УДК 373.5.016:53

Г. П. Кобель,
доцент кафедри експериментальної фізики та інформаційно-вимірювальних технологій СНУ імені Лесі Українки, старший викладач кафедри теорії та методики викладання шкільних предметів ВІППО;
В. О. Савош,
завідувач відділу фізико-математичних дисциплін ВІППО

Третій етап LIII Всеукраїнської олімпіади з фізики

Наведено умови задач та їх авторські розв'язки для 8–11 класів теоретичного туру третього етапу LIII Всеукраїнської олімпіади з фізики.
Ключові слова: *швидкість, середня швидкість, густина, заряд, електричний опір, лінза.*
Kobel H. P., Savosh V. O. The Third Stage of the LIIIrd All-Ukrainian Olympiad in Physics.
Terms of tasks and their authorial decisions for 8–11 classes of theoretical turn of the third stage of the LIIIrd All-Ukrainian Olympiad in physics are given.
Key words: *velocity, middle velocity, density, charge, electrical resistance, lens.*

11 січня 2016 року в м. Луцьку проводився теоретичний тур третього етапу LIII Всеукраїнської олімпіади з фізики. У ньому взяли участь 95 учнів – переможців міських та районних олімпіад Волинської області, з них: 22 учні 8 класу, 24 – 9-го, 25 – 10-го і 24 учні 11 класу. 16 січня проводився експериментальний тур, на який було запрошено 11 учнів 8 класу, 13 – 9-го, 18 – 10-го і 14 учнів 11 класу.

Найкращі результати показали члени команд м. Луцька (три дипломи І ступеня, п'ять – ІІ ступеня), Волинського ліцею-інтернату (один диплом І ступеня, два – ІІ ступеня), Нововолинського ліцею-інтернату (три дипломи ІІ ступеня), м. Ковеля (один диплом І ступеня, один – ІІ ступеня, три – ІІІ ступеня), Ківерцівського району (один диплом І ступеня, один – ІІ ступеня, два – ІІІ ступеня).

Наводимо умови та авторські розв'язки задач теоретичного туру.

8 клас

Задача 1. Дорога до стадіону. Відстань від стадіону «Авангард» до будинку юного футболіста Василька становить L = 4 км. Її Василько долає за t_0 = 16 хв. Спочатку він іде пішки до автобусної зупинки, потім їде автобусом зі швидкістю υ = 51 км/год, а далі знову йде пішки ще деякий час. Швидкість ходьби Василька становить 20 % середньої шляхової швидкості. Визначте час, протягом якого юний футболіст їхав автобусом.

Задача 2. Метеорологічна станція. На Волинській метеорологічній станції проводять вимірювання густини снігу в повітрі за допомогою опадоміра (прилад для вимірювання кількості опадів). Опадомір складається з циліндричної посудини із площею дна S = 200 см^2 й висотою H = 40 см. Під час вимірювань сніжинки падали вертикально вниз зі швидкістю υ = 60 см/с. За шість годин рівень снігу в опадомірі досягнув h = 15 см, а густина снігу в посудині становила ρ_0 = 0,15 г/см^3. Визначте, яке значення густини снігу ρ отримали на Волинській метеостанції.

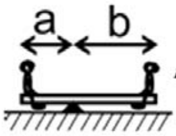

Рисунок 1а

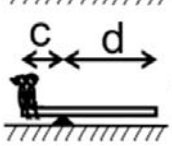
Рисунок 1б

Задача 3. Гелієва кулька. П'ятачок, готуючись до дня народження ослика Іа, наповнив гелієм гумову кульку, при цьому маса газу становила 20 % маси усієї кульки. Наступного дня П'ятачок визначив, що об'єм кульки зменшився у два рази, а маса гелію становила 10 % маси кульки. Він пригадав уроки фізики і зрозумів, що частина гелію проникла через стінки кульки. Допоможіть П'ятачкові визначити, у скільки разів змінилась середня густина кульки.

Задача 4. На колоді. Петро та його менша сестра Даринка гойдаються на однорідній масивній колоді. Колода перебуватиме в рівновазі, якщо Даринка сидить на одному, а Петро на іншому її кінці (рис. 1а). Якщо колоду змістити, а Даринка сяде поруч із Петром на одному з її кінців (рис. 1б), то гойдалка знову буде у рівновазі. Колода має довжину l = 3 м; у першому випадку довжина лівої частини a = 1 м, в другому – c = 50 см. Визначте, у скільки разів відрізняються маси Петра й Даринки.

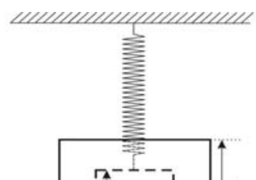

Рисунок 2

Задача 5. Куб на пружині. Важок у формі куба, довжина ребра якого a = 30 см, а маса m = 100 кг, приєднано до стелі за допомогою пружини (рис. 2). У початковий момент часу пружина недеформована. Через різке охолодження куб швидко стиснувся так, що всі його сторони зменшились на Δa = 5 см. На скільки зміниться тиск куба на підлогу? Жорсткість пружини k = 2 кН/м. Вважати g = 10 Н/кг.

9 клас

Задача 1. *Див. задачу 1 для 8 класу.*

Задача 2. Несправний кран. У великій кімнаті, температура повітря в якій становить $t_0 = 20\,^\circ\mathrm{C}$, знаходиться несправний водопровідний кран. З нього тоненькою струминою за одиницю часу витікає $\mu = 0{,}1\ \frac{\text{г}}{\text{с}}$ води. Вода потрапляє в тонкостінну металеву раковину з квадратним перерізом 30 см на 30 см. Температура води в крані $t_1 = 54\,^\circ\mathrm{C}$. Злив раковини прикритий таким чином, що вода з неї частково витікає.

