Обдаровані діти

УДК 373.5.016:53

Г. П. Кобель,
доцент кафедри загальної фізики та методики викладання фізики СНУ імені Лесі Українки;
В. О. Савош,
завідувач відділу фізико-математичних дисциплін ВІППО

Третій етап LII Всеукраїнської олімпіади з фізики

Наведено умови задач та їх авторські розв'язування для 8–11 класів теоретичного туру третього етапу LII Всеукраїнської олімпіади з фізики.

Ключові слова: *швидкість, середня швидкість, густина, заряд, електричний опір, лінза.*

Kobel H. P., Savosh V. O. The Third Stage of the LIInd All-Ukrainian Olympiad in Physics.

Terms of tasks and their authorial decisions for 8–11 classes of theoretical turn of the third stage of the LIInd All-Ukrainian Olympiad in physics are given.

Key words: *velocity, middle velocity, density, charge, electrical resistance, lens.*

12 січня 2015 року в м. Луцьку проводився теоретичний тур третього етапу LII Всеукраїнської олімпіади з фізики. У ньому взяли участь 100 учнів – переможців міських та районних олімпіад Волинської області, з них – 24 учні 8 класу, 24 – 9-го, 26 – 10-го і 26 учнів 11 класу. 17 січня проводився експериментальний тур, на який було запрошено 12 учнів 8 класу, 15 – 9-го, 13 – 10-го й 11 учнів 11 класу.

Найкращі результати показали команди м. Луцька (два дипломи I ступеня, один – II ступеня, два – III ступеня), м. Ковеля (один диплом I ступеня, три – II ступеня, один – III ступеня), Ківерцівського району (чотири дипломи II ступеня, один – III ступеня), Волинського ліцею-інтернату (один диплом I ступеня, три – III ступеня).

Наводимо умови й авторські розв'язування задач теоретичного туру.

8 клас

Задача 1. «Паркова» фізика. Друзі Василько та Петрик уранці часто прогулюються в парку. Одного разу Петрик узяв із собою на прогулянку свого пса Спринтера. Василько біжить зі швидкістю $\upsilon = 2$ м/с, йому назустріч ідуть Петрик та Спринтер зі швидкістю $u = 1$ м/с. О 12:00:00 Петрик побачив Василька, який у цей момент був на відстані $L = 300$ м від нього. Петрик одразу ж відпустив Спринтера і собака побіг назустріч Василькові зі швидкістю $\upsilon_c = 9$ м/с. Спринтер, прибігши до Василька, деякий час іде разом із ним, а потім біжить до свого господаря. Прибігши до нього і пройшовшись певний час поряд із Петриком, пес знову біжить до Василька, й так повторюється кілька разів. За час зближення приятелів Спринтер пробув біля кожного з них однаковий час. Загальна довжина шляху, яку пройшов та пробіг пес, становить $L_c = 750$ м. Протягом якого інтервалу часу від 12:00:00 до 12:01:40 Спринтер біг зі швидкістю 9 м/с? Швидкості приятелів не змінювались.

Задача 2. Губка Боб і цеглина. Одного разу гутаперчевий Губка Боб Квадратні Штани відпочивав на суші. Об'єм Губки 20 л, густина сухого Боба $\rho = 100$ кг/м^3. Відомо, що об'єм води в Губці Бобі не перевищує об'єму порожнин у даний момент часу. Губку Боба втомила спрага і він випив три літри води. Несподівано на нього зверху впала цеглина масою $m = 10$ кг. Губка Боб деформувався таким чином, що при максимальному стисненні його зріст зменшився у 5 разів, але горизонтальні розміри при цьому не змінилися (рис. 1). Прийшовши до тями, Губка Боб виявив, що його тиск на землю з цеглиною, що лежить на ньому, становить $p = 3500$ Па. Визначте площу поперечного перерізу Боба. Вважайте, що Губка Боб має форму прямокутного паралелепіпеда. Густина гутаперчі дорівнює густині води: $\rho_в = 1000$ кг/м^3. Вважати $g = 10$ м/с^2.

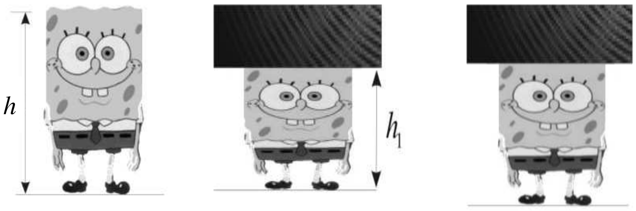


Рисунок 1

Задача 3. Сир «Гауда». Шматок сиру «Гауда» розміром 10×10×10 см має масу M = 650 г. Якщо відрізати зверху маленький шматочок, його густина буде ρ_c = 1100 кг/м^3. Це пов'язано з тим, що всередині шматка сиру є невидимі ззовні великі отвори, наповнені газом. Яка маса газу у великому шматку, якщо густина газу становить $\rho_г$ = 1,29 кг/м^3?

Задача 4. Екстремальна риболовля. Двоє професійних рибалок, масами по M = 90 кг кожен, полюбляють вудити рибу з човна. Відомо: коли човен не протікає, рибалкам вдається за п'ять годин наловити m = 60 кг риби (при цьому краї човна опускаються до рівня води). Старий човен став пропускати воду через дно зі швидкістю υ= 0,4 л/хв. У якому з двох випадків улов на продірявленому човні буде більшим: а) якщо рибалки поїдуть ловити рибу двоє; б) якщо поїде ловити рибу один рибалка? Густина води $\rho_в$ = 1000 кг/м^3.

Задача 5. Комашка і лінза. Комашка летить до тонкої лінзи вздовж її головної оптичної осі зі швидкістю υ = 10 см/с. Через t_1 = 1 с після того як її зображення мало натуральну величину, розмір зображення збільшився вдвічі. Визначте тип лінзи та її фокусну відстань. Яким стало зображення через t_2 = 2 с польоту?

