Обдаровані діти

УДК 373.5.016:53

Г. П. Кобель,
доцент кафедри експериментальної фізики та інформаційно-вимірювальних технологій
Східноєвропейського національного університету (СНУ) імені Лесі Українки,
старший викладач кафедри теорії та методики викладання шкільних предметів ВІППО;
В. О. Савош,
завідувач відділу фізико-математичних дисциплін ВІППО

Третій етап LIV Всеукраїнської олімпіади з фізики

Наведено умови задач та їх авторські розв'язки для 8–11 класів теоретичного туру третього етапу LIV Всеукраїнської олімпіади з фізики.

Ключові слова: *швидкість, середня швидкість, густина, заряд, електричний опір, лінза.*

Kobel H. P., Savosh V. O. The Third Stage of the LIVth All-Ukrainian Olympiad in Physics.

Terms of tasks and their authorial decisions for 8–11 classes of theoretical turn of the third stage of the LIVth All-Ukrainian Olympiad in physics are given.

Key words: *velocity, middle velocity, density, charge, electrical resistance, lens.*

11 січня 2017 року в м. Луцьку проводився теоретичний тур третього етапу LIV Всеукраїнської олімпіади з фізики. У ньому взяли участь 103 учні – переможці міських та районних олімпіад Волинської області, з них: 26 – 8 класу, 25 – 9-го, 28 – 10-го і 24 учні 11 класу. 14 січня проводився експериментальний тур, на який було запрошено 14 учнів 8 класу, 15 – 9-го, 15 – 10-го і 13 учнів 11 класу.

Найкращі результати показали учні команд м. Луцька (два дипломи I ступеня, п'ять – II ступеня, три – III ступеня), м. Нововолинська (один диплом I ступеня, три – II ступеня, один – III ступеня), м. Ковеля (один диплом I ступеня, один – II ступеня, два – III ступеня), Волинського ліцею-інтернату (чотири дипломи II ступеня), Ковельського району (один диплом I ступеня, один – III ступеня), смт Ратне (два дипломи II ступеня, два – III ступеня).

Наводимо умови та авторські розв'язки задач теоретичного туру.

8 клас

Задача 1. Перед світлофором. Дорогою рухається колона з $n = 10$ однакових автомобілів, розташованих один за одним. Швидкість руху кожного $\upsilon = 54$ км/год. Довжина кожного автомобіля $L = 4{,}5$ м, а відстань між сусідніми автомобілями (дистанція) $S = 25$ м. Перед червоним сигналом світлофора перший автомобіль плавно зупиняється. Водій другого розпочинає повторювати дії першого через $t = 1{,}6$ с після того, як перший водій почав гальмування. Водій кожного наступного автомобіля повторює дії попереднього через такий самий інтервал часу (1,6 с). Якою буде довжина колони l, коли всі автомобілі зупиняться?

Задача 2. Деталі у посудинах. Є дві однакові теплоізольовані посудини, які повністю наповнені водою, та три однакові металеві деталі. Температура води в посудинах становить $t_0 = 19\ ^\circ\mathrm{C}$. У першу посудину швидко, але акуратно помістили металеву деталь, яка має температуру $t_д = 99\ ^\circ\mathrm{C}$. Посудину відразу накрили теплоізольованою кришкою. Після встановлення теплової рівноваги температура води в першій посудині стала $t_x = 32{,}2\ ^\circ\mathrm{C}$. У другу посудину аналогічним способом помістили дві металеві деталі, нагріті до температури $t_д = 99\ ^\circ\mathrm{C}$, і відразу накрили теплоізольованою кришкою. Після встановлення теплової рівноваги температура води в другій посудині стала $t_y = 48{,}8\ ^\circ\mathrm{C}$. Визначте питому теплоємність речовини c_1, з якої виготовлено деталі. Густина речовини деталі $\rho_1 = 2700$ кг/м^3, води $\rho_0 = 1000$ кг/м^3. Питома теплоємність води $c_в = 4200$ Дж/(кг·°C).

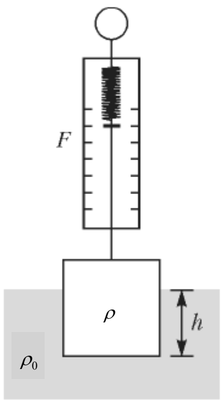

Рисунок 1

Задача 3. Кубик у невідомій рідині. Одного разу Розумник проводив досліди із занурення кубика, який виготовлений з невідомої речовини, в рідину, густина якої теж невідома (рис. 1). У таблицю він записав покази динамометра, що відповідали глибині занурення кубика в рідину (табл. 1). Деякі значення сили він забув і тому не записав у таблицю. За результатами з таблиці допоможіть Розумникові визначити густи́ни речовини кубика та рідини.

Таблиця 1

h, см	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
F, Н	8,74	8,09					4,84	4,19	3,93	3,93

Задача 4. Кремнієвий пісок. Готуючись до фізичної олімпіади, Розумник повністю наповнив піском легку пластикову пляшку місткістю $V_0 = 1$ л. Зважуванням він визначив її масу, яка виявилась $m_1 = 1530$ г. Після цього Розумник пересипав увесь пісок із пляшки в пакет, а пляшку наповнив наполовину водою й акуратно пересипав увесь пісок із пакета назад у пляшку, яка виявилась повністю заповненою сумішшю з піску й води. Терези показали, що маса пляшки становить $m_2 = 1866$ г. Яке значення густини речовини піску отримав Розумник? Густина води $\rho_0 = 1000$ кг/м^3.