При цьому рівень води в раковині встановлюється на висоті H = 10 см, що дорівнює глибині раковини. Визначте температуру води t, яка встановиться у раковині. Теплоємністю раковини можна знехтувати, теплопровідність раковини висока. Вважати, що потік теплоти від води в раковині дорівнює $q = kS(t - t_0)$, де $k = 0{,}3\ \dfrac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot {}^\circ\text{C}}$, а S – площа поверхні води, враховуючи стінки та дно раковини. Потік не залежить від напряму. Питома теплоємність води $c_в = 4200\ \text{Дж}/(\text{кг} \cdot {}^\circ\text{C})$. Вода в раковині змішується.

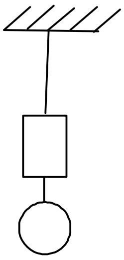

Рисунок 3

Задача 3. *Див. задачу 3 для 8 класу.*

Задача 4. Важки. Два вантажі висять на нитках у повітрі (рис. 3). Сила натягу верхньої нитки у два рази більша від сили натягу нижньої. Коли обидва вантажі повністю занурили у воду, їхнє розміщення не змінилося. Сила натягу верхньої нитки зменшилася на 20 %, а нижньої – на 30 %. Визначити густину нижнього ρ_1 та верхнього ρ_2 вантажів. Густина води $\rho = 1\ \dfrac{\text{г}}{\text{см}^3}$.

Задача 5. Три резистори. Учасник III етапу Всеукраїнської учнівської олімпіади з фізики Степан склав схему з трьох однакових резисторів (рис. 4) і приєднав її до джерела постійної напруги (джерело напруги вважати ідеальним). За допомогою вольтметра Степан виміряв спочатку напругу між точками A і D, а потім між точками A і B й отримав числові значення напруги U_{AD} = 3 В та U_{AB} = 0,9 В відповідно. Після цього юний фізик з'єднав точки B і D провідником (опором провідника можна знехтувати) і виміряв напругу між точками A і C. Яке числове значення напруги U_{AC} він отримав?

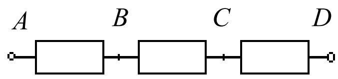

Рисунок 4

10 клас

Задача 1. Тіло рухається зі сталим прискоренням протягом 4 с. За першу секунду спостереження за рухом воно проходить 2 м, за другу – 1 м. Яку відстань проходить тіло за третю та за четверту секунди?

Задача 2. Кулька 1 масою m і зарядом q (рис. 5), яка підвішена на нитці довжиною l, обертається навколо нерухомої кульки 2 з таким же зарядом q. Кулька 2 закріплена на вертикальній осі і лежить у площині обертання кульки 1 у центрі кола, яке описує кулька 1. Кут між напрямком нитки і вертикаллю дорівнює α. Визначте частоту ν обертання кульки 1.

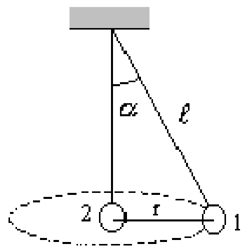

Рисунок 5

Задача 3. На горизонтальній поверхні стоїть куб масою $m = 1$ кг. З якою мінімальною силою і під яким кутом до горизонту потрібно тягнути куб за середину верхнього ребра, щоб він почав перекидатись не ковзаючи по площині, якщо коефіцієнт тертя куба з поверхнею становить $\mu = 0{,}4$?

Задача 4. *Див. задачу 2 для 9 класу.*

Задача 5. Довжина тіні від стовпа завдовжки 4 м дорівнює 3 м. Визначте розміри тіні від м'яча, радіус якого 20 см.

11 клас

Задача 1. Один берег струмка знаходиться на 35 см нижче від іншого. Ширина струмка – 120 см. З якою мінімальною швидкістю має відштовхнутися коник-стрибунець, щоб перестрибнути через струмок? Опором повітря знехтувати.

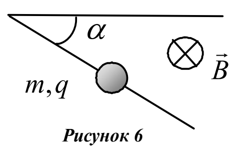

Рисунок 6

Задача 2. Намистинка, нанизана на нерухомий стержень, який розташований під кутом α до горизонту, має масу m і заряд $q>0$ (рис. 6). Намистинка може ковзати вздовж стержня з коефіцієнтом тертя μ і починає рух зі стану спокою, причому $\mu = \text{tg}\alpha$. Система знаходиться в однорідному магнітному полі з індукцією B, лінії якої горизонтальні (перпендикулярні до площини рисунка). Яку максимальну швидкість і яке максимальне прискорення буде мати рухома намистинка? Стержень не проводить електричний струм.

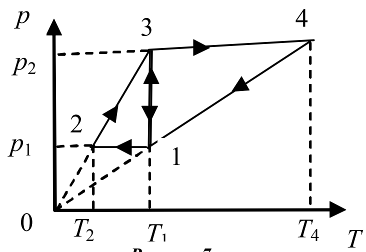

Рисунок 7

Задача 3. Над газом проводять два цикли: 1-2-3-1 та 1-3-4-1 (рис. 7). Визначити температуру при ізотермічному процесі, якщо T_2 та T_4 відомі.

Під час якого циклу газ виконує більшу роботу? Відповідь обґрунтувати.

Задача 4. Вольтметр і міліамперметр з'єднали послідовно і приєднали до джерела. При цьому покази приладів були: 1,3 В та 0,5 мА. Потім з'єднали послідовно два таких вольтметри й той же міліамперметр і приєднали до джерела. При цьому один з вольтметрів показав 0,7 В. Знайти опори приладів. Що показали у цьому випадку два інші прилади? Що показуватимуть прилади, якщо взяти три вольтметри?

Задача 5. Визначити мінімальну відстань між предметом та його дійсним зображенням, якщо оптична сила лінзи дорівнює 4 дптр.

Розв'язування задач 8 класу

Задача 1. Знайдемо середню шляхову швидкість Василька: $\upsilon_c = \dfrac{L}{t_0}$; $\upsilon_c = \dfrac{4\,\text{км} \cdot 60}{16\,\text{год}} = 15\ \dfrac{\text{км}}{\text{год}}$.