9 клас

Задача 1, 8 клас.
Задача 2, 8 клас.
Задача 3. «Душ» для льоду. Посудина має невеликий отвір біля дна. У неї поклали великий шматок льоду при температурі $t_0 = 0\,^\circ\text{C}$. Зверху на лід тече струмина води (рис. 2) при температурі $t_1 = 20\,^\circ\text{C}$. Витрата води $q = 1\ \frac{\text{г}}{\text{с}}$. Визначити вихідний потік (у $\frac{\text{г}}{\text{с}}$) води із посудини, якщо її температура – $t_2 = 3\,^\circ\text{C}$. Теплообміном з навколишнім середовищем і посудиною можна знехтувати. Питома теплоємність води $c_в = 4190\frac{\text{Дж}}{\text{кг}\cdot{}^\circ\text{C}}$, питома теплота плавлення льоду $\lambda = 332\frac{\text{кДж}}{\text{кг}}$. Рівень води у посудині не збільшується.

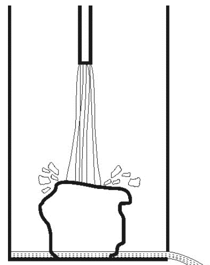


Рисунок 2

Задача 4. Секундомір з підсвіткою. На секундомір з металевим ободом і металевою стрілкою подали постійну напругу: на вісь стрілки і до точки «45 с» на ободі. Також у схему під'єднали лампочку (рис. 3). Через який час після пуску секундоміра яскравість світіння лампочки буде: а) мінімальною; б) максимальною?

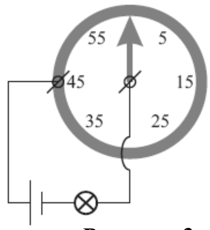


Рисунок 3

Задача 5. Пірамідка у рідині. Із однакових кубиків збудували об'ємну пірамідку з десяти рядів, верхні три ряди якої зображено на рис. 4 (вигляд зверху). Кубики жорстко скріплено між собою. Якщо цю пірамідку помістити у посудину з бензином, густина якого $\rho_б$ = 0,8 г/см^3, то вона буде плавати, занурившись у бензин рівно на три нижніх ряди. На скільки нижніх рядів зануриться ця пірамідка у рідині з густиною ρ = 1960 кг/м^3?

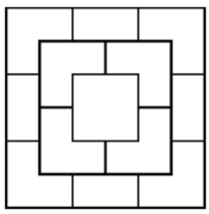


Рисунок 4

10 клас

Задача 1. Під час граду автомобіль їде горизонтальною дорогою зі швидкістю $\upsilon = 30$ км/год. Одна з градин ударяється абсолютно пружно об скло заднього вікна, нахиленого під кутом 30° до горизонтальної площини і відскакує горизонтально у напрямі, протилежному до руху автомобіля (рис. 5). Вважати, що невелика градина падає перед ударом вертикально. Визначити швидкість градини відносно землі:
а) перед ударом;
б) після удару.

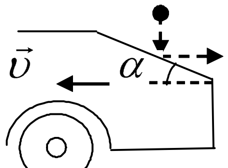


Рисунок 5

Задача 2. Два тіла масами 8 кг та 2 кг, з'єднані між собою шнуром, рухаються по горизонтальній площині з прискоренням 4 м/с^2 під дією сили 62 Н, яка діє на перше тіло в горизонтальному напрямку. Визначити видовження шнура, якщо коефіцієнт тертя 0,2, а жорсткість шнура 60 Н/см. Вважати $g = 10\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$.

Задача 3, 9 клас.
Задача 4, 9 клас.

Задача 5. Два промені, кут між якими $\alpha = 20^\circ$, симетрично перетинають головну оптичну вісь збиральної лінзи на відстані $d = 7{,}5$ см від лінзи (рис. 6). Фокусна відстань лінзи $F = 10$ см. Визначити кут між цими променями після проходження через лінзу. На якій відстані від лінзи знаходиться точка їх перетину?

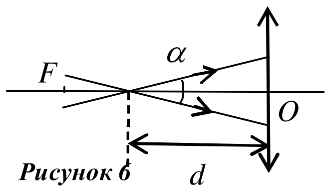


Рисунок 6

11 клас

Задача 1. Під час граду автомобіль їде горизонтальною дорогою зі швидкістю $\upsilon = 25$ км/год. Одна з градин ударяється абсолютно пружно об лобове скло, яке утворює кут $\alpha = 30^\circ$ з вертикаллю, і відскакує горизонтально у напрямі руху автомобіля (рис. 7). Вважати, що невелика градина падає перед ударом вертикально. Визначити швидкість градини відносно землі:

а) до удару;

б) після удару.

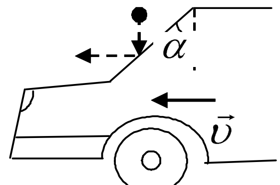


Рисунок 7

Задача 2. Рибалка вирішив виготовити циліндричний поплавок масою M із матеріалу густиною ρ, так щоб він плавав вертикально у воді густиною ρ_0. Знайти межі для маси m свинцевого грузила, яке йому потрібно використати для цього.

Задача 3. У герметично закритому балоні знаходиться суміш із 2 г водню і 64 г кисню при тиску 129 кПа. Відбувається реакція згоряння водню. Який тиск установиться в балоні після охолодження до початкової температури? Водяна пара при охолодженні не конденсується. Молярна маса водню – $\mu_1 = 2\ \frac{\text{г}}{\text{моль}}$. Молярна маса кисню – $\mu_2 = 32\ \frac{\text{г}}{\text{моль}}$.

Задача 4. У схемі, яка зображена на рис. 8, U = 16 В, резистори мають однакові опори, всі вольтметри також однакові. Покази першого вольтметра U_1 = 6 В. Знайти покази другого V_2 і третього V_3 вольтметрів.