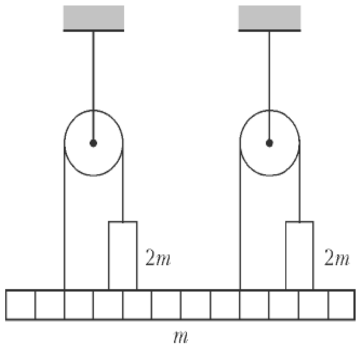

Рисунок 2

Задача 5. Блоки й важки. До двох блоків легкими нитками прикріпили планку масою m та два однакові важки масами $2m$ кожен (рис. 2). Система перебуває в рівновазі. Визначте сили натягу ниток і сили, з якими планка діє на важки. Тертям в осях блоків знехтувати.

9 клас

Задача 1. *Див. задачу 1 для 8 класу.*

Задача 2. *Див. задачу 2 для 8 класу.*

Задача 3. *Див. задачу 3 для 8 класу.*

Задача 4. Додаткові опори. Під'єднання до вольтметра додаткового опору R_1 збільшує межу вимірювання напруги в n разів. Коли до цього ж вольтметра під'єднують додатковий опір R_2, то межа вимірювання напруги збільшується в m разів. У скільки разів k збільшиться межа вимірювання напруги вольтметра, коли до нього послідовно під'єднають додаткові опори R_1 та R_2, з'єднані між собою паралельно?

Задача 5. *Див. задачу 5 для 8 класу.*

10 клас

Задача 1. Автомобіль рухався спочатку зі швидкістю $\upsilon_1 = 20\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$, а потім зі швидкістю $\upsilon_2 = 30\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$. Він подолав 45 км за півгодини. Яку частину шляху автомобіль рухався зі швидкістю $\upsilon_1 = 20\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$?

Задача 2. Куля радіусом R і масою M містить кулястий виріз радіусом $\frac{1}{2}R$, центр якого лежить на середині радіуса кулі. На прямій, що проходить через центр кулі й центр вирізаної частини, на відстані d від центра кулі розташована точкова маса m. Обчислити силу взаємного тяжіння між кулею з вирізом і точковою масою m.

Задача 3. Теплоізольовану циліндричну посудину заввишки $h = 75$ см заповнено на $\frac{h}{3}$ льодом, який утворився після замерзання у ній води. У посудину швидко наливають воду при температурі $t = 10\ ^\circ\text{C}$, внаслідок чого її рівень знаходиться на $\frac{2h}{3}$. Після встановлення теплової рівноваги рівень заповнення посудини збільшується на $\Delta h = 0{,}5$ см. Густина води $\rho_в = 1\ \frac{\text{г}}{\text{см}^3}$, густина льоду $\rho_л = 0{,}9\ \frac{\text{г}}{\text{см}^3}$, питома теплоємність води $c_в = 4{,}2\ \frac{\text{кДж}}{\text{кг}\cdot{}^\circ\text{C}}$, питома теплоємність льоду $c_л = 2{,}1\ \frac{\text{кДж}}{\text{кг}\cdot{}^\circ\text{C}}$, питома теплота плавлення льоду $\lambda = 335\ \frac{\text{кДж}}{\text{кг}}$. Теплоємністю посудини знехтувати.

1. Що буде знаходитися у посудині після встановлення теплової рівноваги?
2. Якою була початкова температура льоду в посудині?

Задача 4. У дроті, який приєднаний до джерела, виділяється деяка потужність. Дріт від'єднали від джерела напруги і, з'єднавши кінці, зробили з нього правильний *n*-кутник. Коли до сусідніх вершин *n*-кутника приєднали джерело, то потужність, яка виділяється у зовнішньому колі, збільшилася у 12,1 раза. Визначити *n*.

Задача 5. Комар перетинає головну оптичну вісь збірної лінзи на відстані $d = 3F$ під кутом $\alpha = 30^\circ$ до осі зі швидкістю $\upsilon = 2\ \frac{\text{км}}{\text{год}}$.

1. На якій відстані від лінзи зображення комара перетинає головну оптичну вісь?
2. Під яким кутом зображення комара перетинає головну оптичну вісь?
3. Із якою швидкістю зображення комара перетинає головну оптичну вісь?

11 клас

Задача 1. Однорідний канат масою $m = 1$ кг з'єднаний із бруском масою $\frac{3}{2}m$ легкою ниткою, перекинутою через блок. Канат знаходиться на похилій площині з кутом нахилу α ($\cos\alpha = 0{,}8$). Коефіцієнт тертя ковзання між канатом і площиною $\mu = 0{,}2$.

1. Визначити прискорення канату.
2. Яка сила натягу нитки?
3. Яка сила натягу канату в точці *A*, що віддалена на $\frac{1}{4}$ довжини канату від його початку?

Масою блока і тертям в його осі знехтувати.