З іншого боку, $\upsilon_c = \dfrac{l_x + l_a}{t_0}$ (1), де l_x та l_a – шляхи, які подолав хлопчик під час ходьби та їдучи автобусом відповідно. $l_x = \upsilon_x \cdot (t - t_a)$ (2), $l_a = \upsilon \cdot t_a$ (3). За умовою задачі $\upsilon_x = 0{,}2\upsilon_c$, тому $l_x = 0{,}2\upsilon_c \cdot (t - t_a)$ (4). Підставивши (3) й (4) в (1), отримаємо: $\upsilon_c = \dfrac{0{,}2\upsilon_c \cdot (t - t_a) + \upsilon \cdot t_a}{t_0}$. Звідси $t_a = \dfrac{0{,}8 \cdot \upsilon_c \cdot t_0}{\upsilon - 0{,}2\upsilon_c}$; $t_a = 4$ хв.

Задача 2. За час $\tau = 6$ год в опадомір потрапив сніг, масу якого можна визначити з формули: $m = \rho_0 \cdot V = \rho_0 \cdot S \cdot h$ (1). Через поперечний переріз S у повітрі за час τ пройшов сніг такою самою масою $m = \rho \cdot V_2 = \rho \cdot S \cdot h_2 = \rho \cdot S \cdot \upsilon \cdot \tau$ (2). Прирівнявши (1) і (2), отримаємо: $\rho = \dfrac{\rho_0 \cdot S \cdot h}{S \cdot \upsilon \cdot \tau} = \dfrac{\rho_0 \cdot h}{\upsilon \cdot \tau}$. Підставивши числові значення, отримаємо: $\rho = 1{,}736\ \dfrac{\text{г}}{\text{см}^3}$.

Задача 3. Очевидно, що маса усієї кульки M складається з маси оболонки m_o та маси газу в ній $m_г$.

В перший день маса усієї кульки становила $M_1 = m_о + m_{г1} = m_о + 0{,}2 \cdot M_1$ (1).

Наступного дня $M_2 = m_о + m_{г2} = m_о + 0{,}1 \cdot M_2$ (2). Визначимо маси кульки з рівнянь 1 та 2: $M_1 = \dfrac{m_о}{0{,}8}$ (3); $M_2 = \dfrac{m_о}{0{,}9}$ (4). Середню густину кульки визначимо з формули: $\rho = \dfrac{M}{V}$. Тоді $\rho_1 = \dfrac{M_1}{V_1} = \dfrac{m_0}{0{,}8 \cdot V_1}$ (5); $\rho_2 = \dfrac{M_2}{V_2} = \dfrac{2 \cdot m_0}{0{,}9 \cdot V_1}$ (6). Поділивши (6) на (5), одержуємо: $\dfrac{\rho_2}{\rho_1} = \dfrac{16}{9}$.

Задача 4. Нехай m_1, m_2, M – маси Петрика, Даринки та гойдалки відповідно. Запишемо умову рівноваги гойдалки для двох випадків: $m_1 g \cdot a = m_1 g \cdot b + M \cdot g \cdot l_1$ (1) $(m_1 + m_2) \cdot g \cdot c = M \cdot g \cdot l_2$ (2), де $l_1 = 0{,}5$ м, а $l_2 = 1$ м – положення центра мас колоди в першому та другому випадках відповідно. Перетворивши рівняння (1) та (2), отримаємо: $m_1 a = m_1 b + M \cdot l_1$ (3) $m_1 c + m_2 c = M \cdot l_2$ (4). Із рівнянь (3) та (4) одержуємо відношення: $\dfrac{m_1}{m_2} = \dfrac{0{,}5c + b}{a - 0{,}5\,c}$;

$$\frac{m_1}{m_2} = 3.$$

Задача 5. Початковий тиск куба на підлогу: $P_0 = \dfrac{mg}{a^2} = 11111$ Па.

Оскільки висота куба зменшилась, то пружина розтягнулась і на куб ще стала діяти сила пружності, напрямлена вертикально вгору: $F = k \cdot \Delta a$.

Крім цього, змінилася площа дотику куба із землею.

Тому кінцевий тиск куба після охолодження: $P_1 = \dfrac{(mg - F)}{(a - \Delta a)^2} = 14\,400$ (Па).

Як бачимо, тиск збільшиться.

Різниця тисків становить: $P_1 - P_0 = 14\,400 - 11\,111 = 3289$ (Па).

Розв'язування задач 9 класу

Задача 1. *Див. розв. задачі 1 для 8 класу.*

Задача 2. Через певний час перестають змінюватися об'єм води у раковині та її температура. Вода у раковині отримує від гарячої води кількість теплоти: $Q_1 = cm(t_1 - t) = c\mu\tau(t_1 - t)$, де τ – проміжок часу.

Дано:
$t_0 = 20\ ^\circ\text{C}$
$\mu = 0{,}1\ \dfrac{\text{г}}{\text{с}}$
$a \times b = 30$ см $\times$ 30 см
$t_1 = 54\ ^\circ\text{C}$
$H = 10$ см
$k = 0{,}3\ \dfrac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot {}^\circ\text{C}}$
$c_в = 4200$ Дж/(кг $\cdot\ ^\circ$C)

t – ?

