

**РЕЦЕНЗІЯ НА МОНОГРАФІЮ
ВОЛОДИМИРА ТРЕТЯКА
“ФОРМИ РЕЛЯТИВІСТИЧНОЇ ЛАГРАНЖЕВОЇ
ДИНАМІКИ”**

Аскольд ДУВІРЯК, Юрій ЯРЕМКО

Інститут фізики конденсованих систем НАН України
вул. Свенціцького 1, Львів 79011, Україна
e-mail: duviryak@icmp.lviv.ua

У цій книзі викладено оригінальний нетрадиційний підхід до опису динаміки релятивістичних систем взаємодіючих частинок. Його можна розглядати як альтернативу, або, принаймні, як доповнення до теоретико-польового уявлення про взаємодії, і є різновидом *релятивістичної теорії прямих взаємодій* (РТПВ), званої ще як теорії *дії на відстані*. Хоч перші публікації з цієї теорії з'явилися більш як століття тому, а її основи закладені в роботах таких корифеїв теоретичної фізики як Вілера, Фейнмана і Дірака, лише в останні три десятиліття РТПВ отримала інтенсивний розвиток. У Львові група фізиків, яку організував та очолював професор Роман Гайда (1928-1998), зробила вагомий внесок у цю науку. Зокрема, було розвинуто лагранжівий підхід до РТПВ, який увійшов у монографію учня та послідовника Р. Гайди д-ра ф.-м. н. Володимира Третяка.

Анотацію до книги, яка вийшла у видавництві “Наукова думка” (2011), написав доктор фіз.-мат. наук, професор В.П. Гусинін – визначний фахівець у царині квантової теорії поля.

Одразу зазначимо, що доробок автора у цій праці є визначальним, причому не тільки за кількістю оригінальних результатів, але й за глибиною концептуального осмислення підходу. Мабуть тому монографія є змістовною, цілісною, а математична мова викладу – стисла і доступна для фахівців фізичних спеціальностей.

Для широкого загалу фізиків релятивістична теорія прямих взаємодій може видатися мало відомою або й зовсім новою. Тому пропонуємо, як анонс монографії, дещо вільний переказ її змісту без формул, і просимо вибачення в автора за неточності.

У назві книги відображена фізико-математична концепція підходу, яку розкрито у її перших 2-х розділах. Оскільки поняття одночасності у теорії відносності не є абсолютним, то можна по-різному задавати множини одночасних подій у просторі Мінковського, а отже - по-різному означати конфігураційний простір у релятивістичній механіці. В 1950 р. П.А.М. Дірак запропонував описувати стан системи на одній з трьох гіперповерхонь у просторі Мінковського - просторовоподібній площині, гіперболіоді чи світловому фронті. Термін *Форми релятивістичної динаміки*, який Дірак ввів для цих різних описів, і слугує заголовком до 1-го розділу ре-

цензованої монографії. Діраківські форми динаміки – миттева, точкова чи фронтова – є частковими можливими прикладами форм динаміки, загальне геометричне означення яких формулює автор. В його основу покладено шарування простору Мінковського сімейством просторово-подібних 3-вимірних гіперповерхонь, параметризованим параметром t . Кожна з гіперповерхонь відіграє роль конфігураційного простору частинки (чи її N -кратний декартів добуток для системи N частинок), а t – роль часу. Таким чином, еволюцією у такому описі є перехід між гіперплощинами, що стосуються різних значень t , а результатом еволюції – світові лінії частинок у просторі Мінковського.

Форму динаміки, тобто шарування простору Мінковського, можна вибирати довільно, лиш би гіперповерхні одночасності були просторово-подібними (або, щонайбільше, ізотропними). На практиці, однак, важливим є те, як змінюються гіперповерхні одночасності під дією перетворень групи Пуанкаре. Генератори перетворень, які не змінюють форми гіперповерхні, не містять взаємодії. Хоча три діраківські форми динаміки є найбільш симетричними (мають шість (миттева та точкова) чи сім (фронтова) чисто кінематичних генераторів алгебри Пуанкаре), ніяке з можливих шарувань простору Мінковського не може бути пуанкаре-інваріантним. Іншими словами, завжди існує перетворення з групи Пуанкаре, що переводить одночасну конфігурацію **взаємодіючих** частинок у неодноточкову, тобто таку, що не належить до спільного конфігураційного простору.