Задача 2. Рухомий поршень масою *m*, підвішений на пружині, ділить об'єм вертикально розміщеного, повністю відкачаного циліндра на дві частини. У положенні рівноваги висота нижньої частини циліндра H_0, а видовження пружини дорівнює x_0. У нижню частину циліндра вприснули ν моль води. При повільному нагріванні до деякої температури вся вода випаровується, а поршень піднімається на відстань $x_1 = \frac{x_0}{2}$.

1. Визначити кінцеву температуру.
2. Знайти роботу *A,* яку виконує водяна пара.

Задача 3. Три однаково заряджені кульки, кожна із зарядом *q* і масою *m*, зв'язані нерозтяжними нитками завдовжки *a* кожна. Всі три кульки лежать нерухомо на гладкій горизонтальній поверхні. Одну з ниток перепалюють. Визначити швидкість кожної з кульок у той момент, коли вони будуть розміщені на одній прямій. Радіус кульок набагато менший за довжину нитки.

Задача 4. Нерухоме кільце з дроту розміщене в однорідному магнітному полі, лінії індукції $\vec{B}$ якого перпендикулярні до площини кільця. По кільцю ковзає зі швидкістю $\vec{\upsilon}$ дротяна перемичка aa_1 $(\vec{\upsilon} \perp aa_1)$ (рис. 3). Визначити напрям та силу індукційного струму в кільці й перемичці у той момент, коли перемичка перетинає центр кільця. Кільце і перемичка виготовлені з одного дроту із питомим опором ρ і площею поперечного перерізу *S*.

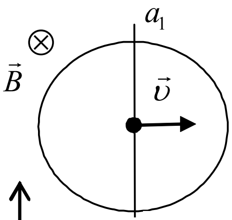

Рисунок 3

Задача 5. Як треба розташувати плоске дзеркало, щоб точкове джерело світла, яке лежить у площині лінзи (рис. 4), давало паралельний пучок променів у напрямку *OL*? Зробіть рисунок і поясніть його.

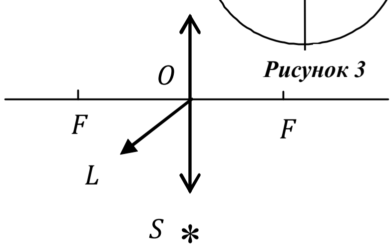

Рисунок 4

Розв'язування задач 8 класу

Задача 1. За проміжок часу *t* відстань між сусідніми автомобілями зменшиться на величину $\Delta l = \upsilon \cdot t$ й становитиме $S_2 = S - \Delta l$. Тому довжина колони після зупинки всіх автомобілів буде: $l_2 = n \cdot L + (n-1) \cdot S_2 = 54$ (м).

Задача 2. Після занурення однієї кульки об'ємом *V* в першу посудину в ній лишиться об'єм води $V_в$. Для цього випадку рівняння теплового балансу матиме вигляд: $c_0\rho_0V_в(t_x - t_0) = c_1\rho_1V(t_Д - t_x)$ (1). Коли дві кульки занурять у другу посудину, то рівняння теплового балансу матиме вигляд: $c_0\rho_0(V_в - V)\cdot(t_y - t_0) = 2\cdot c_1\rho_1V(t_Д - t_y)$ (2). Із рівняння (1): $c_0\rho_0V_в = \dfrac{c_1\rho_1V(t_Д - t_x)}{(t_x - t_0)}$ (3). Підставивши (3) в (2), отримаємо: $\frac{c_1\rho_1 V(t_Д - t_x)}{t_x - t_0} - \frac{2\cdot c_1\rho_1 V(t_Д - t_y)}{(t_y - t_0)} = c_0\rho_0 V$. З останньої рівності визначимо питому теплоємність речовини, з якої виготовлено деталі: $c_1 = \frac{c_0\rho_0}{\rho_1\left(\frac{(t_Д - t_x)}{(t_x - t_0)} - \frac{2\cdot(t_Д - t_y)}{(t_y - t_0)}\right)} \approx 972{,}2\ \left(\frac{Дж}{кг\cdot{}^\circ C}\right)$.

Задача 3. Для глибини занурення кубика h_1 = 1 см: $F_1 - F_{рід1} = \rho_0 gSh_1$ (1). У випадку повного занурення кубика в рідину покази динамометра перестали змінюватися. Якщо h – довжина ребра кубика, то: $F_1 - F_{рід2} = \rho_0 gSh$ (2).

Поділивши (2) на (1), отримаємо: h = 7,4 см. Звідси легко обчислюємо густину кубика: $\rho_к = \frac{F_1}{g\cdot h^3} \approx 2{,}16\ \frac{г}{см^3}$. Із (1) знайдемо густину рідини: $\rho_0 = \frac{F_1 - F_{рід1}}{gSh_1} \approx 1{,}21\ \frac{г}{см^3}$.

Задача 4. Після того як Розумник пересипав пісок із пакета у пляшку, яка наполовину заповнена водою, частина води з неї витече. Маса води, що залишилась у пляшці: $m_в = m_2 - m_1$ = 1866 г – 1530 г = 336 г. Об'єм цієї води становить $V_в$ = 336 см^3. Тому об'єм, який займає пісок, $V_п = V_0 - V_в$ = 1000 см^3 – 336 см^3 = 664 см^3. Отже, густина матеріалу піску $\rho = \frac{m_1}{V_п} \approx 2{,}3\ \frac{г}{см^3}$.

