frac{27}{0,00029} \approx 98\,866 \text{ (км)}$$

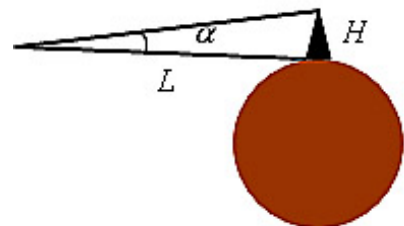


Рисунок 2

Методичні публікації

3. Протистояння малої планети Владеліни повторюється через кожні 511 діб. Визначити середню відстань планети до Сонця в а. о.

Розв'язання

Для визначення середньої відстані планети Владеліни до Сонця a_1 скористаємося третім законом Кеплера:

$\frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{a_1^3}{a_2^3}$, де T_1 – сидеричний період обертання Владеліни. Якщо період виразити в роках ($T_2 = 1$ рік), а

середню відстань – в а. о. ($a_2 = 1$ а. о.), то одержимо: $a_1 = \sqrt[3]{T_1^2}$. Сидеричний період обертання планети знайдемо з рівняння синодичного руху для зовнішньої планети (в умові зазначено синодичний період повторення протистоянь, які можуть відбуватися лише для зовнішніх планет).

$$\text{Маємо: } \frac{1}{S} = \frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1}, \text{ звідси } T_1 = \frac{T_2 S}{S - T_2} = \frac{1 \times 511}{\frac{511}{365,26} - 1} = 3,5 \text{ (року)}. \text{ Отже, } a_1 = \sqrt[3]{3,5^2} = 2,3 \text{ (а. о.)}.$$

4. Під час навколосвітньої мандрівки ви здійснюєте політ на літакові з острова Ізабелла (Атлантичний океан, Галапагоські острови, широта острова $\varphi = 0^\circ$, західна довгота $\lambda = 91^\circ 20'$, годинний пояс $n = -6^h$) в Кенію помилуватися краєвидами озера Вікторія. Ваш літак має здійснити посадку в Найробі, що знаходиться на екваторі (східна довгота $\lambda = 36^\circ 40'$, $n = 3^h$). Оцініть, о котрій годині (за годинником аеропорту прибуття) здійснить посадку ваш літак, якщо час відправлення (за годинником аеропорту на острові Ізабелла) становив $9^h 00^m$. Середня швидкість літака $v = 1000$ км/год. При розрахунку вважати, що літак рухається за найкоротшим шляхом (по великому колові). Вважати, що радіус Землі дорівнює 6378 км.

Розв'язання

Спочатку розрахуємо шлях, який пролетів літак. Різниця довгот між містами $\Delta\lambda = 91^\circ 20' + 36^\circ 40' = 128^\circ$. Літак проходить шлях $s = \frac{2\pi R}{360^\circ} \cdot 128^\circ = 14241$ (км). Час, затрачений на політ, $t = \frac{s}{v} = \frac{14241}{1000} = 14,24^h \approx 14^h 14^m$. За годинником аеропорту відправлення літак здійснить посадку в $t_1 = 9^h 00^m + 14^h 14^m = 23^h 14^m$. Враховуючи різницю годинних поясів, одержуємо, що час прибуття літака в Найробі за місцевим годинником становить $t_2 = t_1 + 9^h = 8^h 14^m$ наступної доби.

5. Визначити найбільше зміщення лінії випромінювання атома Гідрогену (лабораторна довжина хвилі 656,5 нм) у спектрі Крабовидної туманності (кутовий діаметр туманності $6'$, відстань від Землі 1700 пк), яка є залишком наднової зірки, що вибухнула в 1054 році н. е.