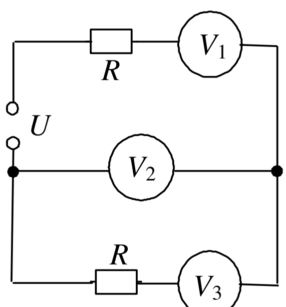


Рисунок 8

Задача 5. Два промені, кут між якими $\alpha = 10^\circ$, симетрично перетинають головну оптичну вісь розсіювальної лінзи на відстані $d = 24$ см від лінзи (рис. 9). Фокусна відстань лінзи $F = 12$ см. Визначити кут між ходом цих променів після проходження через лінзу. На якій відстані від лінзи знаходиться точка їх перетину?

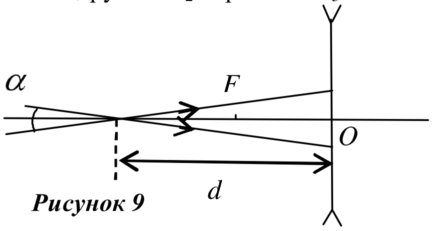


Рисунок 9

Розв'язування задач 8 класу

Задача 1. «Паркова» фізика. Позначимо невідомий проміжок часу через t_1, а τ – інтервал часу, протягом якого пес був біля кожного з приятелів. Загальний час руху Спринтера становить: $t = t_1 + \tau$ (1). Звідси $\tau = \frac{t - t_1}{2}$ (2). Загальну довжину шляху, яку пройшов та пробіг пес, запишемо у вигляді: $L_c = \upsilon_c \cdot t_1 + \tau(u + \upsilon)$ (3). Підставивши (2) в (3), отримаємо:

$L_c = \upsilon_c \cdot t_1 + \frac{t - t_1}{2}(u + \upsilon)$ (4). З останньої формули визначимо шуканий час: $t_1 = \frac{2 \cdot L_c - t \cdot (u + \upsilon)}{2 \cdot \upsilon_c - u - \upsilon}$ (5).

$t_1 = 80$ с.

Задача 2. Губка Боб і цеглина. Тиск Боба на землю з цеглиною, що лежить на ньому, визначається з формули: $p = \frac{(m + m_c + m_в) \cdot g}{S}$ (1), де m_c – маса сухого Боба, $m_в$ – маса води, яка залишилась в Губці після падіння цеглини. Із (1) визначимо площу: $S = \frac{(m + m_c + m_в) \cdot g}{p}$ (2).

Масу сухого Боба знайдемо за формулою: $m_c = \rho \cdot V$ (2). $m_c = 100\ \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \cdot 0{,}02\ \text{м}^3 = 2$ кг. Оскільки під час деформації Боба його зріст зменшився у 5 разів, а площа поперечного перерізу не змінилась, то його об'єм зменшився також у 5 разів: $V_2 = \frac{V}{5}$; $V_2 = \frac{0{,}02\ \text{м}^3}{5} = 0{,}004$ м³. Об'єм V_2 складається з об'єму гутаперчі $V_г$, із якої виготовлений Боб, та об’єму води $V_в$, що залишилась у ньому: $V_2 = V_г + V_в$ (3). $V_г = \frac{m_c}{\rho_г}$;

$V_г = \frac{2\ \text{кг}}{1000\ \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}} = 0{,}002\ \text{м}^3$. Об’єм води $V_в$ знайдемо з формули (3): $V_в = V_2 - V_г$;

$V_в = 0{,}004\ \text{м}^3 - 0{,}002\ \text{м}^3 = 0{,}002\ \text{м}^3$. Масу води $m_в$ знайдемо з формули: $m_в = \rho_в V_в$;

$m_в = 1000\ \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \cdot 0{,}002\ \text{м}^3 = 2\ \text{кг}$. Підставивши числові значення у формулу (2), отримаємо:

$$S = \frac{(10\ \text{кг} + 2\ \text{кг} + 2\ \text{кг}) \cdot 10 \frac{\text{Н}}{\text{кг}}}{3500\ \text{Па}} = 0{,}04\ \text{м}^2.$$

Задача 3. **Сир «Гауда»**. З умови задачі випливає, що шматочок сиру маленький. Тоді можна вважати, що його густина становить $\rho_c = 1{,}1\ \frac{\text{г}}{\text{см}^3}$. Загальний об’єм шматка: $V = V_c + V_г$ (1). З умови задачі легко знайти об’єм шматка сиру: $V = 10\ \text{см} \cdot 10\ \text{см} \cdot 10\ \text{см} = 10\ \text{см}^3$. Рівняння для визначення маси шматка сиру має вигляд: $M = V_c \cdot \rho_c + V_г \cdot \rho_г$ (2). Оскільки ρ_c набагато більше за $\rho_г$, то рівняння (2) набуде вигляду: $M \approx V_c \cdot \rho_c$ (3). Звідси $V_c \approx \frac{M}{\rho_c}$ (4). Підставивши (4) в (1), знайдемо об’єм газу: $V_г \approx V - \frac{M}{\rho_c}$ (5). Знаючи об’єм та густину газу, знайдемо його масу: $m \approx (V - \frac{M}{\rho_c})\rho_г$;

$$m \approx (1000\text{см}^3 - \frac{650\,\text{г}}{1{,}1\ \frac{\text{г}}{\text{см}^3}}) \cdot 1{,}29 \cdot 10^{-3} \frac{\text{г}}{\text{см}^3} = 527{,}7\text{мг}.$$

Задача 4. **Екстремальна риболовля.** Швидкість вилову риби одним рибалкою становить: $\upsilon_0 = \frac{60\ \text{кг}}{2 \cdot 5\ \text{год}} = 6\ \frac{\text{кг}}{\text{год}}$. Швидкість заповнення човна водою становить: $\upsilon = 0{,}4\ \frac{\text{кг}}{\text{хв}} = 24\ \frac{\text{кг}}{\text{год}}$.

Загальна маса вантажу, яку може перевозити човен, становить: $M_{макс} = 2 \cdot M + m$ (1).