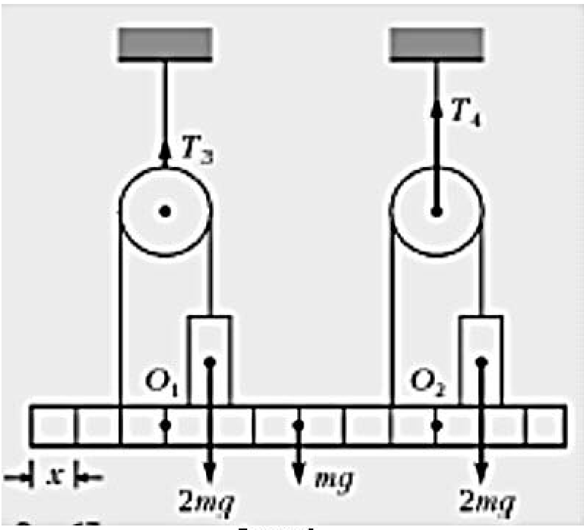

Рисунок 5

Задача 5. Оскільки система перебуває в рівновазі (рис. 5), то правило моментів відносно точок O_1 та O_2, що лежать на лінії дії сил натягів ниток, за які підвішено блоки, матиме вигляд:

$$2mgx + mg3x + 2mg7x - T_4 6x = 0. \ (1)$$

$$T_3 6x - 2mg5x - mg3x + 2mgx = 0. \ (2)$$

З рівнянь (1) та (2): $T_3 = \frac{11}{6}mg$ (3); $T_4 = \frac{19}{6}mg$ (4).

Сили натягу нитки, що діють на правий та лівий вантажі, відповідно дорівнюють: $T_1 = \frac{T_3}{2} = \frac{11}{12}mg$; $T_2 = \frac{T_4}{2} = \frac{19}{12}mg$. Сили, з якими планка діє на лівий та правий важки, відповідно дорівнюють: $N_1 = 2mg - T_1 = \frac{13}{12}mg$ та $N_2 = 2mg - T_2 = \frac{5}{12}mg$.

Розв'язування задач 9 класу

Задача 1. *Див. розв. задачі 1 для 8 класу.*
Задача 2. *Див. розв. задачі 2 для 8 класу.*
Задача 3. *Див. розв. задачі 3 для 8 класу.*

Задача 4. Нехай r – опір вольтметра, U – максимальна напруга на ньому, I – сила струму, що проходить через вольтметр при цій напрузі. Для трьох випадків отримаємо: $I(R_1 + r) = nU$ (1); $I(R_2 + r) = mU$ (2); $I\left(\frac{R_1R_2}{R_1 + R_2} + r\right) = kU$ (3), де R_1 та R_2 – додаткові опори. Врахувавши, що $U = Ir$, рівняння (1), (2), (3) наберуть вигляду:

$I(R_1 + r) = nIr$ (4); $I(R_2 + r) = mIr$ (5); $I\left(\frac{R_1R_2}{R_1 + R_2} + r\right) = kIr$ (6). Звідси отримаємо: $R_1 + r = nr$; $R_2 + r = mr$; $\frac{R_1R_2}{R_1 + R_2} + r = kr$; $k = \frac{mn - 1}{m + n - 2}$.

Задача 5. *Див. розв. задачі 5 для 8 класу.*

Розв'язування задач 10 класу

Задача 1

Дано:
$\upsilon_1 = 20\ \frac{м}{с}$
$\upsilon_2 = 30\ \frac{м}{с}$
$S = 45$ км
$t = 0{,}5$ год

$k = \frac{S_1}{S}$ – ?

1-й спосіб. Середня швидкість руху автомобіля $\upsilon_{ср} = \frac{S}{t} = \frac{S_1 + S_2}{t_1 + t_2}$ · $\upsilon_1 = \frac{S_1}{t_1} = \frac{kS}{t_1}$.
$\upsilon_2 = \frac{S_2}{t_2} = \frac{(1-k)S}{t_2}$. Звідси знаходимо: $t_1 = \frac{kS}{\upsilon_1}$, $t_2 = \frac{(1-k)S}{\upsilon_2}$.

$$\frac{S}{t} = \frac{S}{\frac{kS}{\upsilon_1} + \frac{(1-k)S}{\upsilon_2}},\quad \frac{S}{t} = \frac{\upsilon_1\upsilon_2}{k\upsilon_2 + (1-k)\upsilon_1}.\quad k\upsilon_2 + \upsilon_1 - k\upsilon_1 = \frac{\upsilon_1\upsilon_2 t}{S}.$$ Звідси

$$k = \frac{\upsilon_1\upsilon_2 t}{S(\upsilon_2 - \upsilon_1)} - \frac{\upsilon_1}{\upsilon_2 - \upsilon_1} = \frac{\upsilon_1}{\upsilon_2 - \upsilon_1}\left(\frac{\upsilon_2 t}{S} - 1\right).$$

Виконаємо обчислення в СІ:

$$k = \frac{20}{30 - 20}\left(\frac{30 \cdot 1800}{45000} - 1\right) = 2(1{,}2 - 1) = 0{,}4\ .$$

2-й спосіб. Знайдемо спочатку середню швидкість: $\upsilon_{ср} = \frac{S}{t} = \frac{45\ 000}{1800} = 25\ \left(\frac{м}{с}\right)$.

