

Т. В. Трачук,
кандидат педагогічних наук, доцент кафедри теорії
і методики викладання шкільних предметів ВІППО;

Т. П. Радіщук,
кандидат економічних наук, старший викладач, викладач вищої категорії
Коледжу технологій, бізнесу та права СНУ імені Лесі Українки

Метод математичного моделювання як засіб реалізації прикладної спрямованості вивчення математики

Розглянуто прикладну спрямованість дисципліни «математика» і метод математичного моделювання як засіб її реалізації. Запропоновано структурно-логічну схему побудови математичної моделі. Наведено приклад задачі лінійної алгебри на застосування визначених понять.

Ключові слова: моделювання, прикладна спрямованість математики, прикладні задачі, математична модель.
Трачук Т. В., Радіщук Т. П. Метод математического моделирования как средство реализации прикладной направленности изучения математики.

Рассмотрены прикладная направленность дисциплины «математика» и метод математического моделирования как средство ее реализации. Предложена структурно-логическая схема построения математической модели. Приведен пример задачи линейной алгебры на применение определенных понятий.

Ключевые слова: моделирование, прикладная направленность математики, прикладные задачи, математическая модель.

Trachuk T. V., Radishchuk T. P. Method of Mathematical Modeling as Means of Applied Orientation Studying of Mathematics.

The applied orientation of the discipline „Mathematics” and method of mathematical modeling as means of its realization are considered. The structural and logical scheme of creation of mathematical model is offered. The example of a linear algebra problem on application of certain concepts is given.

Key words: modeling, applied orientation of mathematics, applied tasks, mathematical model.

Постановка проблеми. У сучасному світі математика відіграє велику роль у теоретичних, технічних, економічних дослідженнях. Багато економічних проблем внутрішнього зв'язку прогнозів, їх оптимізації, вибору найефективніших інвестиційних рішень та інших можна успішно розв'язати за допомогою математичних методів [1, 3–4]. Навчання математики через її прикладні можливості відрізняється від традиційного навчання «чистої» математики. Це вимагає впровадження в навчальний процес інтерактивних досліджень нових областей, ситуацій, проблем, для аналізу яких можливе застосування математичного інструментарію. Це у свою чергу вимагає від учителя компетентності керівника, а від учня – якостей дослідника, готового до співробітництва.

Дедалі більше зростає роль формально-логічного апарату математики, математичного моделювання, статистико-ймовірнісних методів у мікро- та макроекономіці. Крім того, математика необхідна для успішного засвоєння фундаментальних та професійно спрямованих дисциплін, які забезпечують базові економічні знання і закладають основи для подальшого вивчення спеціальних економічних предметів. Саме тому необхідно навчити школярів застосовувати математичний апарат до розв'язування конкретних прикладних задач

шляхом побудови й аналізу математичних моделей економіки, які мають вигляд відповідних рівнянь, нерівностей, їх систем тощо.

Аналіз досліджень проблеми. Питання математичного моделювання як засіб реалізації прикладної спрямованості математики є об'єктом дослідження й активного обговорення педагогів, науковців і посідає одне з центральних місць у теорії та методиці навчання математики. Цей факт підтверджує аналіз науково-методичної літератури, відповідних публікацій та матеріалів міжнародних конференцій за останні роки, де різноманітні аспекти означеної проблеми розглянуто як у цілому, так і з позицій загальних основ навчального процесу. Так, проблемі реалізації прикладної спрямованості навчання математики у загальноосвітній школі присвячено дослідження Г. П. Бєвза, Л. М. Вивальнюка, А. М. Гнеденка, О. С. Дубінчука, М. І. Жалдака, З. І. Слєпкань, О. І. Скафи, Л. М. Фрідмана, І. М. Шапіро, В. О. Швеця, М. І. Шкіля та ін. Аналіз наукових досліджень фундаторів математичного моделювання та практичного стану проблеми свідчить про те, що це поняття слід розглядати як один з параметрів, за яким можна було б оцінити внесок математики в розвиток особистості учня.

Питанням міждисциплінарної ролі математичних методів у процесі «приспособлення» їх до різних

наукових дисциплін присвячено роботи Л. Ітельсона, П. Воловика, Дж. Гласса, Дж. Стенлі, М. Грабар, О. Гриничина та ін.

Значного розвитку отримало вивчення практичного застосування методів математичного моделювання в економіці у працях Б. Буркінського, В. Вітлінського, Л. Канторовича, С. Прокопова, Є. Слуцького, М. Тугана-Барановського та ін. За допомогою економіко-математичних методів вони побудували свої теорії, провели практичні розрахунки та обґрунтували висновки, здійснили прогнози й оцінили ризики багатьох економічних явищ і процесів.

Нині пріоритетами розвитку суспільства є модернізація усіх галузей виробництва, запровадження новітніх технологій та методик у систему освіти, медицини, науки і техніки. Тому для успішної участі у суспільному житті особистість повинна володіти певними прийомами математичної діяльності та навичками їх застосувань до розв'язання конкретних практичних задач. Такі тенденції ставлять перед сучасною школою завдання щодо поєднання теоретичного навчання з подальшим практичним застосуванням, а саме підвищення шкільної математичної освіти за умов посилення її прикладного та практичного спрямування, що й зумовлює актуальність вивчення цієї теми.