За цей час τ вода передає навколишньому повітрю кількість теплоти:

$$Q_2 = q\tau = kS(t - t_0)\tau = 2k(a \cdot b + a \cdot H + b \cdot H)(t - t_0)\tau.$$

Прирівнюючи $Q_1 = Q_2$, знайдемо температуру t.

$$c\mu\tau(t_1 - t) = 2k(a \cdot b + a \cdot H + b \cdot H)(t - t_0)\tau.$$

$$c\mu t_1 - c\mu t = 2k(a \cdot b + a \cdot H + b \cdot H)t - 2k(a \cdot b + a \cdot H + b \cdot H)t_0;$$

$$c\mu t_1 + 2k(a \cdot b + (a + b)H)t_0 = 2k(a \cdot b + (a + b)H)t + c\mu t;$$

$$t = \frac{c\mu t_1 + 2k(a \cdot b + (a + b)H)t_0}{c\mu + 2k(a \cdot b + (a + b)H)}.$$

$$t = \frac{4200 \cdot 10^{-4} \cdot 54 + 2 \cdot 0{,}3(0{,}3 \cdot 0{,}3 + (0{,}3 + 0{,}3) \cdot 0{,}1)20}{4200 \cdot 10^{-4} + 2 \cdot 0{,}3(0{,}3 \cdot 0{,}3 + (0{,}3 + 0{,}3) \cdot 0{,}1)} = \frac{22{,}68 + 1{,}8}{0{,}42 + 0{,}09} = \frac{24{,}48}{0{,}51} = 48\,(^\circ\text{C}).$$

Задача 3. *Див. розв. задачі 1 для 8 класу.*

Задача 4. Запишемо умову рівноваги першого та другого тіл (рис. 8): $T_1 = m_1 g$; $T_1 = \rho_1 V_1 g$ (1); $T_2 = T_1 + m_2 g$ (2) або $2T_1 = T_1 + \rho_2 V_2 g$ (3); $T_1 = \rho_2 V_2 g$ (4).

Дано:
$\rho = 1\,\dfrac{\text{г}}{\text{см}^3}$
$T_2 = 2T_1$
$T_1' = 0{,}7T_1$
$T_2' = 0{,}8T_2$
$\rho_1 - ?$
$\rho_2 - ?$

Після занурення вантажів у воду на них ще діє архімедова сила й умови рівноваги тіл набувають вигляду (рис. 9): $T_1' + F_{A1} = m_1 g$; $T_2' + F_{A2} = T_1' + m_1 g$ (5). Враховуючи умову задачі, (5) набуває вигляду: $0{,}7T_1 = \rho_1 V_1 g - \rho V_1 g$, $0{,}8 \cdot 2T_1 = 0{,}7T_1 + \rho_2 V_2 g - \rho V_2 g$. Або: $0{,}7T_1 = (\rho_1 - \rho) V_1 g$ (6); $0{,}9T_1 = (\rho_2 - \rho) V_2 g$ (7).

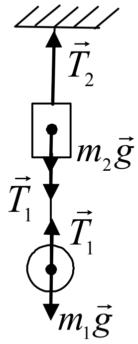

Рисунок 8

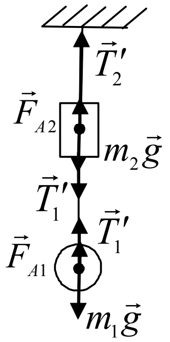

Рисунок 9

Поділивши (6) на (1) та (7) на (4), отримуємо: $\dfrac{\rho_1 - \rho}{\rho_1} = 0{,}7$; $\dfrac{\rho_2 - \rho}{\rho_2} = 0{,}9$. Звідси $\rho_1 = \dfrac{10}{3}\rho = 3{,}3\left(\dfrac{\text{г}}{\text{см}^3}\right)$; $\rho_2 = 10\rho = 10\left(\dfrac{\text{г}}{\text{см}^3}\right)$.

Задача 5. Оскільки U_1 і U_2 відрізняються не в три рази, то вольтметр у Степана неідеальний. Нехай R – опір вольтметра, а r – опір кожного з резисторів.

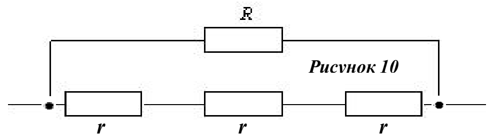

Рисунок 10

Перша схема має вигляд (рис. 10):

У цій схемі вольтметр показує напругу джерела струму. Тобто напруга джерела – U_1.

Друга схема має вигляд (рис. 11):

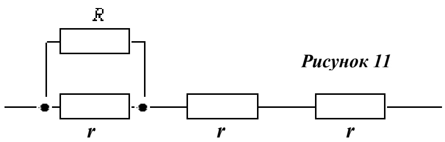

Рисунок 11

Підрахувавши еквівалентний опір, отримаємо покази вольтметра в другому випадку: $U_2 = U_1 \dfrac{\frac{Rr}{R+r}}{\frac{Rr}{R+r} + 2r} = \dfrac{U_1}{3 + \frac{2r}{R}}$.

Звідси визначимо відношення опорів резистора і вольтметра: $\dfrac{r}{R} = \dfrac{1}{2}\left(\dfrac{U_1}{U_2} - 3\right) = \dfrac{1}{6}$.

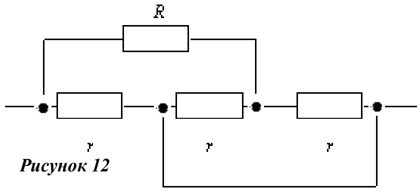

Рисунок 12

Третя схема й еквівалентна їй схема мають вигляд (рис. 12, 13):

Оскільки джерело є ідеальним, то напруга на його клемах дорівнює U_1 і дорівнює спаду напруг на паралельних вітках (рис. 13). У цій схемі показ вольтметра дорівнює U_3. Тоді $U_3 + \dfrac{U_3}{R} \cdot \dfrac{r}{2} = U_1$. Звідси знаходимо: $U_3 = U_1 \dfrac{R}{R + \frac{r}{2}} = \dfrac{4U_1U_2}{U_1 + U_2}$. $U_3 = 2{,}77$ В.