$$\upsilon_{ср} = \frac{S_1 + S_2}{t_1 + t_2} = \frac{S}{\frac{kS}{\upsilon_1} + \frac{(1-k)S}{\upsilon_2}} = \frac{\upsilon_1\upsilon_2}{k\upsilon_2 + (1-k)\upsilon_1}.\quad k = \frac{\upsilon_1\upsilon_2}{\upsilon_{ср}(\upsilon_2 - \upsilon_1)} - \frac{\upsilon_1}{\upsilon_2 - \upsilon_1} = \frac{\upsilon_1(\upsilon_2 - \upsilon_{ср})}{\upsilon_{ср}(\upsilon_2 - \upsilon_1)}.$$

$$k = \frac{\upsilon_1\upsilon_2}{\upsilon_{ср}(\upsilon_2 - \upsilon_1)} - \frac{\upsilon_1}{\upsilon_2 - \upsilon_1} = \frac{\upsilon_1(\upsilon_2 - \upsilon_{ср})}{\upsilon_{ср}(\upsilon_2 - \upsilon_1)}.$$

Виконаємо обчислення в СІ:

$$k = \frac{20(30 - 25)}{25(30 - 20)} = 0{,}4\ .$$

Задача 2. Силу взаємного притягання між кулею з вирізом і точковою масою *m*, розташованою на відстані $d > R$, можна визначити як різницю сил притягання між суцільною кулею і масою *m* та масою в об'ємі вирізаної частини кулі й масою *m*, тобто застосувавши *метод від'ємної маси*.

Розглянемо випадок, коли маса *m* розташована з боку вирізу (рис. 6):

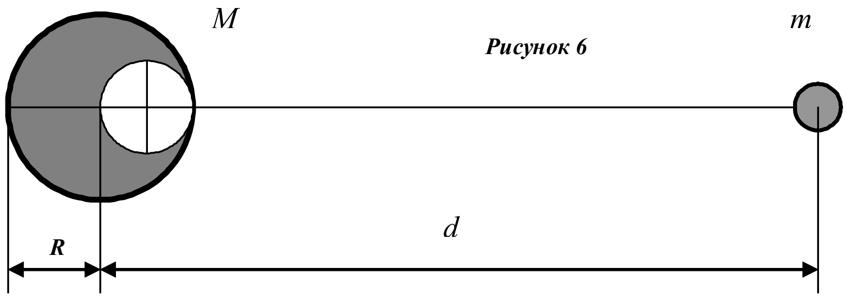

Рисунок 6

Об'єм порожнини дорівнює $\frac{1}{8}$ об'єму кулі. Якщо маса кулі з порожниною *M*, а її об'єм дорівнює $\frac{7}{8}$ об'єму суцільної кулі, то маса $\frac{1}{8}$ об'єму кулі дорівнює $\frac{M}{7}$, звідки маса суцільної кулі (без порожнини) дорівнює $\frac{8}{7}M$.

Сила тяжіння між суцільною кулею та масою *m* визначається так:

$F_1 = G\frac{8Mm}{7d^2}$. Сила притягання між «від'ємною» масою порожнини та масою *m* визначається так: $F_2 = G\frac{-Mm}{7\left(d - \frac{R}{2}\right)^2}$. Сила притягання між кулею з порожниною та масою *m* визначається як різниця:

$$F_1+F_2=G\frac{8Mm}{7d^2}-G\frac{Mm}{7\left(d-\frac{R}{2}\right)^2}=\frac{1}{7}GMm\left(\frac{8}{d^2}-\frac{1}{\left(d-\frac{R}{2}\right)^2}\right).$$

Задача 3

Дано:

$t_2=10\ ^\circ\mathrm{C}$

$h=75$ см

$\Delta h=0{,}5$ см

$\rho_{\text{в}}=1\ \frac{\text{г}}{\text{см}^3}$

$\rho_{\text{л}}=0{,}9\ \frac{\text{г}}{\text{см}^3}$

$c_{\text{в}}=4200$ Дж/ $\left(\text{кг}\cdot{}^\circ\mathrm{C}\right)$

$c_{\text{л}}=2100$ Дж/ $\left(\text{кг}\cdot{}^\circ\mathrm{C}\right)$

$\lambda=335\ \frac{\text{кДж}}{\text{кг}}$

$t_1-?$

1. Оскільки після встановлення теплової рівноваги рівень заповнення посудини зростає, то частина води кристалізується. Якби вся вода заввишки 25 см закристалізувалася, то рівень підвищився б до $h_{2\text{л}}=\frac{25\cdot 1}{0{,}9}\approx 27{,}8$ (см). Знаходимо частину маси води, яка кристалізується. $k=\frac{\Delta h}{\Delta h_{2\text{л}}}=\frac{0{,}5}{2{,}8}\approx 0{,}18$. Отже, у посудині буде лід і вода при температурі $t_0=0\ ^\circ\mathrm{C}$.

2. Запишемо рівняння теплового балансу:

$c_{\text{в}}m_{\text{в}}\left(t_2-t_0\right)+0{,}18\,m_{\text{в}}\lambda=c_{\text{л}}m_{\text{л}}\left(t_0-t_1\right)$.