Розв'язання

Зміщення довжини лінії випромінювання зумовлено ефектом Доплера $\Delta\lambda = \frac{v}{c} \lambda_0$. Знайдемо швидкість руху речовини в туманності (швидкість розширення зовнішніх шарів): $v = \frac{R}{t}$, де $R = \frac{d_{\text{рад}}}{2} L = \frac{d''}{2 \cdot 206265} L$. Тут $d'' = 6 \cdot 60' = 360'$ – кутовий діаметр туманності в секундах, $L = 1700$ пк = $1700 \cdot 3,26$ св. р. = 5542 св. р. Час розширення $t = 2013 - 1054 = 959$ років.

$$\text{Таким чином, маємо } \Delta\lambda = \frac{v}{c} \lambda_0 = \frac{d'' L}{2 \cdot 206265 \cdot t \cdot c} \lambda_0 = \frac{360 \cdot 5542}{2 \cdot 206265 \cdot 959} 656,5 = 3,3 \text{ (нм)}.$$

Експериментальний тур



Рисунок 3

1. На рис. 3 зображено два знімки Місяця, зроблені однією фотокамерою, встановленою на телескопі, що знаходиться на поверхні Землі. Перший знімок зроблено в момент, коли Місяць знаходився в перигеї, другий – в апогеї. На основі цих даних визначте ексцентриситет орбіти Місяця.

Розв'язання

За означенням, ексцентриситет еліпса $e = \frac{c}{a}$. Тоді

$$r_{\min} = a(1 - e), \quad r_{\max} = a(1 + e). \text{ Звідси } \frac{r_{\min}}{r_{\max}} = \frac{1 - e}{1 + e}. \text{ Ексцентриситет}$$

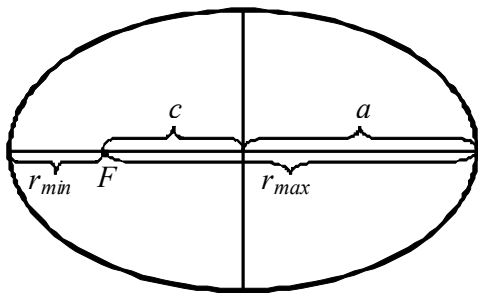


Рисунок 4

$$e = \frac{r_{\max} - r_{\min}}{r_{\max} + r_{\min}} = \frac{r_{\max} - 1}{r_{\max} + 1}$$

З рис. 4 можемо визначити відношення $\frac{r_{\max}}{r_{\min}} = \frac{d_{\text{пер}}}{d_{\text{аног}}}$. На основі фотознімка за допомогою

лінійки визначаємо: $\frac{d_{\text{пер}}}{d_{\text{аног}}} = \frac{4,1}{3,6} = 1,139$. Отже, $e = \frac{0,139}{2,139} \approx 0,06$.

2. Використовуючи таблицю схилень Сонця, визначте дату початку і тривалість полярного дня на острові Діксон, географічна широта якого 73° . (Додаток до задачі – таблиця схилень Сонця впродовж року.)

Розв'язання

За початок полярного дня вибирається той день, коли висота Сонця в момент нижньої кульмінації приблизно дорівнює нулю (для оцінки розміром Сонця нехтуємо), а в наступні дні вона зростає. У нижній кульмінації $h_H = \delta - (90^\circ - \varphi) = 0$, тоді $\delta = -(\varphi - 90^\circ) = 17^\circ$. З таблиці схилень Сонця протягом року знаходимо, що дата початку полярного дня 8 травня. Наступна дата, коли значення схилення Сонця дорівнює 17° , відповідає закінченню полярного дня. З таблиці знаходимо, що це 5 серпня. Таким чином, полярний день на острові Діксон триває 90 діб.

II клас

Теоретичний тур

1. Обґрунтуйте неможливість існування анти-Землі – планети з параметрами Землі, що рухається по тій же орбіті й у тому ж напрямку, що й Земля, з відставанням на півперіода обертання (півроку). Наведіть максимальне число аргументів.

Розв'язання

Теоретично можливе існування анти-Землі передбачив Ейлер. Однак її існування неможливе з таких причин:

1. Анти-Земля була б давним-давно знайдена за допомогою космічних апаратів та за збуреннями рухів внутрішніх планет і астероїдів.

2. На практиці таке тіло не може бути сформоване, оскільки це суперечить теорії протопланетного диску та утворення планет.

3. Головне: збурення зі сторони інших планет рано чи пізно призвело б до зіткнення.

2. Яким був би синодичний період обертання Місяця, коли б його рух навколо Землі проходив би з тією ж швидкістю, але в протилежну сторону ну?

