

## ЗАСТОСУВАННЯ КОМБІНАТОРНО-ВАРІАЦІЙНОГО ПІДХОДУ ДО КЛАСИФІКАЦІЇ ГЕОМЕТРИЧНИХ ОБ'ЄКТІВ

*Національний технічний університет України “Київський політехнічний інститут”, Україна*

*Запропоновано новий спосіб класифікації геометричних об'єктів, який спирається на комбінаторно-варіаційну методологію формоутворення, проаналізовано його практичне використання на прикладі ліній, поверхонь і тіл.*

**Постановка проблеми.** Відомо, що класифікація – це ефективний засіб упорядкування досліджуваних об'єктів відповідно до певних їх важливих властивостей, ознак, особливостей тощо. Даний напрямок не тільки систематизує опрацьовану предметну область, а й слугує основою для розробки нових наукових теорій, методів, прийомів і т. д.

До широко застосовуваних у техніці геометричних фігур відносяться лінії, поверхні та тіла. Безмежне їх різноманіття потребує здійснення, з одного боку, певної уніфікації, а з іншого, забезпечення можливості гнучкого продуктивного варіантного формоутворення створюваної продукції. Успішному подоланню окресленої проблеми сприяє впровадження у процеси комп'ютерного геометричного моделювання комбінаторно-варіаційного підходу.

**Аналіз досліджень і публікацій.** У роботі [1] подано деякі способи і прийоми комбінаторно-варіаційного формоутворення, що є подальшим розвитком напрацьованої на кафедрі нарисної геометрії, інженерної та комп'ютерної графіки НТУУ «КПІ» структурно-параметричної методології. Публікацією [2] обґрунтовано необхідність зазначених засобів для оптимального варіантного проектування об'єктів машинобудування, а в дослідженні [3] наведено реалізацію відповідного математичного апарату. Загальним аспектам класифікації геометричних фігур присвячено статтю [4]. Наукове видання [5] використано в якості ілюстративного матеріалу до розглянутої методики.

**Цілі статті.** На базі комбінаторно-варіаційної методології запропонувати новий спосіб класифікації геометричних об'єктів, показати його ефективність для автоматизованого комп'ютерного моделювання технічних об'єктів.

**Основна частина.** Згідно з [4] в основу класифікації покладемо вимірність фігур та кінематичне формоутворення. У якості вихідних даних застосуємо елементи деякої множини ліній

$$L = (L_i)_1^{N_l}. \quad (1)$$

Для опису більшості поданих у [5] поверхонь використаємо

$$L = (L_i)_1^4 = (l_j)_1^{16}, \quad (2)$$

де  $L_1$ =(першого порядку)=(пряма),  $L_2$ =(другого порядку)=(коло, еліпс, парабола, гіпербола),  $L_3$ =(третього порядку)=(аньєзіана, лист Декарта),  $L_4$ =(інші)=(циклоїди, спіралі, інші)=(астроїда; Архімеда, логарифмічна, гіперболічна, конічна, евольвента кола; ланцюгова, гвинтова, синусоїда).

Невелике число елементів  $N_n=16$  виразу (2) обрано у зв'язку з обмеженням обсягом даної публікації. Розглянута дефініція є відкритою, тобто корегується видаленням непотрібних компонентів або додаванням необхідних. У випадку, який аналізується, це можуть бути  $L_{33}$ =(напівкубічна парабола),  $L_{434}$ =(кругова синусоїда) тощо.

Доцільно зменшувати кількість елементів множини (2) без звуження розмаїття відтворюваних за допомогою них фігур. Таким прикладом слугує універсальний математичний опис у раціональній параметричній формі [3], що на засадах комбінаторно-варіаційного підходу дає змогу визначати  $L_1$  та  $L_2$ .

Важливим питанням є узагальнення окремих ліній, яке дозволяє розширювати охоплені опрацьовуваною класифікацією геометричні об'єкти. Це відноситься, зокрема, до  $L_{411}$  і  $L_{433}$  шляхом застосування відповідно рівнянь гіпоциклоїди [6] та загальної синусоїди [5].

Як кінематичну складову запропонованого підходу використаємо наступну множини, яка характеризує перетворення твірної під час її переміщення вздовж напрямної,

$$P = (P_i)_1^2, \quad (3)$$

де  $P_1$ =(рух)=(паралельне перенесення, поворот, паралельне\_перенесення\_поворот),  $P_2$ =(масштабування)=(пропорційне, непропорційне).