Початкові маси льоду і води: $m_{\text{л}}=\rho_{\text{л}}S\frac{h}{3}$, $m_{\text{в}}=\rho_{\text{в}}S\frac{h}{3}$.

Тоді $c_{\text{в}}\rho_{\text{в}}S\frac{h}{3}\left(t_2-t_0\right)+0{,}18\,\rho_{\text{в}}S\frac{h}{3}\lambda=c_{\text{л}}\rho_{\text{л}}S\frac{h}{3}\left(t_0-t_1\right)$. Звідси знаходимо t_1 враховуючи, що $t_0=0\ ^\circ\mathrm{C}$. $t_1=-\frac{c_{\text{в}}\rho_{\text{в}}t_2+0{,}18\,\rho_{\text{в}}\lambda}{c_{\text{л}}\rho_{\text{л}}}$.

Знаходимо t_1 в $^\circ\mathrm{C}$: $t_1=-\frac{4{,}2\cdot 1\cdot 10+0{,}18\cdot 1\cdot 335}{2{,}1\cdot 0{,}9}\approx -54\ \left({}^\circ\mathrm{C}\right)$.

Задача 4

Дано:

$\frac{P_2}{P_1}=12{,}1$

$U-const$

$n-?$

У першому випадку дротину уявляємо як n шматків, з'єднаних послідовно (рис. 7).

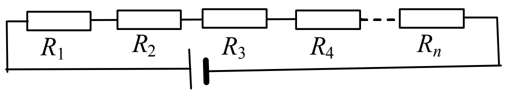

Рисунок 7

Потужність, яка виділяється у першому випадку, $P_1=\frac{U^2}{nR}$.

У другому випадку опір R приєднаний паралельно до $(n–1)$ таких же опорів, які з'єднані послідовно (рис. 8).

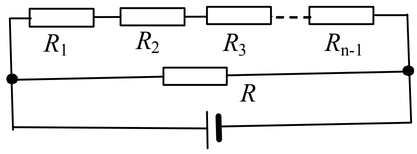

Рисунок 8

Потужність, яка виділяється у другому випадку, $P_2=\frac{U^2}{R_{\text{заг}2}}$.

$\frac{1}{R_{\text{заг}2}}=\frac{1}{R}+\frac{1}{(n-1)R}$. Знаходимо відношення потужностей: $\frac{P_2}{P_1}=U^2\left(\frac{1}{R}+\frac{1}{(n-1)R}\right)\frac{nR}{U^2}=n+\frac{n}{n-1}=12{,}1$. Розв'яжемо останнє рівняння: $n^2-n+n=12{,}1n-12{,}1$,

$n^2-12{,}1n+12{,}1=0$. $n=\frac{12{,}1}{2}\pm\sqrt{\left(\frac{12{,}1}{2}\right)^2-12{,}1}=\frac{12{,}1}{2}\pm\sqrt{\frac{12{,}1\cdot 8{,}1}{4}}=\frac{12{,}1\pm 11\cdot 0{,}9}{2}$. $n_1=\frac{12{,}1+9{,}9}{2}=\frac{22}{2}=11$.

Другий корінь відкидаємо, бо він є дробовим числом (1,1).

Задача 5

Дано:

$d=3F$

$\alpha=30^\circ$

$\upsilon_1=2\ \frac{\text{км}}{\text{год}}$

$f-?$

$\beta-?, \upsilon_2-?$

1. Знайдемо, на якій відстані від лінзи зображення комара перетинає головну оптичну вісь лінзи. Запишемо формулу тонкої лінзи для даного випадку: $\frac{1}{d}+\frac{1}{f}=\frac{1}{F}$. Звідси знаходимо: $f=\frac{dF}{d-F}=\frac{3F\cdot F}{3F-F}=\frac{3F}{2}=1{,}5F$.

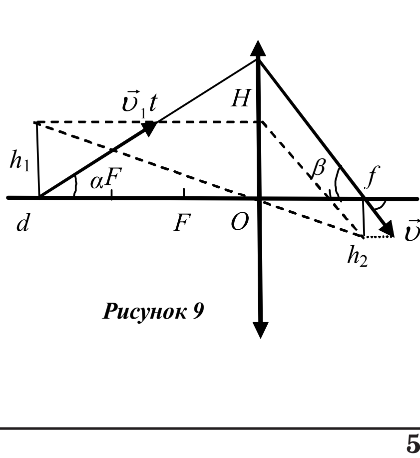

Рисунок 9

2. Виконаємо (рис. 9) і знайдемо напрям швидкості, з якою зображення комара перетинає

головну оптичну вісь лінзи. Для визначення кута β, який утворює швидкість зображення $\vec{\upsilon}_2$ з головною оптичною віссю, знаходимо із двох трикутників спільний катет *H*. $d\ \mathrm{tg}\alpha = f\ \mathrm{tg}\beta$, $\mathrm{tg}\beta = \dfrac{d\ \mathrm{tg}\alpha}{f} = 2\mathrm{tg}\alpha$.

Виконаємо обчислення: $\mathrm{tg}\beta = 2\mathrm{tg}30^\circ = 1{,}1547$, $\beta = 49^\circ$.