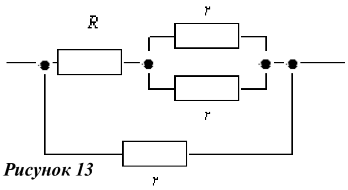

Рисунок 13

Розв'язування задач 10 класу

Задача 1. З умови задачі зрозуміло, що тіло рухається рівносповільнено. Закон руху тіла: $x = x_0 + \upsilon_0 t - \dfrac{at^2}{2}$. Шлях, пройдений тілом за першу секунду: $S_1 = x_1 - x_0 = \upsilon_0 t_1 - \dfrac{at_1^2}{2}$ (1). Шлях, пройдений тілом за другу секунду: $S_2 = x_2 - x_1 = \upsilon_0 (t_2 - t_1) - \dfrac{a(t_2^2 - t_1^2)}{2}$ (2). Для спрощення розв'язування підставимо в рівняння (1) та (2) числові значення величин у СІ та знайдемо υ_0 та a. $\upsilon_0 - \dfrac{a}{2} = 2$; $\upsilon_0 - \dfrac{3a}{2} = 1$.

Дано:
$S_1 = 2$ м
$S_2 = 1$ м
$t_1 = 1$ с
$t_2 = 2$ с
a – const
$S_3 - ?$, $S_4 - ?$

Звідси знаходимо: $a = 1\left(\dfrac{\text{м}}{\text{с}^2}\right)$, $\upsilon_0 = \dfrac{a}{2} + 2$, $\upsilon_0 = 2{,}5\left(\dfrac{\text{м}}{\text{с}}\right)$. Запишемо залежність швидкості від часу: $\upsilon = \upsilon_0 - at = 2{,}5 - t$. Зобразимо залежність швидкості від часу графічно (рис. 14). З графіка видно, що у момент часу 2,5 с тіло на мить зупиняється, його швидкість дорівнює нулю і тіло змінює напрям швидкості на протилежний. Із графіка знаходимо шлях за третю секунду як суму площ двох трикутників: $S_3 = 2 \cdot \dfrac{1}{2} \cdot 0{,}5 \cdot 0{,}5 = 0{,}25$ (м).

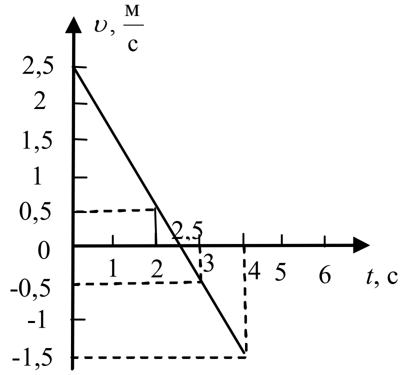

Рисунок 14

Шлях, пройдений тілом за четверту секунду, знаходимо як площу трапеції: $S_4 = \dfrac{0{,}5 + 1{,}5}{2} \cdot 1 = 1$ (м).

Задача 2. Виконаємо рисунок і позначимо усі сили, які діють на кульку 1 (рис. 15). Запишемо закон руху кульки 1 по колу радіусом r навколо кульки 2, яка має такий же заряд q, як і кулька 1. $m\vec{a} = \vec{T} + m\vec{g} + \vec{F}_e$. Прискорення руху кульки 2 напрямлене вздовж радіуса до центру кола. Запишемо рівняння у проекціях на координатні осі:

на вісь X: $ma = T\sin\alpha - F_e$;

на вісь $У$: $0 = T\cos\alpha - mg$.

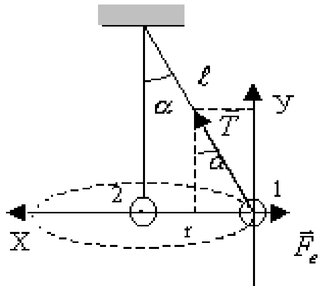

Рисунок 15

З другого рівняння знаходимо $T = \dfrac{mg}{\cos\alpha}$ і підставляємо у перше рівняння: $ma = mg\cdot\mathrm{tg}\,\alpha - F_e$. $F_e = \kappa\dfrac{q^2}{r^2} = \kappa\dfrac{q^2}{\ell^2\sin^2\alpha}$, $a = \omega^2 r = 4\pi^2\nu^2\ell\sin\alpha$.

Тоді $m4\pi^2\nu^2\ell\sin\alpha = mg\cdot\mathrm{tg}\,\alpha - \kappa\dfrac{q^2}{\ell^2\sin^2\alpha}$.

Звідси знаходимо частоту $\nu = \dfrac{1}{2\pi}\sqrt{\dfrac{g}{\ell\cos\alpha} - \dfrac{\kappa q^2}{m\ell^3\sin^3\alpha}}$.

Задача 3. А) Розглянемо випадок, коли сила F напрямлена горизонтально (рис. 16).

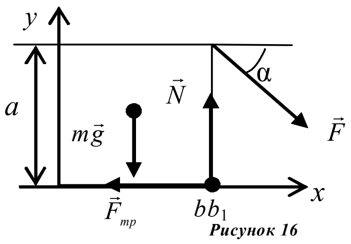

Рисунок 16

Нехай $F \le F_{тр}$. Сила тертя $F_{тр} = \mu N = \mu mg$.

За правилом моментів для обертання куба навколо ребра bb_1 (перпендикулярного до площини рисунка) маємо: $F\cdot a = mg\cdot\dfrac{a}{2}$; $\mu mg\cdot a \ge mg\cdot\dfrac{a}{2}$. Звідси $\mu \ge 0{,}5$. Проте це не задовольняє умову, бо $\mu = 0{,}4$.

Б) Отже, сила F напрямлена під кутом α до горизонту вниз. Запишемо для даного випадку другий закон динаміки та правило моментів:

$\vec{F} + \vec{N} + m\vec{g} + \vec{F}_T = 0$ та $mg\cdot\dfrac{a}{2} = F\cos\alpha\cdot a$.

З останнього рівняння знаходимо: $F = \dfrac{mg}{2\cos\alpha}$.