Розв'язання

Різниця між синодичним та сидеричним періодами була б та ж сама – 2,2 доби, але синодичний період був би коротшим, тобто 25,1 доби.

3. Які види затемнень Сонця Фобосом можна бачити в марсіанській обсерваторії? На скільки зоряних величин стане на Марсі темніше в момент найбільшої фази затемнення? Кутовий діаметр Сонця за спостереженням із Землі дорівнює $32'$, середній радіус орбіти Марса – 1,524 а. о., його екваторіальний радіус – 3390 км; поперечник Фобоса – 28×20 км, радіус його орбіти – 9380 км.

Розв'язання

Кутові розміри Фобоса визначаються з таких міркувань. Фобос обертається в площині екватора, тому виберемо пункт спостереження на екваторі. Відстань до Фобоса: $9380 \text{ км} - 3390 \text{ км} = 5990 \text{ км}$. Кутові розміри Фобоса при цьому: $(\frac{28}{5990}) \times (\frac{20}{5990}) = 16 \times 11,5'$. Кутовий діаметр Сонця: $\frac{32'}{1,524} = 21'$. Затемнення може бути лише квазікільцевим. При найбільшій фазі Фобос закrije Сонце своїм поперечником (будемо вважати його еліпсом). Тоді $\frac{E_{\text{зат}}}{E_0} = 1 - (\frac{16 \times 11,5'}{(21')^2}) = 0,58$. Таким чином, зміна зоряної величини $\Delta m = 2,5 \lg(\frac{E_0}{E_{\text{зат}}}) \approx 0,6^m$.

4. Визначіть тривалість сходу Сонця та дату початку полярного дня на північному полюсі Землі. Кутовий діаметр Сонця $32'$, максимальна добова зміна його схилення $23'$, рефракція на горизонті – $35'$.

Розв'язання

Поява центру диска Сонця на полюсі відповідає 21 березня, коли схилення $\delta = 0$. Однак день починається з появою верхнього краю диска, а не його центру, над горизонтом. Тривалість сходу Сонця на полюсі $t_{cx} = \frac{d_c}{\Delta\delta_{\max}} = 1$ доба 9 год 23 хв. А оскільки початок дня – це поява верхнього краю над горизонтом, то Сонце зійде на $t_{cx}/2$ діб раніше. З урахуванням рефракції це зміщення дорівнює $t_{cx}/2 + 35'/\Delta\delta_{\max} = 2,2$ доби.

5. Розсіяне зоряне скупчення має видимий візуальний блиск 1^m . Яке максимальне число зір можна побачити неозброєним оком?

Розв'язання

Оскільки неозброєним оком можна бачити зорі з візуальним блиском до 6^m , то число зір, які можна побачити неозброєним оком у розсіяному скупченні, дорівнює: $N = 2,5 \cdot 12^{6-1} = 10^{0,4(6-1)} = 100$.

Експериментальний тур

1. Опишіть максимальне число способів спостереження чорних дір.

Розв'язання

Чорними дірами називаються масивні об'єкти, які захоплюють та не випускають, а значить і не випромінюють, світла. Такі об'єкти були передбачені 1783 року в Англії, а 1795 року П.-С. Лаплас назвав їх чорними дірами. У 1929 році Л. Ландау запропонував метод оцінки таких об'єктів. У 30-х роках минулого століття першою теоретично було пороховано межу Чандрасекара для білих карликів, а також межу Волкова–Опенгеймера для чорних дір (як пізніше виявилось – для нейтронних зір, які були зареєстровані в 1967 році). Нині прийнято чорними дірами вважати об'єкти, які мають густину більшу за густину нейтронних зір та меншу від густини планкеона (космологічного вакууму). В 1967 році було запропоновано модель локальних чорних дір Зельдовича–Сюняєва. Тепер вважається, що в центрі нашої Галактики є чорна діра розміром декілька сантиметрів та з періодом обертання 2–3 с.