3. Нехай за деякий час t комар, пролітаючи, здійснює переміщення $\vec{\upsilon}_1 t$; відповідно, його зображення переміститься на $\vec{\upsilon}_2 t$. Знаходимо проекцію переміщення комара h_1 та його зображення h_2 на вертикальну вісь. $h_1 = \upsilon_1 t \sin\alpha$, $h_2 = \upsilon_2 t \sin\beta$. Для подібних трикутників $\dfrac{h_1}{d} = \dfrac{h_2}{f}$, або $\dfrac{\upsilon_1 t\sin\alpha}{3F} = \dfrac{\upsilon_2 t\sin\beta}{1{,}5F}$. Звідси знаходимо швидкість υ_2: $\upsilon_2 = \dfrac{\upsilon_1 \sin\alpha}{2\sin\beta}$. Виконаємо обчислення: $\upsilon_2 = \dfrac{2\sin 30^\circ}{2\sin 49^\circ} = 0{,}66\left(\dfrac{\text{км}}{\text{год}}\right)$.

Розв'язування задач 11 класу

Задача 1

Дано:
$m = 1$ кг
$\cos\alpha = 0{,}8$
$\mu = 0{,}2$
$a - ?$, $F_н - ?$
$F_{нA} - ?$

1. На рис. 10 зобразимо сили, які діють на кожне з тіл. Запишемо рівняння рівноприскореного руху канату: $\vec{F}_н + \vec{N} + m\vec{g} + \vec{F}_{тр} = m\vec{a}$.

Спроектуємо рівняння на координатні осі: *Oy*: $N - mg\cos\alpha = 0$ та *Ox*: $F_н - mg\sin\alpha - F_{тр} = ma$. Враховуючи, що $F_{тр} = \mu N = \mu mg\cos\alpha$, маємо: $F_н - mg\sin\alpha - \mu mg\cos\alpha = ma$ (1). Аналогічно записуємо закон руху бруска: $\vec{F}_н + \frac{3}{2}m\vec{g} = \frac{3}{2}m\vec{a}$. Спроектуємо це рівняння на вісь *Oy*: $-F_н + \frac{3}{2}mg = \frac{3}{2}ma$ (2). Додамо рівняння (1) і (2): $\frac{3}{2}mg - mg\sin\alpha - \mu mg\cos\alpha = \frac{5}{2}ma$.

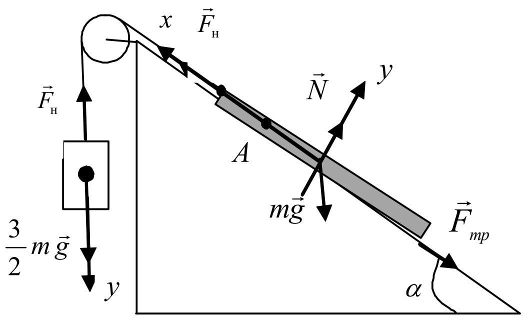

Рисунок 10

Звідси шукане прискорення: $a = \dfrac{g}{5}\left(3 - 2(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)\right)$.

Виконаємо обчислення в СІ: $a = \dfrac{9{,}8}{5}\left(3 - 2(0{,}6 + 0{,}2\cdot 0{,}8)\right) = 2{,}9008\left(\dfrac{\text{м}}{\text{с}^2}\right)$.

2. $F_н = \dfrac{3}{2}m(g-a)$. $F_н = \dfrac{3}{2}1\cdot(9{,}8 - 2{,}9008) = 10{,}35$ (Н).

3. Сила натягу в точці *A* канату $F_{нA} = \dfrac{3}{4}F_н = \dfrac{3}{4}\cdot\dfrac{3}{2}m(g-a) = \dfrac{9}{8}m(g-a)$.

$F_{нA} = \dfrac{9}{8}1\cdot(9{,}8 - 2{,}9008) = 7{,}7616$ (Н).

Задача 2. Запишемо умову рівноваги поршня: $mg = kx_0$ (1). Після випаровування води в циліндрі під поршнем установиться тиск $p = \dfrac{mg - k\dfrac{x_0}{2}}{S}$. Враховуючи (1), маємо: $p = \dfrac{mg}{2S}$.

Дано:
m
H_0
x_0
ν
$x_1 = \dfrac{x_0}{2}$
$T - ?$, $A - ?$

Застосуємо до водяної пари рівняння стану ідеального газу: $pV = \nu RT$, або $\dfrac{mg}{2S}\left(H_0 + \dfrac{x_0}{2}\right)S = \nu RT$. Звідси знаходимо температуру водяної пари:

$$T = \frac{mg\left(H_0 + \dfrac{x_0}{2}\right)}{2\nu R} = \frac{mg(2H_0 + x_0)}{4\nu R}.$$

Робота, яку виконує водяна пара, дорівнює зміні потенціальної енергії поршня у гравітаційному полі Землі відносно рівня H_0 та зміні потенціальної енергії пружини.

$$A = \Delta E_{n1} + \Delta E_{n2} = mg\,\frac{x_0}{2} + \frac{k\left(\frac{x_0}{2}\right)^2}{2} - \frac{kx_0^2}{2} = \frac{kx_0^2}{8} = \frac{mgx_0}{8}.$$