Перше рівняння проектуємо на осі координат:

Ox: $F\cos\alpha - F_T = 0$; Oy: $-F\sin\alpha - mg + N = 0$. З останнього рівняння $N = F\sin\alpha + mg$. З першого рівняння $F\cos\alpha = F_T = \mu\cdot N$. Розв'яжемо рівняння як систему відносно α. $F\cos\alpha = \mu(F\sin\alpha + mg)$.

$F = \dfrac{\mu mg}{\cos\alpha - \mu\sin\alpha}$; $\dfrac{mg}{2\cos\alpha} = \dfrac{\mu mg}{\cos\alpha - \mu\sin\alpha}$; $\dfrac{1}{2} = \dfrac{\mu}{1-\mu\mathrm{tg}\,\alpha}$; $1 - \mu\mathrm{tg}\,\alpha = 2\mu$. Звідси знаходимо $\mathrm{tg}\,\alpha = \dfrac{1-2\mu}{\mu}$, тоді $\dfrac{1}{\cos\alpha} = \sqrt{1+\mathrm{tg}^2\alpha} = \sqrt{1+\dfrac{1-4\mu+4\mu^2}{\mu^2}} = \dfrac{1}{\mu}\sqrt{5\mu^2-4\mu+1}.$

Шукане значення сили: $F = \dfrac{mg}{2\mu}\sqrt{5\mu^2-4\mu+1}$.

Виконаємо обчислення в СІ: $F = \dfrac{1\cdot 9{,}8}{2\cdot 0{,}4}\sqrt{5\cdot 0{,}4^2 - 4\cdot 0{,}4 + 1} = 5{,}5\ (\text{Н})$.

Задача 4. *Див. розв. задачі 2 для 9 класу.*

Задача 5. Тінь від м'яча буде овальної форми (рис. 17б). Поперечний розмір тіні дорівнює діаметру м'яча $2R$. Як видно із рисунка, довжина тіні м'яча: $a = \dfrac{2R}{\sin\alpha}$.

Дано:
$H = 4$ м
$L = 3$ м
$R = 20$ см
$a - ?$

Із першого рисунка 17а знаходимо:

$\sin\alpha = \dfrac{H}{h} = \dfrac{H}{\sqrt{H^2+L^2}}$. Тоді $a = \dfrac{2R\sqrt{H^2+L^2}}{H}$.

Виконаємо обчислення в СІ:

$a = \dfrac{2\cdot 0{,}2\sqrt{4^2+3^2}}{4} = 0{,}5\ (\text{м}) = 50$ см.

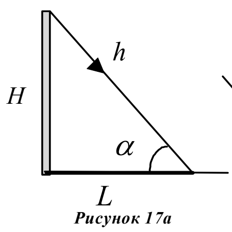

Рисунок 17а

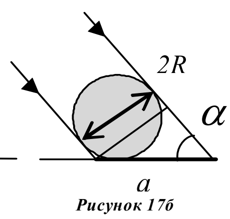

Рисунок 17б

Розв'язування задач 11 класу

Задача 1. Нехай коник-стрибунець перескакує із вищого берега на нижчий. Він стрибає під кутом α до горизонту з початковою швидкістю υ_0 з висоти h (рис. 18).

Дано:
$L = 1{,}2$ м
$h = 0{,}35$ м
$\upsilon_0 - ?,\ \alpha - ?$

Запишемо закон руху відповідно до вибраної системи координат: $x = \upsilon_0\cos\alpha\cdot t$; $y = h + \upsilon_0\sin\alpha\cdot t - \dfrac{gt^2}{2}$.

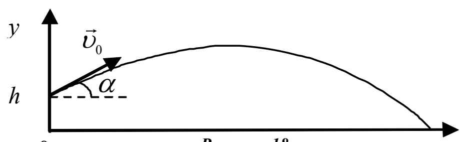

Рисунок 18

Виключаючи із системи час t і підставляючи координати кінцевої точки руху коника-стрибунця $x = L$ та $y = 0$, отримуємо рівняння, до якого входять дві невідомі величини: початкова швидкість υ_0 та кут α.

$$\frac{gL^2}{2\upsilon_0^2\cos^2\alpha} - L\mathrm{tg}\alpha - h = 0.$$

Траєкторію, яка забезпечує максимальну дальність польоту, визначає кут кидання при найменшій можливій початковій швидкості. Виражаємо з останнього рівняння початкову швидкість як функцію кута α :

$$\upsilon_0^2 = \frac{gL^2}{2\cos^2\alpha(L\mathrm{tg}\alpha + h)} = \frac{gL^2}{2L\sin\alpha\cos\alpha + 2h\cos^2\alpha} = \frac{gL^2}{L\sin2\alpha + h(\cos2\alpha + 1)}.$$

Дослідимо останню функцію на екстремум. Знайдемо похідну знаменника:

$$\big(L\sin2\alpha + h(\cos2\alpha + 1)\big)' = 0,\ 2L\cos2\alpha - h2\sin2\alpha = 0.$$

Звідси знаходимо: $\mathrm{tg}\ 2\alpha = \frac{L}{h}\cdot$ $\mathrm{tg}\ 2\alpha = \frac{1,2}{0,35} = 3,4286$, $2\alpha = 73,74^\circ$, $\alpha = 36,87^\circ$.