Зауважимо, що:

- компоненти  $P_1$  і  $P_2$  виразу (3) забезпечують відповідно збереження та зміну відстаней між точками твірної у процесі її переміщення;
- елемент  $P_{13}$  є композицією паралельного перенесення та повороту;
- $P_{21}$  реалізує перетворення подібності.

Можливі модифікації твірної визначаються декартовим добутком

$$M = P_1 \times P_2 = (M_i)_1^6. \quad (4)$$

Виконаємо дослідження деяких ліній, що поширені в техніці та котрі варто подавати як комбінаторно-варіаційні геометричні об'єкти (КВГО) для здійснення оптимального автоматизованого проектування зазначеної продукції. КВГО – це варіантні фігури, створювані на основі відповідних моделей [1] шляхом комбінювання компонентів останніх і варіювання їх параметрів.

На рис. 1 показано кілька типових деталей машинобудування та їх елементів.

Аналіз наведених зображень засвідчує, що типовими зовнішніми і внутрішніми контурами граней деталей є кола, трикутники, чотирикутники та комбіновані з прямолінійних відрізків і дуг кіл криволінійні складені замкнені обводи. Отже, перераховані геометричні фігури можна розглядати як КВГО з елементів виразу (2).

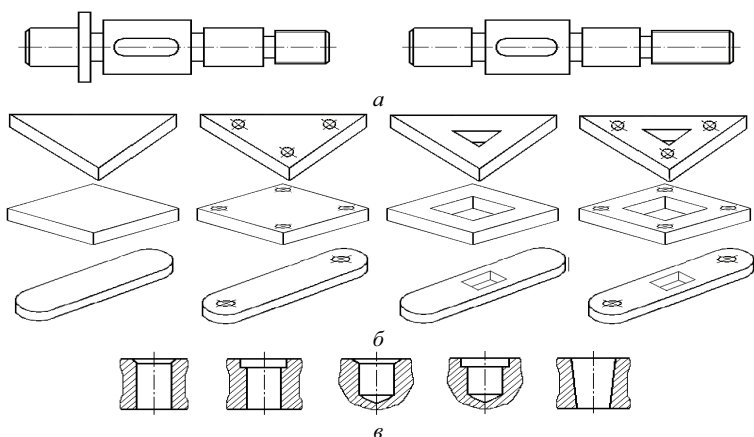


Рис. 1. Деякі типові деталі машинобудування та їх елементи:  
*a* – проектні комбінаторно-варіаційні модифікації вала; *б* – площинні деталі з трикутним, чотирикутним та криволінійним контуром у плані;  
*в* – види отворів

Згідно з [4] класифікація деякої сукупності поверхонь  $\Pi$  спирається на декартовий добуток множини (2), тобто

$$\Pi = L \times M. \quad (5)$$

На підставі (5), з урахуванням співвідношення (4), подальший рівень класифікації подається залежністю

$$\Pi = L \times L \times M. \quad (6)$$

Варіаційною складовою для ліній  $L$  є змінювання їх положення у просторі та форми, а для елементів множини  $M$  – параметрів руху й масштабування, таких як напрями паралельних перенесень і поворотів, їх швидкості, радіуси обертання тощо.

Формули (2) ... (6) охоплюють значну частину досліджених у [5] фігур, а також й інші. Наприклад, запропонованому комбінаторно-варіаційному підходу класифікації геометричних об'єктів відповідають поверхні: циліндричні=(прямі, похилі)=(обертання, еліптичні, параболічні, гіперболічні, циліндричні гвинтові смуги, астроидалні, з напрямною спіраллю Архімеда, з напрямною логарифмічною спіраллю, евольвентні, з напрямною ланцюговою лінією, синусоїдальні, ... ; обертання, еліптичні, гіперболічні, ... ), конічні=(обертання, еліптичні, параболічні, гіперболічні, похилі еліптичні, евольвентні, з напрямною круговою синусоїдою ... ), обертання=(сфери, кругові тори, еліпсоїди, еліптичні тори, параболоїди, двопорожнинні гіперболоїди, напівкубічних парабол, астроида, катеноїди, загальних синусоїд ... ), паралельного перенесення=(прямого, діагонального, вельоїдальні)=(кругові, еліптичні, парабол уздовж гіпербол, ланцюгових ліній уздовж ланцюгових, синусоїд уздовж синусоїд ... ; кругові Волкова ... ; еліпсоїдальні, параболоїдальні ... ), гвинтові=(лінійчасті, кругові, з довільними твірними)=(прямі гелікоїди,

косі гелікоїди ... ; трубчаті, прямі кругові ... ; з параболічними твірними, з синусоїдальними твірними ... ), спіральні=(з прямими твірними, з твірними еліпсами, з синусоїдальними твірними ... ), гофровані=(сфери, параболоїди обертання ... ) і т. д.