$M_{макс} = 2 \cdot 90\ \text{кг} + 60\ \text{кг} = 240\ \text{кг}$. Якщо рибалки поїдуть на риболовлю двоє, то маса впійманої риби та води, що заповнила човен, становитиме: $M_1 = 240\ \text{кг} - 180\ \text{кг} = 60\ \text{кг}$. Якщо t_1 – час їхньої спільної риболовлі, то $M_1 = t_1(2 \cdot \upsilon_0 + u)$ (2). Звідси $t_1 = \frac{M_1}{2 \cdot \upsilon_0 + u}$; $t_1 = \frac{60\ \text{кг}}{2 \cdot 6\ \frac{\text{кг}}{\text{год}} + 24\ \frac{\text{кг}}{\text{год}}} = \frac{5}{3}$ год. Маса впійманої риби в цьому випадку становитиме: $m_1 = 2 \cdot \upsilon_0 \cdot t_1$; $m_1 = 2 \cdot 6\ \frac{\text{кг}}{\text{год}} \cdot \frac{5}{3}\ \text{год} = 20\ \text{кг}$. Якщо на риболовлю поїде один рибалка, то маса впійманої риби та води, що заповнила човен, становитиме: $M_2 = 240\ \text{кг} - 90\ \text{кг} = 150\ \text{кг}$. Якщо t_2 – час його риболовлі, то $M_2 = t_2(\upsilon_0 + u)$ (3). Звідси $t_2 = \frac{M_2}{\upsilon_0 + u}$; $t_1 = \frac{150\ \text{кг}}{6\ \frac{\text{кг}}{\text{год}} + 24\ \frac{\text{кг}}{\text{год}}} = 5\ \text{год}$. Улов одного рибалки становитиме: $m_2 = \upsilon_0 \cdot t_2$;

$m_2 = 6\ \frac{\text{кг}}{\text{год}} \cdot 5\ \text{год} = 30\ \text{кг}$. Улов більший у другому випадку.

Задача 5. Комашка і лінза. Зображення має натуральну величину, коли предмет перебуває у подвійному фокусі збиральної лінзи. Використовуючи формулу лінзи, визначаємо, що її фокусна відстань 20 см, а відстань від комашки до лінзи через 3 с польоту становитиме $l = \upsilon \cdot t = 10\ \frac{\text{см}}{\text{с}} \cdot 1\ \text{с} = 10\ \text{см}$, тобто половину фокусної відстані. Зображення при цьому буде уявним і збільшеним у 2 рази.

Розв'язування задач 9 класу

Задача 1 (див. розв. задачі 1, 8 клас).

Задача 2 (див. розв. задачі 2, 8 клас).

Задача 3. «Душ» для льоду. За час $\Delta\tau$ у посудину вливається маса води $\Delta m = q \cdot \Delta\tau$, яка має температуру $t_1 = 20\,^\circ$C. Вона плавить лід і нагріває отриману воду до температури $t_2 = 3\,^\circ$C. Вода віддає кількість теплоти:

$$Q_1 = c\Delta m(t_1 - t_2) = cq\Delta\tau(t_1 - t_2),$$

а при плавленні льоду і нагріванні отриманої з нього води поглинається кількість теплоти:

$$Q_2 = \lambda\Delta m_1 + c\Delta m_1(t_2 - t_0),$$

де Δm_1 – маса розтопленого за час $\Delta\tau$ льоду. Із рівняння теплового балансу випливає, що $Q_1 = Q_2$, звідки

$$\Delta m_1 = \frac{cq\Delta\tau(t_1 - t_2)}{\lambda + c(t_2 - t_0)}.$$

Із посудини за час $\Delta\tau$ витікає вода, яка в нього за цей час вливалася, і додатково вода, отримана при плавленні льоду. Отже, вихідний потік води із посудини:

$$q_{вих} = \frac{\Delta m + \Delta m_1}{\Delta\tau} = \frac{q\Delta\tau}{\Delta\tau} + \frac{cq\Delta\tau(t_1 - t_2)}{\Delta\tau(\lambda + c(t_2 - t_0))} = q\left(1 + \frac{c(t_1 - t_2)}{\lambda + c(t_2 - t_0)}\right).$$

Виконаємо обчислення та знайдемо $q_{вих}$ у $\frac{г}{с}$: $q_{вих} = 10 \cdot \left(1 + \frac{4190 \cdot (20 - 3)}{332 \cdot 10^3 + 4190 \cdot (3 - 0)}\right) = 12{,}1\left(\frac{г}{с}\right).$

Задача 4. Яскравість лампи розжарювання прямо пропорційна потужності, яка в ній виділяється: $P = I^2 R$, де R – опір лампи, I – сила струму, який проходить через неї. Отже, максимальна яскравість буде при максимальній силі струму, а мінімальна – при мінімальній. Зобразимо еквівалентну схему: R_{01}, R_{02} – опори частин обода, які з'єднані паралельно, R_c – опір стрілки (рис. 10). Опір усього обода $R_0 = R_{01} + R_{02} = \rho\frac{l}{s}$. На силу струму в колі впливає лише значення опорів частин металевого обода, які залежать від положення стрілки. Якщо стрілка перебуває на поділці «45 с», то опір однієї частини обода дорівнює нулю (струм по ободу не проходить). У такому положенні стрілки сила струму в колі буде максимальною, а відповідно і яскравість буде максимальна.

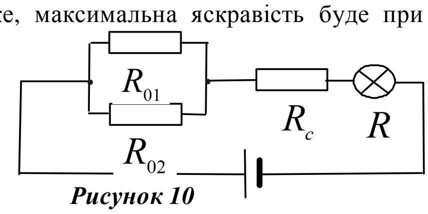


Рисунок 10

Опір паралельно з'єднаних частин обода: $R_n = \frac{R_{01} \cdot R_{02}}{R_{01} + R_{02}}$. Врахуємо, що $R_0 = R_{01} + R_{02}$. Звідси знаходимо: $R_{01} = R_0 - R_{02}$. Тоді $R_n = \frac{(R_0 - R_{02}) \cdot R_{02}}{R_0} = \frac{R_0 R_{02} - R_{02}^2}{R_0}$. Графіком функції $R_n = f(R_{02})$ є парабола, вітки якої напрямлені вниз. Вона перетинає вісь абсцис у початку координат $R_{02} = 0$ і в точці $R_{02} = R_0$. Максимального значення функція набуває при $R_{02} = \frac{R_0}{2}$. Опір другої частини обода $R_{01} = R_0 - R_{02} = \frac{R_0}{2}$. Опори обох частин обода рівні між собою у випадку, коли стрілка секундоміра перебуває на позначці «15 с». Отже, у такому положенні стрілки сила струму через лампу буде мінімальна і відповідно яскравість світіння буде мінімальною.