Метою статті є пропедевтика методу математичного моделювання і застосування його до розв'язування алгебраїчних задач, які мають дослідницький характер, з метою реалізації прикладної спрямованості дисципліни «математика».

Виклад основного матеріалу й обґрунтування результатів дослідження.

В умовах ринкової економіки, коли кожен суб'єкт господарювання самостійно приймає рішення, тобто робить вибір, а головною проблемою є проблема раціонального вибору, стає необхідним математичний розрахунок [2, 13; 4, 13–21]. На перший план виходить математична модель як інструмент дослідження і прогнозу економічних явищ.

Прикладами економічних моделей є моделі споживчого вибору, фірми, економічного росту, рівноваги на товарних, ресурсних і фінансових ринках. Тому введення у викладання математики фінансово-економічних розрахунків і використання їх, разом зі змістовим економічним аналізом, стає актуальним для досягнення головних вимог сучасної освіти і науковості навчання, його доступності, свідомості й активності у навчанні та формування бачення прикладної спрямованості предмета.

Вперше означення поняття «прикладна спрямованість шкільного курсу „математика“» було запропоновано радянським педагогом-математиком В. В. Фірсовим [3, 123–124]. Згодом воно вдосконалювалось іншими вченими – Ю. М. Колягінін, З. І. Слєпканем, І. Ф. Тєслєнком, Г. П. Бєвз. У найширшому розумінні сутність прикладної спрямованості шкільного курсу математики полягає в здійсненні цілеспрямованого, змістового й методологічного зв'язків математики з практикою та набуття студентами у процесі навчання математики знань, умінь і навичок, які будуть використовуватись

ними у повсякденному житті, навчанні, майбутній професійній діяльності [2, 73; 4, 136].

Основним методом реалізації прикладної спрямованості шкільного курсу математики є метод математичного моделювання, а найбільш ефективним засобом – прикладні задачі, які виникли в інших галузях, але потребують математичного розв'язання.

Математичний апарат використовується в економічних розрахунках для аналізування графіків різних залежностей, побудови кривих виробничих можливостей, обробки статистичної інформації, при розрахунку показників економічної динаміки, для обґрунтування потреб у ресурсах, обліку витрат на виробництво, розробці планів, проектів при балансових розрахунках.

Створене зусиллями багатьох дослідників різноманіття методів і моделей величезне. Економіко-математичні моделі дають можливості:

- точно і компактно описати зв'язки між економічними змінними, встановити їх взаємозв'язок та взаємозалежності;
- розв'язувати задачі оптимізації планування та управління, відображаючи специфіку виробничих процесів;
- своєчасно реагувати на зміни ринкової ситуації та адекватно коректувати плани й управлінські рішення;
- прогнозувати розвиток виробничих процесів.

Структурно-логічну схему побудови математичної моделі (рис. 1) досліджуваного економічного явища можна розділити на чотири етапи:

Перший етап – створення математичної моделі, який полягає у перекладі економічної задачі тієї галузі, де вона зародилася, на мову математики; формалізації законів, що об'єднують основні елементи моделі у їх взаємозв'язках.

Другий етап – дослідження математичної моделі. На цьому етапі велика увага приділяється розробці алгоритму і методів розв'язування задачі. Основним на цьому етапі є одержання в результаті аналізу моделі вихідних даних (теоретичних наслідків) для подальшого їх зіставлення з результатами досліджуваних явищ.

Третій етап – інтерпретація розв'язків, тобто з'ясування узгодження теоретичних результатів математичної моделі з результатами досліджуваного економічного процесу в межах визначеної точності.

Четвертий етап – модернізація математичної моделі. Потрібно повернутися до початкової умови та з'ясувати, чи задовольняє одержаний розв'язок змісту прикладної задачі. Іноді в результаті такої інтерпретації з'ясується, що розв'язки математичної задачі або не можуть бути розв'язками прикладної задачі, або виникає потреба в додаткових дослідженнях і перетвореннях [3, 68].



Рисунок 1. Структурно-логічна схема побудови математичної моделі

Математичними моделями здебільшого бувають функції, рівняння, нерівності, їх системи. Розглянемо на прикладі задачі про кормовий раціон методику розв'язування прикладних задач через побудову математичної моделі.

Задача про кормовий раціон. Виходячи з наявних ресурсів, підприємець може використовувати для годування однієї тварини не більше 50 кг сіна та не більше 85 кг силосу на добу. При цьому раціон повинен мати певну харчову цінність: число кормових одиниць – не менше 30 од., вміст білка – не менше 1 кг, кальцію – не менше 100 г, фосфору – не менше 80 г. Дані про харчову цінність і собівартість 1 кг сіна та силосу наведено в табл. 1.

Побудувати математичну модель раціону, який буде забезпечувати повноцінне харчування тварин при мінімальній собівартості. Знайти оптимальний план заданої задачі за допомогою спеціалізованого програмного забезпечення, яке реалізує симплекс-метод для відшукування оптимального плану.