Оскільки для класифікації тіл придатна формула

$$T = L \times P \times M = (m_i)_1^{Nm}, \quad (7)$$

то в цьому випадку важливим є питання, крім виконаного упорядкування ліній, поверхонь та їх імовірних модифікацій, ще й комбінаторно-варіаційної взаємодії перерахованих фігур у вигляді побудови різноманітних граней та варіантного поєднання останніх поміж собою.

З точки зору отримання цілісної картини слід опрацювати за викладеною методикою формування у тривимірному просторі гібридних геометричних об'єктів.

Додатковим до (7) засобом систематизації тіл, розповсюджених у техніці, зокрема в машинобудуванні, може бути наступна множина булевих операцій

$$B = (\text{об'єднання, різниця, перетин}). \quad (8)$$

У [5] показано створення за допомогою цих операцій нових тіл на основі комбінацій тетраєдрів, пірамід, призм і т. д. Для наведених на рис. 1 деталей у якості вихідних фігур, згідно з (7) та зазначених прийомів (8), використано

$$T = (m_i)_1^5,$$

де  $m_1$ =(трикутна призма),  $m_2$ =(чотирикутна призма),  $m_3$ =(круговий циліндр),  $m_4$ =(круговий конус),  $m_5$ =(нарізь).

**Висновки.** Запропонований на засадах комбінаторно-варіаційного підходу новий спосіб класифікації геометричних фігур дозволяє ефективно систематизувати дану предметну область, з'ясувати граничну кількість опрацьовуваних об'єктів та ще не досліджені з них, визначати напрямки узагальнення й уніфікації методів формоутворення, підвищувати, шляхом використання відповідних варіантних комп'ютерних моделей, продуктивність автоматизованого проектування різноманітної технічної продукції і т. д.

**Перспективи подальших досліджень.** Викладену концепцію класифікації доцільно поширити на багатовимірні геометричні об'єкти.

## Література

1. Ванін В.В. Застосування структурно-параметричного підходу як методології комп'ютерної комбінаторно-варіаційної геометрії / В.В. Ванін, Г.А. Вірченко, В.Г. Вірченко // Прикл. геом. та інж. графіка. – Вип. 87. – К.: КНУБА, 2011. – С. 12-17.
2. Ванін В.В. Оптимальне варіантне геометричне моделювання технічних об'єктів / В.В. Ванін, В.Г. Вірченко // Прикл. геом. та інж. графіка. – Вип. 89. – К.: КНУБА, 2012. – С. 22-27.
3. Вірченко В.Г. Твердотільне геометричне комп'ютерне моделювання об'єктів машинобудування на засадах комбінаторно-варіаційного підходу / В.Г.

Вірченко // Праці ТДАТУ. – Вип. 4. Прикл. геом. та інж. графіка. – Т. 54. – Мелітополь: ТДАТУ, 2012. – С.27-31.

4. *Вірченко Г.А.* Деякі питання класифікації геометричних об'єктів / Г.А. Вірченко, В.Г. Вірченко // Праці ТДАТУ. – Вип. 4. Прикл. геом. та інж. графіка. – Т. 51. – Мелітополь: ТДАТУ, 2011. – С.95-99.

5. *Кривошапко С.Н.* Аналитические поверхности: материалы по геометрии 500 поверхностей и информация к расчету на прочность тонких оболочек / С.Н. Кривошапко, В.Н. Иванов, С.М. Халаби. – М.: Наука, 2006. – 544 с.

6. *Бронштейн И.Н.* Справочник по математике для инженеров и учащихся втузов / И.Н.Бронштейн, К.А.Семендяев.– М.: Наука,1981.– 720 с.

## **ПРИМЕНЕНИЕ КОМБИНАТОРНО-ВАРИАЦИОННОГО ПОДХОДА К КЛАССИФИКАЦИИ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ОБЪЕКТОВ**

***В. В. Ванин, В. Г. Вірченко***

Предложен новый способ классификации геометрических объектов, который базируется на комбинаторно-вариационной методологии формообразования, проанализировано его практическое применение на примере линий, поверхностей и тел.

## **THE APPLICATION OF COMBINATORIAL-VARIATIONAL APPROACH TO THE CLASSIFICATION OF GEOMETRIC OBJECTS**

***V. Vanin, V. Virchenko***

New method for classification of geometric objects, which is based on the combinatorial-variation methodology of forming, is proposed in this article. Its practical application is analyzed on the example of curves, surfaces and solids.