Задача 5. Пірамідка у рідині. Запишемо II закон Ньютона для двох випадків: а) пірамідка плаває у бензині; б) пірамідка плаває в іншій рідині.

а) $mg - F_{A1} = 0$ (1); $F_{A1} = \rho_Б g V_1$ (2); $mg = \rho_Б g V_1$ (3);

б) $mg - F_{A2} = 0$ (4); $F_{A2} = \rho_2 g V_2$ (5); $mg = \rho_2 g V_2$ (6).

Прирівнявши рівняння (3) й (6), отримаємо: $\rho_2 g V_2 = \rho_Б g V_1$ (7), $V_2 = \frac{\rho_Б}{\rho_2} V_1$ (8). З рисунка видно, що кількість кубиків у будь-якому ряді буде становити n^2, якщо n – номер ряду, починаючи з верхнього. Якщо V_0 – об'єм одного кубика, то $V_1 = 245V_0$ (9). Підставивши (9) у (8), отримаємо: $V_2 = \frac{\rho_Б}{\rho_2} \cdot 245V_0 = \frac{0{,}8}{1{,}96} \cdot 245V_0 = 100V_0$. Сто кубиків містить десятий зверху (або перший знизу) ряд пірамідки.

Розв'язування задач 10 класу

Задача 1. За законом додавання швидкостей: $\vec{\upsilon}_1 = \vec{\upsilon}_2 + \vec{u}$ (1), де $\vec{\upsilon}_1$ – швидкість градини відносно землі до удару, $\vec{\upsilon}_2$ – швидкість градини відносно автомобіля до удару, $\vec{u}$ – швидкість автомобіля відносно землі.

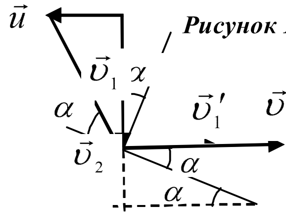


Рисунок 11

Із формули (1) знаходимо швидкість градини відносно автомобіля: $\vec{\upsilon}_2 = \vec{\upsilon}_1 - \vec{u}$ (2). Зобразимо трикутник швидкостей за співвідношенням (2). При абсолютно пружному ударі кут падіння дорівнює куту відбивання. На рис. 11 вказано рівні кути α. Із трикутника швидкостей знаходимо: $\upsilon_1 = u \cdot \mathrm{ctg}\left(90^\circ - 2\alpha\right)$. $\upsilon_1 = u \cdot \mathrm{ctg}30^\circ = \sqrt{3}u$. З цього ж трикутника знаходимо швидкість градини відносно автомобіля: $\upsilon_2 = \dfrac{u}{\sin\left(90^\circ - 2\alpha\right)}$. $\upsilon_2 = \dfrac{u}{\sin 30^\circ} = 2u$.

Оскільки удар градини об скло абсолютно пружний, швидкість градини відносно автомобіля при ударі не змінює модуль $\upsilon_2' = \upsilon_2 = 2u$. Запишемо знову закон додавання швидкостей градини після удару: $\vec{\upsilon}_1' = \vec{\upsilon}_2' + \vec{u}$. Враховуючи, що всі ці швидкості напрямлені горизонтально, переходимо до проекції на горизонтальну вісь: $\upsilon_1' = \upsilon_2' - u$. $\upsilon_1' = 2u - u = u$.

Задача 2. На перший погляд може скластися враження, що в умові є зайві дані, які не узгоджуються між собою. Якщо тіла, з'єднані легкою ниткою, рухаються з прискоренням 4 м/с^2, то прикладена сила: $F = \left(m_1 + m_2\right)a + \mu m_1 g + \mu m_2 g$. $F = \left(m_1 + m_2\right)\cdot\left(a + \mu g\right)$, $F = (8+2)\cdot(4+0{,}2\cdot 10) = 60(\text{Н}) \langle 62(\text{Н})$.

Якщо ж сила F = 62 Н, як задано в умові, то треба врахувати, що тіла з'єднані шнуром, який має масу і рухається з прискоренням (рис. 12). Знайдемо масу шнура. Вважаємо, що вага шнура розподіляється порівну між двома точками його кріплення.

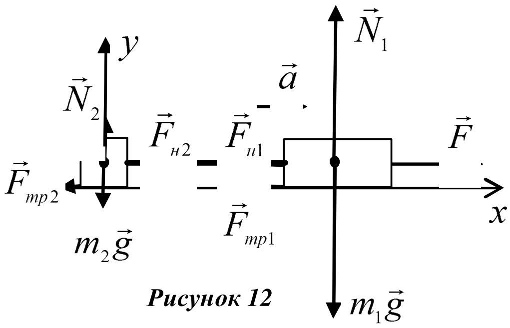


Рисунок 12

$$F = \left(m_1 + m_2 + m_3\right)a + \mu\left(m_1 + \frac{m_3}{2}\right)g + \mu\left(m_2 + \frac{m_3}{2}\right)g,\quad m_3 = \frac{F}{a + \mu g} - \left(m_1 + m_2\right).\quad m_3 = \frac{62}{4 + 0{,}2\cdot 10} - (8+2) = 0{,}33\,(\text{кг}).$$

Виходячи із цього аналізу, стає зрозумілим, що сила натягу шнура не однакова по всій довжині. Більша сила натягу в місці його кріплення до першого тіла. Менша сила натягу в місці його кріплення до другого тіла спричиняє рух цього тіла. Відповідно друге тіло спричиняє видовження шнура. Різниця сил, прикладених до шнура у місцях кріплення першого і другого тіл, надає прискорення шнуру.