Тоді початкова швидкість коника-стрибунця: $\upsilon_0 = \sqrt{\frac{gL^2}{2\cos^2\alpha(L\mathrm{tg}\alpha + h)}} = \frac{L}{\cos\alpha}\sqrt{\frac{g}{2(L\mathrm{tg}\alpha + h)}}$.

$$\upsilon_0 = \frac{1,2}{\cos36,87^\circ}\sqrt{\frac{9,8}{2(1,2\cdot\mathrm{tg}\ 36,87^\circ + 0,35)}} = 2,97\left(\frac{\text{м}}{\text{с}}\right).$$

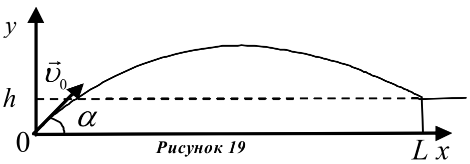

Рисунок 19

Аналогічними міркуваннями можемо розв’язати задачу для випадку, коли коник-стрибунець скаче із нижчого берега на вищий (рис. 19). **Хоча правильним можна вважати розв’язування лише першого випадку, бо у другому модуль швидкості буде більшим.**

Запишемо закон руху відповідно до вибраної системи координат:

$$x = \upsilon_0\cos\alpha\cdot t;\ y = \upsilon_0\sin\alpha\cdot t - \frac{gt^2}{2}.$$

Виключаючи із системи час t і підставляючи координати кінцевої точки руху коника-стрибунця $x = L$ та $y = h$, отримуємо рівняння, до якого входять дві невідомі величини: початкова швидкість υ_0 та кут α.

$$\frac{gL^2}{2\upsilon_0^2\cos^2\alpha} - L\mathrm{tg}\alpha + h = 0.\ \upsilon_0^2 = \frac{gL^2}{2\cos^2\alpha(L\mathrm{tg}\alpha - h)} = \frac{gL^2}{2L\sin\alpha\cos\alpha - 2h\cos^2\alpha} = \frac{gL^2}{L\sin2\alpha - h(\cos2\alpha + 1)}.$$

Дослідимо останню функцію на екстремум. Знайдемо похідну знаменника:

$$\big(L\sin\ 2\alpha - h(\cos\ 2\alpha + 1)\big)' = 0,\ 2L\cos\ 2\alpha + h2\sin\ 2\alpha = 0.$$

Звідси знаходимо: $\mathrm{tg}\ 2\alpha = -\frac{L}{h}\cdot$ $\mathrm{tg}\ 2\alpha = -\frac{1,2}{0,35} = -3,4286$, $2\alpha = 106,26^\circ$, $\alpha = 53,13^\circ$.

Тоді початкова швидкість коника-стрибунця: $\upsilon_0 = \sqrt{\frac{gL^2}{2\cos^2\alpha(L\mathrm{tg}\alpha - h)}} = \frac{L}{\cos\alpha}\sqrt{\frac{g}{2(L\mathrm{tg}\alpha - h)}}$.

$$\upsilon_0 = \frac{1,2}{\cos\ 53,13^\circ}\sqrt{\frac{9,8}{2(1,2\cdot\mathrm{tg}\ 53,13^\circ - 0,35)}} = 3,96\left(\frac{\text{м}}{\text{с}}\right).$$

Задача 2. Зобразимо на рисунку всі сили, які діють на намистинку при русі (рис. 20): сила тяжіння $m\vec{g}$, сила тертя $\vec{F}_{тр}$, сила Лоренца $\vec{F}_л$, сила реакції стержня $\vec{N}$. Запишемо закон руху намистинки:

Дано:
α
m
q
$\mu < \mathrm{tg}\,\alpha$
B

$\upsilon_{\max}$ – ?
$a_{\max}$ – ?

$$m\vec{g} + \vec{F}_{тр} + \vec{N} + \vec{F}_л = m\vec{a}\ (1).\ \vec{F}_{тр}$$

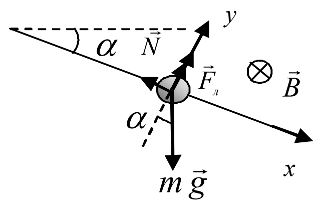

Рисунок 20

Напрям сили Лоренца визначаємо за правилом лівої руки, враховуючи, що $q > 0$. Спроектуємо рівняння руху на вибрані координатні осі:

$ox : mg\ \sin\ \alpha - F_{тр} = ma$ (2);

$oy : N + F_л - mg\ \cos\ \alpha = 0$; $N = mg\ \cos\ \alpha - F_л$.

Сила тертя $F_{тр} = \mu N = \mu(mg\ \cos\ \alpha - F_л)$. Сила Лоренца $F_л = q\upsilon B$.

Підставляємо силу тертя у рівняння (2): $mg\ \sin\ \alpha - \mu(mg\ \cos\ \alpha - q\upsilon B) = ma$.

Звідси знаходимо: $a = g\sin\alpha - \mu\left(g\cos\alpha - \frac{q\upsilon B}{m}\right)$. Прискорення набуває максимального значення, коли $N = 0$, а відповідно й $F_{тр} = 0$. Отже, $a_{\max} = g\ \sin\ \alpha$. Після цього сила реакції опори змінює напрям на протилежний (рис. 21).

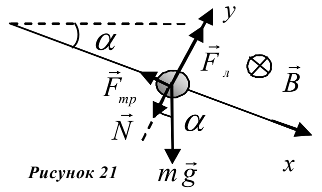

Рисунок 21

Запишемо закон руху намистинки для цього випадку: $m\vec{g} + \vec{F}_{тр} + \vec{N} + \vec{F}_л = m\vec{a}$ (3).

Спроектуємо рівняння руху на вибрані координатні осі:

$ox: mg\sin\alpha - F_{тр} = ma$ (4); $oy: F_л - N - mg\cos\alpha = 0$; $N = F_л - mg\cos\alpha$.

Підставляємо силу тертя у рівняння (4): $mg\sin\alpha - \mu(q\upsilon B - mg\cos\alpha) = ma$. Намистинка набуває максимальної швидкості, коли прискорення стає дорівнювати нулю: $mg\sin\alpha - \mu(q\upsilon_{\max} B - mg\cos\alpha) = 0$.

Звідси знаходимо: $\upsilon_{\max} = \dfrac{mg(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)}{\mu qB}$.