Таким чином, чорні діри можна реєструвати: 1) вивчаючи властивості центрів Галактики; 2) за гравітаційним лінзуванням; 3) у подвійних та більш кратних зоряних системах, коли один із компонентів є чорною дірою і "перетягує" масу інших компонент до себе; 4) в еруптивних галактиках, адже одним із механізмів еруптивності може бути перевищення маси та геометричних розмірів відповідної чорної діри (центру Галактики) та її розпад, включаючи вибух (механізм подібний до старіння зір, відходу їх від головної послідовності діаграми Герцшпрунга–Рассела).

2. Для перевірки, по якому шляху між двома протилежними краями А та Б сферичної Галактики М87 скоріше потрапити з початкового пункту А в кінцевий пункт Б, як зображено на рис. 5, спорядили дві експедиції: песимістів по діаметру та оптимістів навколо Галактики. Песимісти почали свій рух з нульовою швидкістю, оптимісти – по низькій орбіті зі сталою швидкістю. Хто скоріше досягне фінішу? Для кожної з груп визначіть залежність швидкості від відстані до центру галактики, максимальну та середню швидкість руху. Осьовим обертанням галактики знехтувати, масу вважати рівномірно розподіленою. Параметри Галактики М87: радіус центральної компоненти ~ 8 кпк, оболонка прослідковується на відстані до 60 кпк від центра. Маса М87 $\sim 10^{12} M_{\odot}$.

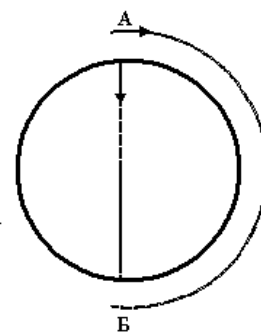


Рисунок 5

Розв'язання

Оптимісти рухаються по коловій орбіті зі сталою швидкістю $V_{op} = \sqrt{GM/R}$. За радіус потрібно вибрати 60 кпк. Час досягнення точки Б

$$t_{op} = \frac{T_{op}}{2} = \pi \sqrt{R^3/GM} \cong 70 \text{ (млн. років)}.$$

Песимісти рухаються по гармонійному закону $g(t) + \frac{GM(r)}{r^2} = 0 \Rightarrow g + \frac{GM}{R^3} r = 0$, де g – прискорення на відстані r від центра. Циклічна частота $\omega_{pes} = \sqrt{\frac{GM}{R^3}}$, а період коливання $T_{pes} = 2\pi \sqrt{R^3/GM}$, час досягнення

$$\text{точки Б } t_{pes} = \frac{T_{pes}}{2} = t_{op}.$$

Залежність швидкості від радіальної координати знаходиться з рівняння руху:
$$V \frac{dV}{dr} = -\frac{GM}{R^3} r \Rightarrow V(r) = V_{circle} \sqrt{1 - \frac{r^2}{R^2}},$$
 де $V_{circle} = V(r=0) = V_{max}$. Середня швидкість шукається зі співвідношення: $\langle V \rangle = \frac{1}{R} \int_0^R V(r) dr = \frac{\pi}{4} V_{circle}$.

Література

1. Андрієвський С. М. Курс загальної астрономії / С. М. Андрієвський, І. А. Климишин. – Одеса : Астропринт, 2007. – 466 с.
2. Астрономічний енциклопедичний словник / за заг. ред. І. А. Климишина та А. О. Корсунь. – Л. : ЛНУ ім. І. Франка, 2003. – 548 с.
3. Чепрасов В. Г. Завдання, запитання і задачі з астрономії / В. Г. Чепрасов. – К. : Освіта, 1992. – 96 с.
4. Климишин І. А. Астрономія / І. А. Климишин. – Л. : Світ, 1994. – 384 с.
5. Arny T. A. Explorations. An introduction to astronomy / T. A. Arny. – Boston a. o. : McGrawHill, 1998. – 580 p.
6. Krauskopf K. B. The Physical Universe / K. B. Krauskopf, A. Beiser. – Boston a. o. : Higher Education, 2006. – 790 p.
7. Малахов Г. И. Дидактический материал по астрономии / Г. И. Малахов, Е. К. Страут. – М. : Просвещение, 1984. – 96 с.
8. Поплавский А. Л. Олимпиады по астрономии / А. Л. Поплавский, Е. С. Мурашко. – Минск : Аверсев, 2009. – 224 с.