Запишемо закон руху другого тіла і знайдемо силу натягу $\vec{F}_{н2}$: $\vec{F}_{н2} + \vec{F}_{тр2} + m_2\vec{g} + \vec{N}_2 + \dfrac{m_3\vec{g}}{2} = m_2\vec{a}$.

Спроектуємо векторне рівняння на координатні осі:

Ox: $F_{н2} - F_{тр2} = m_2 a$; *Oy*: $N_2 - m_2 g - \dfrac{m_3 g}{2} = 0$.

Сила тертя $F_{тр2} = \mu N_2 = \mu\left(m_2 + \dfrac{m_3}{2}\right)g$. Тоді сила натягу $F_{н2} = F_{тр2} + m_2 a = \mu\left(m_2 + \dfrac{m_3}{2}\right)g + m_2 a$.

Виконаємо обчислення: $F_{н2} = 0{,}2\left(2 + \dfrac{0{,}33}{2}\right)10 + 4\cdot 2 = 12{,}33\,(\text{Н})$.

Аналогічно запишемо закон руху першого тіла і знайдемо силу натягу $\vec{F}_{н1}$, яка діє на перше тіло: $\vec{F} + \vec{F}_{н1} + \vec{F}_{тр1} + m_1\vec{g} + \vec{N}_1 + \dfrac{m_3\vec{g}}{2} = m_1\vec{a}$. У проекціях *Ox*: $F - F_{н1} - F_{тр1} = m_1 a$; *Oy*: $N_1 - m_1 g - \dfrac{m_3 g}{2} = 0$.

Сила тертя $F_{тр1} = \mu N_1 = \mu\left(m_1 + \dfrac{m_3}{2}\right)g$. Тоді сила натягу $F_{н1} = F - F_{тр1} - m_1 a = F - m_1 a - \mu\left(m_1 + \dfrac{m_3}{2}\right)g$.

Виконаємо обчислення: $F_{н1} = 62 - 8\cdot 4 - 0{,}2\left(8 + \dfrac{0{,}33}{2}\right)10 = 13{,}67\,(\text{Н})$.

Видовження шнура знайдемо за законом Гука: $F_{н2} = k\Delta l$, $\Delta l = \dfrac{F_{н2}}{k}$.

Виконаємо обчислення у СІ: $\Delta l=\dfrac{12{,}33}{6\cdot 10^3}=2{,}055\cdot 10^{-3}\ (\text{м})\approx 2{,}1$ мм.

Задача 3 (див. розв. задачі 3, 9 клас).

Задача 4 (див. розв. задачі 4, 9 клас).

Задача 5. Для побудови ходу променя після лінзи проведемо паралельно до нього побічну оптичну вісь. Знаходимо положення побічного фокуса F': точка перетину побічної оптичної осі та фокальної площини. Після лінзи промінь проходить через побічний фокус, оскільки на лінзу він падає паралельно до побічної оптичної осі. З головною оптичною віссю перетинається продовження променя у точці S_1, утворюючи кут $\dfrac{\beta}{2}$ з нею (рис. 13).

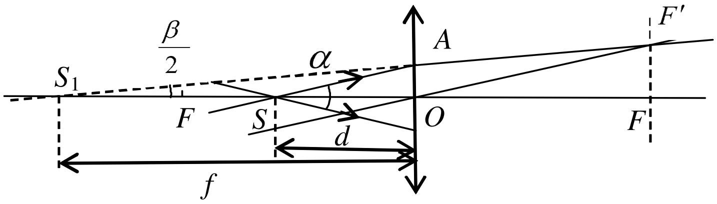


Рисунок 13

Зображення S_1 точки S у лінзі є уявним. Відстань від лінзи до зображення знайдемо за формулою тонкої лінзи:

$$\frac{1}{F}=\frac{1}{d}-\frac{1}{f}.$$

Звідси знаходимо: $\dfrac{1}{f}=\dfrac{1}{d}-\dfrac{1}{F}$, $f=\dfrac{Fd}{F-d}$. $f=\dfrac{10\cdot 7{,}5}{10-7{,}5}=30\ (\text{см})$.

Із трикутників AOS та AOS_1 знаходимо AO і прирівнюємо їх: $d\cdot \operatorname{tg}\dfrac{\alpha}{2}=f\cdot \operatorname{tg}\dfrac{\beta}{2}$. Звідси знаходимо: $\beta=2\operatorname{arctg}\left(\dfrac{d}{f}\cdot \operatorname{tg}\dfrac{\alpha}{2}\right)=2\operatorname{arctg}\left(\dfrac{F-d}{F}\cdot \operatorname{tg}\dfrac{\alpha}{2}\right)$.

Виконаємо обчислення: $\beta=2\operatorname{arctg}\left(\dfrac{10-7{,}5}{10}\cdot \operatorname{tg}\dfrac{20^\circ}{2}\right)=2\operatorname{arctg}\left(0{,}25\cdot \operatorname{tg}10^\circ\right)\approx 5^\circ$.

Розв'язування задач 11 класу

Задача 1. За законом додавання швидкостей: $\vec{\upsilon}_1=\vec{\upsilon}_2+\vec{u}$ (1), де $\vec{\upsilon}_1$ – швидкість градини відносно землі до удару, $\vec{\upsilon}_2$ – швидкість градини відносно автомобіля до удару, $\vec{u}$ – швидкість автомобіля відносно землі.

Із формули (1) знаходимо швидкість градини відносно автомобіля: $\vec{\upsilon}_2=\vec{\upsilon}_1-\vec{u}$ (2). Зобразимо трикутник швидкостей за співвідношенням (2). При абсолютно пружному ударі кут падіння дорівнює куту відбивання. На рис. 14 вказано рівні кути α. З трикутника швидкостей знаходимо $\upsilon_1=u\cdot \operatorname{ctg}\left(90^\circ-2\alpha\right)$. $\upsilon_1=u\cdot \operatorname{ctg}30^\circ=\sqrt{3}u$. З цього ж трикутника

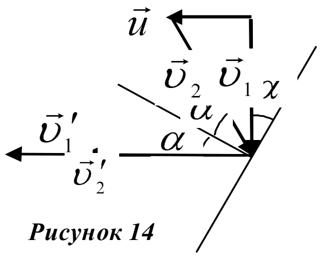


Рисунок 14

знаходимо швидкість градини відносно автомобіля: $\upsilon_2=\dfrac{u}{\sin\left(90^\circ-2\alpha\right)}$. $\upsilon_2=\dfrac{u}{\sin 30^\circ}=2u$.