Автор пропонує оригінальне розв'язання цієї проблеми, відомої у літературі як теорема про невзаємодію. А саме, опис системи частинок на нескінченному струменевому продовженні конфігураційного простору, тобто на просторі, що містить положення частинок у момент t , їх швидкості, прискорення та вищі похідні за t аж до нескінченного порядку. На такому просторі існує замкнена реалізація групи Пуанкаре, яку автор будує у довільній формі динаміки.

Цим створено строге математичне підґрунтя для формулювання у 2-му розділі книги лагранжевого опису релятивістичної системи N взаємодіючих частинок.

Опис замкнутої релятивістичної системи повинен бути інваріантним щодо групи Пуанкаре. З допомогою побудованої реалізації групи Пуанкаре автор формулює умови інваріантності лагранжевого опису системи N частинок і показує, що лише лагранжіани, залежні від усіх похідних аж до нескінченного порядку, можуть описувати взаємодію між частинками. Цим доведено лагранжів варіант відомої в РТПВ теореми про невзаємодію у довільній формі релятивістичної динаміки. Шляхом розв'язування умов інваріантності автор одержує точні вільночастинкові лагранжіани у різних формах динаміки. Цікавим і оригінальним є введення у формалізм класичної механіки калібрувальних перетворень. Нову, розроблену автором методику проілюстровано, зокрема, лагранжіанами у неінерційних системах відліку, пов'язаними з калібрувальними перетвореннями Пуанкаре.

Зв'язок між різними формами динаміки описано у 3-му розділі. В 4-му знайдено зв'язок лагранжевого формалізму із формалізмом інтегралів дії типу Фоккера, що відповідають класичним релятивістичним полям довільного цілого спіну n та маси κ . Звідси перекидається місток до теоретико-польових описів взаємодії релятивістичних частинок, зокрема теорії джерел Швінгера. У цьому розділі загальні вирази, отримані формальним математичним шляхом, набувають фізичної інтерпретації. Знайдено явні вирази для релятивістичних потенціалів, що відповідають електромагнетній

та гравітаційній взаємодіям, взаємодіям через інші скалярні, векторні чи тензорні поля, як безмасові, так і масивні. Усі ці вирази є нескінченними формальними рядами за оберненою швидкістю світла $1/c$. У фізичних застосуваннях часто досить обмежитися наближеними виразами з точністю до $1/c^2$ або $1/c^4$ – так званими 1-м або 2-м квазірелятивістичними наближеннями, що детально розглядаються у 5-му розділі. Зокрема, в 1-му квазірелятивістичному наближенні лагранжіан як правило залежить лише від координат і швидкостей частинок, як і в нерелятивістичній механіці.

Від 2-го квазірелятивістичного наближення та вище лагранжіани взаємодії обов'язково залежать від прискорень та вищих похідних. Відповідні лагранжеві рівняння руху містять 4-ті та вищі похідні, що породжує для них проблему початкових даних. Адже у класичній ньютонівській механіці динаміка системи частинок описується диференціальними рівняннями руху 2-го порядку, і для їх розв'язання досить задати початкові положення та швидкості частинок. У релятивістичних лагранжевих рівняннях вищі похідні з'являються в малих щодо $1/c$ членах, і їх можна послідовно усунути з допомогою рівнянь руху нижчих наближень. Таку процедуру детально опрацьовано у 6-му розділі, у якому розглядаються й інші важливі аспекти релятивістичних рівнянь ньютонівського типу, зокрема їх пуанкаре-інваріантність у різних формах динаміки.

Ще важливішою проблемою є перехід від лагранжевого до гамільтонового формалізму. Якщо у звичній механіці він здійснюється стандартним перетворенням Лежандра, то в релятивістичній механіці системи N взаємодіючих частинок необхідно здійснити перехід від лагранжевого опису на просторі координат, швидкостей та вищих похідних (аж до ∞ -го порядку) до гамільтонового опису на $6N$ -вимірному фазовому просторі (як в нерелятивістичній механіці). Очевидно, що в процесі має здійснитися редукція надлишкових ступенів вільності, про яку вже йшлося у попередньому розділі.