Задача 3

Дано:
m
q
a
$\upsilon_1 - ?$
$\upsilon_2 - ?$

Заряджені кульки перебувають у стані рівноваги і розміщені у вершинах рівностороннього трикутника (рис. 11). Нехай перегоряє нитка між кульками 1 та 3. Система кульок ізольована, тому для неї виконуються закони збереження імпульсу та енергії. Сумарний імпульс системи дорівнює нулю. Швидкості кульок 1 та 3 однакові. Запишемо закон збереження імпульсу для моменту, коли кульки будуть розміщені на одній прямій. $2m\vec{\upsilon}_1 + m\vec{\upsilon}_2 = 0$. Швидкість середньої кульки: $\vec{\upsilon}_2 = -2\vec{\upsilon}_1$. Запишемо закон збереження енергії для двох станів системи кульок: $3\frac{kq^2}{a} = 2\frac{kq^2}{a} + \frac{kq^2}{2a} + 2\frac{m\upsilon_1^2}{2} + \frac{m(2\upsilon_1)^2}{2}$. $\frac{kq^2}{2a} = 3m\upsilon_1^2$. Звідси швидкість крайніх кульок: $\upsilon_1 = \sqrt{\frac{kq^2}{6ma}} = \frac{q}{2\sqrt{6\pi\varepsilon_0 ma}}$. Швидкість середньої кульки: $\upsilon_2 = 2\upsilon_1 = \frac{q}{\sqrt{6\pi\varepsilon_0 ma}}$.

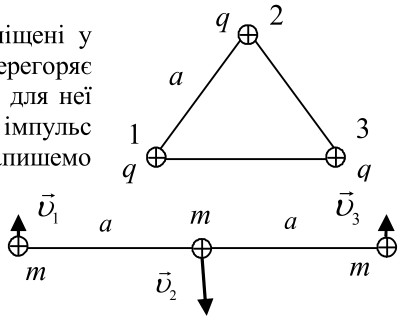

Рисунок 11

Задача 4

Дано:
B
υ
ρ
S
$I_п - ?$
$I_к - ?$

У рухомій перемичці виникає ЕРС індукції, тобто вона виконує роль джерела струму.

$\varepsilon = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = -\frac{B\Delta S}{\Delta t} = -\frac{Bd\Delta x}{\Delta t} = -Bd\,\upsilon = -2Ba\,\upsilon$, де a – радіус кільця.

Зобразимо еквівалентну схему для випадку, коли перемичка перетинає центр кільця (рис. 12).

Силу струму в перемичці знайдемо, виходячи із закону Ома для повного кола: $I_п = \frac{\varepsilon}{r + \frac{R}{2}}$. Опір перемички: $r = \rho\frac{2a}{S}$, опір половини кільця: $R = \rho\frac{\pi a}{S}$. Тоді $I_п = \frac{2Ba\upsilon}{\rho\frac{2a}{S} + \frac{1}{2}\rho\frac{\pi a}{S}} = \frac{4B\upsilon S}{4\rho + \pi\rho} = \frac{4B\upsilon S}{(4+\pi)\rho}$.

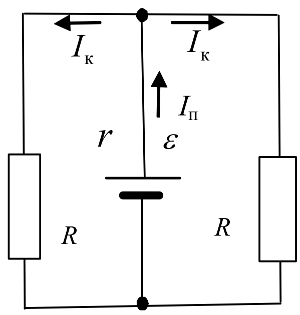

Рисунок 12

Сила струму в кільці: $I_к = \frac{I_п}{2}$, оскільки півкільця з'єднані паралельно. $I_к = \frac{2B\upsilon S}{(4+\pi)\rho}$.

Задача 5. Зображення точки у плоскому дзеркалі S_1 повинно лежати у фокальній площині лінзи на побічній оптичній осі, яку визначає промінь OL (рис. 13). Відстань від джерела світла S до дзеркала дорівнює відстані від поверхні дзеркала до зображення S_1. Тому дзеркало знаходиться на середині відрізка SS_1. Площина дзеркала перпендикулярна до цього відрізка.

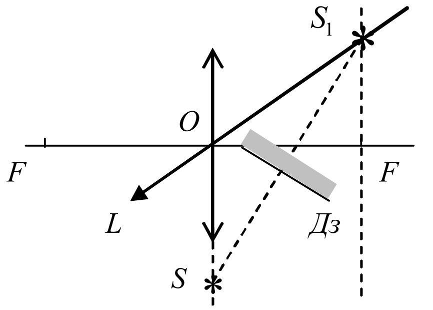

Рисунок 13

Література

1. Алексейчук В. Обласні олімпіади з фізики. Задачі та розв'язки / В. Алексейчук, О. Гальчинський, Г. Шопа. – Львів : Євросвіт, 2004. – 184 с. : іл.

2. Гончаренко С. У. Фізика. Олімпіадні задачі. Вип. 2. 9–11 класи / С. У. Гончаренко, Є. В. Коршак. – Т. : Навч. кн. – Богдан, 1999. – 200 с.

3. Задачи по физике : учеб. пособ. / [под ред. О. Я. Савченко]. – СПб. : Лань, 2001. – 368 с.

4. Кобель Г. П. Олімпіадні задачі з фізики (Районна та обласна учнівська олімпіада з фізики: Волинська область, 2013/2014 навч. рік) / Г. П. Кобель, В. О. Савош. – Луцьк : LUCKY, 2016. – 60 с.