Таблиця 1

Продукт	Сіно	Силос
Кількість кормових одиниць	0,5	0,5
Білок (г/кг)	40	10
Кальцій (г/кг)	1,25	2,5
Фосфор (г/кг)	2	1
Собівартість, грн/кг	1,2	0,8

Увівши позначення x_1 і x_2 – кількість сіна й силосу в добовій нормі та врахувавши харчову їх цінність, зазначену в табл. 1, отримуємо, що у добовій нормі харчова цінність усього сіна та силосу складає $0,5x_1$ і $0,5x_2$ відповідно. З умови задачі випливає, що сумарна цінність кормів повинна бути не менше 30 од., тобто за кількістю кормових одиниць можна записати таку нерівність:

$$0,5x_1 + 0,5x_2 \geq 30.$$

Аналогічно можна записати нерівності для білка, кальцію, фосфору:

$$40x_1 + 10x_2 \geq 1000; 1,25x_1 + 2,5x_2 \geq 100; 2x_1 + x_2 \geq 80.$$

У задачі обмежені ресурси кормів: витрати сіна не повинні перевищувати 50 кг, а силосу – 85 кг, тобто: $x_1 \leq 50$, а $x_2 \leq 85$.

Визначимо функцію собівартості добового раціону. Вона складається із сумарної собівартості сіна та силосу в добовій нормі: $F = 1,2x_1 + 0,8x_2$.

Математична модель задачі має вигляд:

$$F = 1,2x_1 + 0,8x_2$$

$$\begin{cases} 0 \leq x_1 \leq 50 \\ 0 \leq x_2 \leq 85 \\ 0,5x_1 + 0,5x_2 \geq 30 \\ 40x_1 + 10x_2 \geq 1000 \\ 1,25x_1 + 2,5x_2 \geq 100 \\ 2x_1 + x_2 \geq 80. \end{cases}$$

Сформуємо матрицю коефіцієнтів системи обмежень відповідно до вимог програми SIMPLEX:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 50 \\ 0 & 1 & 85 \\ -0,5 & -0,5 & -30 \\ -40 & -10 & -1000 \\ -1,25 & -2,5 & -100 \\ -2 & -1 & -80 \end{pmatrix}.$$

Увівши коефіцієнти функціонала 1,2 і 0,8, обираємо запропонований сенс оптимізації (min). У результаті отримуємо значення компонент оптимального плану: $x_1 = 20$, $x_2 = 40$ та мінімальне значення $F = 56$.

Отже, для забезпечення повноцінного харчування тварин за наявних обмежень на кількості використаних кормів і з метою забезпечення мінімальної собівартості добового раціону, яка складає 56 грн. од., підприємцю необхідно включити у добовий раціон харчування 20 кг сіна та 40 кг силосу.

Основним методом прикладної спрямованості математики є метод математичного моделювання, а найбільш ефективним засобом – прикладні задачі, розв'язування яких потребує глибоких знань як з математики, так і з інших дисциплін. Однак наявність математичних знань не означає, що студенти вміють застосувати їх у конкретних економічних ситуаціях, своїй професійній діяльності. Тому це вміння необхідно формувати у процесі вивчення математики шляхом розв'язування задач з економічним змістом. При цьому необхідно врахувати два аспекти: вміння математично моделювати економічні процеси і вміння практично використовувати одержаний розв'язок математичної моделі.

Висновки

Таким чином, побудова математичних моделей до задач економічного змісту є важливим засобом розвитку прикладної спрямованості навчання математики. Ці задачі відображають реальні економічні ситуації, а їх розв'язання сприяє ознайомленню учнів з економічними поняттями і причинно-наслідковими зв'язками між ними (на рівні уявлення, засвоєння чи закріплення), математичними моделями в економіці, виробленню вмінь будувати та досліджувати математичні моделі економічних ситуацій, застосовувати математичні методи і закономірності в економіці сучасного виробництва, у конкретних економічних та виробничих процесах.

Залучення студентів до розв'язування таких задач сприяє розвитку творчого мислення, свідомому, якісному засвоєнню навчального матеріалу, активізує навчально-пізнавальну діяльність, дозволяє переносити отримані знання і вміння в ту чи іншу галузь, що у свою чергу активізує інтерес до завдань прикладного характеру і вивчення математики в цілому.

Література

1. Бугір М. К. Математика для економістів : навч. посібн. / М. К. Бугір. – К. : Видавн. центр «Академія», 2003. – 520 с.
2. Возняк Г. Прикладні задачі: від теорії до практики / Г. Возняк, О. Возняк. – Т. : Мандрівець, 2003. – 136 с.
3. Нічуговська Л. І. Математичне моделювання в системі економічної освіти : монографія / Л. І. Нічуговська. – Полтава : РВВ ПУСКУ, 2003. – 289 с.
4. Решетняк О. Педагогічні ініціативи. Основні моделі викладання економіки в школі / О. Решетняк // Вісн. ВУАВЕ. – 2004. – № 2. – С. 13–21.