Оскільки удар градини об скло абсолютно пружний, швидкість градини відносно автомобіля при ударі не змінює модуль $\upsilon_2'=\upsilon_2=2u$. Запишемо знову закон додавання швидкостей градини після удару: $\vec{\upsilon}_1'=\vec{\upsilon}_2'+\vec{u}$. Враховуючи, що всі ці швидкості напрямлені горизонтально, переходимо до проекції на горизонтальну вісь: $\upsilon_1'=\upsilon_2'+u$. $\upsilon_1'=2u+u=3u$.

Задача 2. Маса грузила не повинна перевищувати максимально можливу, при якій поплавок повністю занурений у воду, але ще плаває. Умова плавання поплавка: $\vec{F}_A+\left(M+m\right)\vec{g}=0$ (1), або у скалярному вигляді: $F_A-\left(M+m\right)g=0$, $\rho_0 gV_n=\left(M+m\right)g$ (2).

Об'єм поплавка: $V_n=\dfrac{M}{\rho}$. Тоді умова (2) набуває вигляду: $\rho_0\dfrac{M}{\rho}=M+m$. Звідси знаходимо: $m_{\max}=M\left(\dfrac{\rho_0}{\rho}-1\right)$. Отже, маса грузила $m\le M\left(\dfrac{\rho_0}{\rho}-1\right)$ (3).

Визначимо найменше значення маси грузила, при якій можливе вертикальне плавання поплавка. На рис. 15 показано граничне положення поплавка, який трохи відхиляється від вертикального положення.

Умова рівноваги поплавка: $\sum_{i=1}^{n}\vec{F}_i = 0$ – рівнодійна сил дорівнює нулю, $\sum_{i=1}^{n} M_i = 0$, алгебраїчна сума моментів сил дорівнює нулю. Нехай L – довжина поплавка, l – довжина його зануреної частини, S – площа поперечного перерізу поплавка.

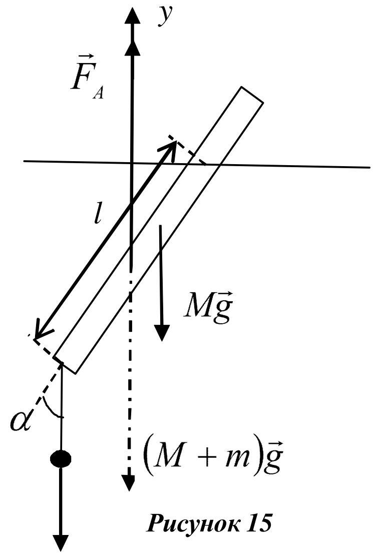


Рисунок 15

Запишемо першу умову: $F_A - (M+m)g = 0$ (4),

$\rho_0 g V_з = (M+m)g$. $\rho_0 V_з = M + m$, $\rho_0 Sl = M + m$.

Площа поперечного перерізу поплавка: $S = \dfrac{M}{\rho L}$. Тоді $M + m = \rho_0 \dfrac{Ml}{\rho L}$ (5). Тепер скористаємося правилом моментів. Розглянемо обертання поплавка відносно осі, яка проходить через точку прикладання архімедової сили перпендикулярно до площини рисунка. $mg\dfrac{l}{2}\sin\alpha = Mg\left(\dfrac{L}{2} - \dfrac{l}{2}\right)\sin\alpha$, $ml = M(L-l)$. Знаходимо масу грузила: $m = M\left(\dfrac{L}{l} - 1\right)$. Звідси: $M + m = M\dfrac{L}{l}$ (6). Прирівняємо праві частини (5) і (6): $\rho_0\dfrac{Ml}{\rho L} = M\dfrac{L}{l}$. Звідси знаходимо: $\dfrac{L}{l} = \sqrt{\dfrac{\rho_0}{\rho}}$.

Отже, мінімальна маса грузила $m_{\min} = M\left(\sqrt{\dfrac{\rho_0}{\rho}} - 1\right)$ (7).

Поєднуючи (3) та (7), отримуємо, що шукана маса задається подвійною нерівністю: $M\left(\sqrt{\dfrac{\rho_0}{\rho}} - 1\right) \le m \le M\left(\dfrac{\rho_0}{\rho} - 1\right)$.

Задача 3. У балоні міститься $\nu_1 = \dfrac{m_1}{\mu_1} = \dfrac{2}{2} = 1$(моль) водню і $\nu_2 = \dfrac{m_2}{\mu_2} = \dfrac{64}{32} = 2$ (моль) кисню.

Після підпалювання суміші відбувається хімічна реакція $2H_2 + O_2 = 2H_2O$.

У реакції бере участь 1 моль водню та 0,5 моль кисню (у два рази менше, ніж водню). Кількість утворених молів води дорівнює початковій кількості молів водню.

Отже, після реакції у балоні буде знаходитися $\nu_{в.п.} = 1$ моль водяної пари і $\nu_2' = 1{,}5$ моль кисню.

Запишемо рівняння Менделєєва–Клапейрона для водню та кисню у початковому стані: $P_в V = \nu_1 RT$, $P_к V = \nu_2 RT$, де $P_в$ і $P_к$ – парціальні тиски водню і кисню до реакції. Тоді, використовуючи закон Дальтона: $P = P_в + P_к$, маємо рівняння стану суміші газів: $PV = (\nu_1 + \nu_2)RT$ (1).

Аналогічно отримаємо рівняння стану суміші водяної пари і кисню після реакції та охолодження суміші до початкової температури:

$P'V = (\nu_{в.п.} + \nu_2')RT$ (2).

Поділимо друге рівняння на перше: $\dfrac{P'}{P} = \dfrac{\nu_{в.п.} + \nu_2'}{\nu_1 + \nu_2}$.