Автор пропонує математично елегантний алгоритм переходу до гамільтонового опису із залученням формалізму Гамільтона-Остроградського, що дозволяє будувати методом послідовних наближень не тільки гамільтоніан системи, але й 10 канонічних генераторів групи Пуанкаре, що у гамільтоновому описі є інтегралами руху. Запропонована процедура гамільтонізації дає обґрунтування передбаченої Діраком структури генераторів групи Пуанкаре у різних формах динаміки. Вона також включає конструктивний алгоритм переходу від коваріантних змінних, що описують світові лінії частинок у просторі Мінковського, до канонічних змінних із складними трансформаційними властивостями, що не мають безпосереднього фізичного змісту. Перехід до нековаріантних канонічних змінних природно узгоджує отриманий канонічний опис із раніше відомою в релятивістичній гамільтоновій механіці теоремою про невзаємодію.

Гамільтонів формалізм має багато переваг у фізичних застосуваннях. Він, наприклад, необхідний, або, принаймні природний для побудови квантового опису динамічних систем. В даній книзі, що не виходить за рамки класичної механіки, на основі гамільтонового опису побудовано релятивістичну стасистичну механіку. Зокрема, в 11-му розділі обчислено квазірелятивістичні поправки до термодинамічних функцій систем частинок із різноманітними взаємодіями.

Особливе значення в статистичній механіці, як і в механіці загалом, мають точно розв'язні моделі. Пошук таких прикладів в рамках реляти-

вістичної лагранжевої механіки ускладнюється неінваріантністю відношення одночасності у геометричних формах динаміки. Як наслідок, доводиться мати справу із лагранжіанами у формі нескінченних рядів за $1/c$. Винятком є фронтна форма динаміки у 2-вимірному просторі-часі, в якій відношення одночасності є інваріантним, а лагранжіани взаємодії можуть залежати лише від координат і швидкостей. Автор пропонує низку інтегровних 2-частинкових систем (9-й розділ) із часоасиметричною польовою взаємодією. Ці моделі відображають важливі релятивістичні особливості динаміки реалістичних систем із електромагнетною, скалярною чи іншими взаємодіями. Як приклад N -частинкової часоасиметричної системи автор пропонує релятивістичну модель газу твердих стрижнів (2-вимірних аналогів твердих кульок), для якої буде в 11-му розділі точний статистичний опис.

Для побудови точно розв'язних моделей у 4-вимірному просторі Мінковського автор винаходить т. зв. ізотропну форму динаміки, яка не зводиться до геометричних, і хоч можлива лише для 2-частинкових систем, однак забезпечує інваріантність одночасності. В такому описі системи із часоасиметричними взаємодіями, які легко перенести із 2-вимірного у 4-вимірний простір-час, також є інтегровними, а результати їх досліджень подано у покличах книги.

Останній 12-й розділ книги присвячений релятивістичній механіці суцільного середовища. Оригінальною рисою підходу є те, що фізичні властивості суцільного середовища задаються у термінах його симетрії щодо тієї чи іншої групи перетворень. Таким чином автор відтворює рівняння релятивістичної гідродинаміки, будує опис деформівного твердого тіла, а також одержує лагранжеву динаміку поширених релятивістичних об'єктів на кшталт струн мембран тощо.

Монографія завершується колекцією покликів на ключові роботи, в яких були закладені основи та розвинені ідеї релятивістичної теорії прямих взаємодій. Також зацікавлений читач знайде тут ретельну добірку книг з математики та теоретичної фізики, що допоможуть поглибити свою освіту та досягнути зміст цієї монографії.

REVIEW ON THE HANDBOOK BY VOLODYMYR TRETYAK “FORMS OF RELATIVISTIC LAGRANGIAN DYNAMICS”

Askold DUVIRYAK, Yuriy YAREMKO

Institute for Condensed Matter Physics
of the National Academy of Sciences of Ukraine
1 Svientsitskii Str., Lviv 79011, Ukraine
e-mail: duviryak@icmp.lviv.ua