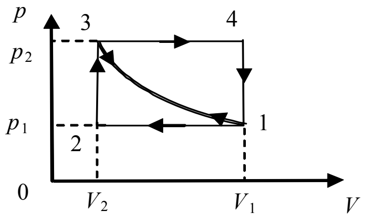

Рисунок 22

Задача 3. Запишемо закон Шарля для процесу 2-3 $\dfrac{p_1}{T_2} = \dfrac{p_2}{T_3}$ (1) та для процесу 4-1 $\dfrac{p_2}{T_4} = \dfrac{p_1}{T_1}$ (2). Помножимо рівняння (1) на (2) враховуючи, що $T_1 = T_3$.

$T_1^2 = T_2 T_4$. $T_1 = \sqrt{T_2 T_4}$.

Зобразимо графічно процеси у координатах pV (рис. 22).

Робота газу дорівнює площі фігури, яка обмежена графіком процесу в координатах pV. Як видно із графіка, $A_{1341} > A_{1231}$.

Задача 4. За показами вольтметра та амперметра знайдемо опір вольтметра (рис. 23):

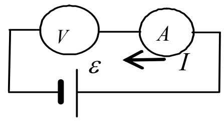

Рисунок 23

Дано:
$U = 1{,}3$ В
$I = 0{,}50$ мА
$U_1 = 0{,}7$ В
$I_1 - ?$, $r_V - ?$
$r_A - ?$, $U_2 - ?$
$I_2 - ?$, $U_3 - ?$

$r_V = \dfrac{U}{I}$; $r_V = \dfrac{1{,}3}{0{,}5\cdot10^{-3}} = 2{,}6$ (кОм).

У другому випадку покази обох вольтметрів однакові (рис. 24): $U_1 = U_2 = 0{,}7$ В. Сила струму у колі, а отже і показ амперметра:

$I_1 = \dfrac{U_1}{r_V}$. $I_1 = \dfrac{0{,}7}{2{,}6\cdot10^3} = 0{,}269\cdot10^{-3}$ (А) $= 0{,}27$ мА.

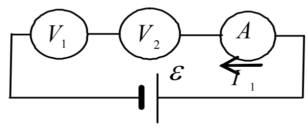

Рисунок 24

Тепер знайдемо опір амперметра.

Запишемо закон Ома для повного кола для першої та другої схем: $\varepsilon = I(r_V + r_A)$ (1), $\varepsilon = I_1(2r_V + r_A)$ (2). Прирівнюємо праві частини рівнянь (1) та (2) та знаходимо r_A. $I(r_V + r_A) = I_1(2r_V + r_A)$. Звідси: $r_A = \dfrac{(2I_1 - I)r_V}{I - I_1}$.

Виконаємо обчислення: $r_A = \dfrac{(2\cdot0{,}27\cdot10^{-3} - 0{,}5\cdot10^{-3})2{,}6\cdot10^3}{0{,}5\cdot10^{-3} - 0{,}27\cdot10^{-3}} = 452$ (Ом).

Розглянемо з'єднання трьох вольтметрів та амперметра (рис. 25). Запишемо для цього випадку закон Ома для повного кола: $\varepsilon = I_2(3r_V + r_A)$ (3). Прирівнюємо праві частини рівнянь (1) та (3) та знаходимо показ амперметра: $I(r_V + r_A) = I_2(3r_V + r_A)$.

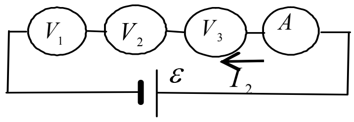

Рисунок 25

$I_2 = \dfrac{I(r_V + r_A)}{3r_V + r_A}$. Виконаємо обчислення:

$I_2 = \dfrac{0{,}5\cdot10^{-3}(2600 + 452)}{3\cdot2600 + 452} = 0{,}185\cdot10^{-3}$ (А) $= 0{,}185$ мА $\approx 0{,}19$ мА.

Покази усіх вольтметрів однакові:

$U_3 = I_3 r_V$. $U_3 = 0{,}185\cdot10^{-3}\cdot2{,}6\cdot10^3 = 0{,}48$ (В).

Задача 5. Для спрощення розв'язування будемо користуватися фокусною відстанню лінзи:

Дано:
$D = 4$ дптр
$l_{\min} - ?$

$F = \dfrac{1}{D} = 0{,}25$ (м). Шукана відстань $l = d + f$ (1). Запишемо формулу тонкої лінзи для даного випадку: $\dfrac{1}{d} + \dfrac{1}{f} = \dfrac{1}{F}$ (2). Виразимо відстань l через відстань від предмета до лінзи d. Із (2) знаходимо: $f = \dfrac{dF}{d - F}$. Тоді $l = d + \dfrac{dF}{d - F} = \dfrac{d^2 - dF + dF}{d - F} = \dfrac{d^2}{d - F}$.

Дослідимо вираз $l = \varphi(d) = \dfrac{d^2}{d - F}$ на екстремум. Знаходимо похідну від l по d.

$l = \dfrac{2d(d - F) - d^2}{(d - F)^2} = \dfrac{2d^2 - 2dF - d^2}{(d - F)^2} = \dfrac{d(d - 2F)}{(d - F)^2}$. Прирівнюємо чисельник виразу до нуля: $d(d - 2F) = 0$.

Звідси маємо $d = 2F$. Відстань від лінзи до зображення $f = 2F$. Отже, $l_{\min} = 4F$. $l_{\min} = 4\cdot0{,}25 = 1$ (м).

Література

1. Алексейчук В. Обласні олімпіади з фізики. Задачі та розв'язки / В. Алексейчук, О. Гальчинський, Г. Шопа. – Львів : Євросвіт, 2004. – 184 с. : іл.

2. Гончаренко С. У. Фізика. Олімпіадні задачі. Вип. 2. 9–11 класи / С. У. Гончаренко, Є. В. Коршак. – Т. : Навч. кн. – Богдан, 1999. – 200 с.

3. Кобель Г. П. Олімпіадні задачі з фізики (Районна та обласна учнівська олімпіада з фізики: Волинська область, 2013/2014 навч. рік) / Г. П. Кобель, В. О. Савош. – Луцьк : LUCKY, 2016. – 60 с.