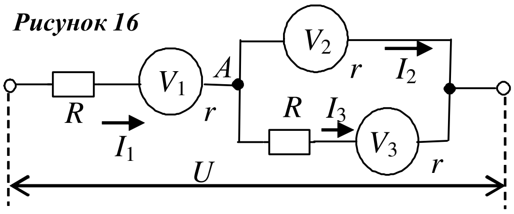
Звідси знаходимо: $P' = \dfrac{\nu_{в.п.} + \nu_2'}{\nu_1 + \nu_2}P$.

Виконаємо обчислення:

$$P' = \frac{1 + 1{,}5}{1 + 2}\cdot 132\cdot 10^3 = 110\cdot 10^3\ (\text{Па}) = 110\ \text{кПа}.$$

Задача 4. Зобразимо трохи інакше електричну схему (рис. 16). Нехай r – опір кожного із вольтметрів. Вольтметр завжди показує спад напруги на самому собі. Напруги на паралельно з’єднаних вітках однакові: $U_2 = U_3 + \frac{U_3}{r}R$ (1). Через вольтметр V_3 проходить струм силою $I_3 = \frac{U_3}{r}$. Спад напруги на всьому колі дорівнює сумі спадів на окремих, послідовно з’єднаних ділянках: $U = U_1 + \frac{U_1}{r}R + U_2$ (2). Через вольтметр V_1 проходить струм силою $I_1 = \frac{U_1}{r}$.

Рисунок 16



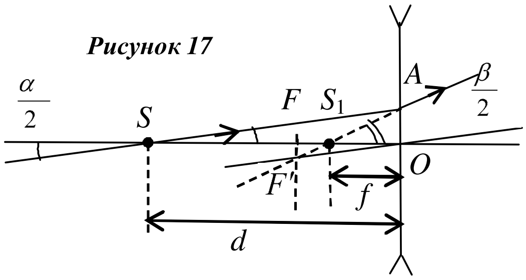
Із рівнянь (1) та (2) виключаємо $\left(1+\frac{R}{r}\right)$. Із (1) знаходимо: $1+\frac{R}{r} = \frac{U_2}{U_3}$. Із (2) маємо: $1+\frac{R}{r} = \frac{U-U_2}{U_1}$. Отримуємо рівняння відносно напруг $\frac{U_2}{U_3} = \frac{U-U_2}{U_1}$ (3). Для вузла A маємо: $I_1 = I_2 + I_3$, або $\frac{U_1}{r} = \frac{U_2}{r} + \frac{U_3}{r}$. Звідси $U_1 = U_2 + U_3$ (4).

Розв’язуємо рівняння (3) і (4) як систему: із (4) маємо: $U_3 = U_1 - U_2$. $\frac{U_2}{U_1 - U_2} = \frac{U - U_2}{U_1}$, $U_2U_1 = (U_1 - U_2)(U - U_2)$, $U_2U_1 = UU_1 - UU_2 - U_1U_2 + U_2^2$. Або: $U_2^2 - 2U_1U_2 - UU_2 + UU_1 = 0$. Перейдемо в отриманому квадратному рівнянні до числових коефіцієнтів: $U_2^2 - 28U_2 + 96 = 0$. $U_2 = 14 \pm \sqrt{196-96} = 14 \pm 10$. Значення $U_2 = 24\ \text{В} \rangle 16\ \text{В} = U$, тому його відкидаємо.

Отже, $U_2 = 4$ В, а $U_3 = 6 - 4 = 2\ (\text{В})$.

Задача 5. Для побудови ходу променя після лінзи проведемо паралельно до нього побічну оптичну вісь. Знаходимо положення побічного фокуса F': точка перетину побічної оптичної осі та фокальної площини. Після проходження через розсіювальну лінзу промінь відхиляється від оптичної осі. Продовження променя проходить через передній побічний фокус, оскільки на лінзу він падає паралельно до побічної оптичної осі. З головною оптичною віссю продовження променя перетинається у точці S_1, утворюючи кут $\frac{\beta}{2}$ з нею (рис. 17).

Рисунок 17



Зображення S_1 точки S у розсіювальній лінзі є уявним. Відстань від лінзи до зображення знайдемо за формулою тонкої лінзи для розсіювальної лінзи:

$$-\frac{1}{F} = \frac{1}{d} - \frac{1}{f}.$$

Звідси знаходимо: $\frac{1}{f} = \frac{1}{d} + \frac{1}{F}$, $f = \frac{Fd}{F+d}$. $f = \frac{12\cdot 24}{12+24} = 8\ (\text{см})$.

Із трикутників AOS та AOS_1 знаходимо AO і прирівнюємо їх: $d\cdot \operatorname{tg}\frac{\alpha}{2} = f\cdot \operatorname{tg}\frac{\beta}{2}$. Звідси знаходимо:

$$\beta = 2\operatorname{arctg}\left(\frac{d}{f}\cdot \operatorname{tg}\frac{\alpha}{2}\right) = 2\operatorname{arctg}\left(\frac{F+d}{F}\cdot \operatorname{tg}\frac{\alpha}{2}\right).$$

Виконаємо обчислення:

$$\beta = 2\operatorname{arctg}\left(\frac{12+24}{12}\cdot \operatorname{tg}\frac{10^\circ}{2}\right) = 2\operatorname{arctg}\left(3\cdot \operatorname{tg}5^\circ\right) \approx 29{,}4^\circ.$$

Література

1. Алексейчук В. Обласні олімпіади з фізики. Задачі та розв’язки / В. Алексейчук, О. Гальчинський, Г. Шопа. – Л. : Євросвіт, 2004. – 184 с. : іл.
2. Гончаренко С. У. Фізика. Олімпіадні задачі. Вип. 2. 9–11 класи / С. У. Гончаренко, Є. В. Коршак. – Т. : Навч. кн. – Богдан, 1999. – 200 с.
3. Задачи по физике : учебн. пособ. / [под ред. О. Я. Савченко]. – СПб. : Лань, 2001. – 368 с.