УДК 515.2:536.3:664.8
О. В. Реута, к. т. н.

ДИСКРЕТНА МОДЕЛЬ ПРОСТОРОВОГО ОБ'ЄКТУ НА ОСНОВІ ГАБАРИТНОГО ЦИЛІНДРА

Дніпропетровський національний університет ім. Олеся Гончара, Україна

В роботі запропонований варіант дискретної моделі тривимірних об'єктів з циліндричною формою габаритного контейнера. Елементами моделі є воксели у формі криволінійних шестигранників. Розроблена процедура зіставлення таких моделей і показана їх ефективність у порівнянні з існуючими моделями на основі габаритного паралелепіпеда.

Постановка проблеми. Існуючі дискретні моделі в задачах ідентифікації форм просторових об'єктів (ПО) земної поверхні на основі їх проекційних зображень разом з їх привабливими рисами [1] мають один суттєвий недолік — залежність від орієнтації габаритного контейнера (ГК) відносно самого об'єкту на момент побудови моделі. Така залежність значною мірою ускладнює процес зіставлення моделей, що в кінцевому рахунку знижує якість їх ідентифікації.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Дискретні (воксельні) моделі є ефективною формою подання ПО в задачах комп'ютерної графіки [2] та комп'ютерного бачення [3]. В задачах реконструкції і ідентифікації форм ПО знайшов ефективне застосування їх більш економний еквівалент у вигляді матричних моделей [4]. При цьому формою утворюючого елемента (воксела) моделі, як правило, є паралелепіпед. Лише зрідка в специфічних застосуваннях можна зустріти використання сферичних вокселів (як, наприклад, при візуалізації хмар [5]) та навіть вокселів довільної форми (комп'ютерна гра Masterspace v1.5). Однак, такі форми не є широко вживаними.

Постановка задачі. Розглянути можливість використання в дискретних моделях ПО ГК у формі циліндра і визначити процедуру їх порівняння.

Основна частина. Воксельна модель (ВМ) ПО, ГК якої має форму циліндра (габаритний циліндр), будується за тим же принципом, що і класична ВМ на основі габаритного паралелепіпеда (ВМГП) [1, 6].

Прямий круговий габаритний циліндр (ГЦ) описується навколо об'єкта так, що площина його нижньої основи є площиною основи об'єкта.

Введемо циліндричну систему координат $O\rho\varphi z$, позначивши через ρ, φ та z відповідно радіус, азимут та висоту. Вісь Oz співпадає з віссю ГЦ, а початок лежить в центрі його нижньої основи (рис. 1, а).

Простір ГЦ розбивається координатними поверхнями на воксели у формі криволінійних шестигранників (рис. 1). Рівняння цих поверхонь:

$$\begin{aligned} \rho &= \Delta_\rho (i-1), \quad i=\overline{1, N}; \\ \varphi &= \Delta_\varphi (j-1), \quad j=\overline{1, M}; \\ z &= \Delta_z (k-1), \quad k=\overline{1, K}, \end{aligned} \tag{1}$$

де $\Delta_\rho = R/N$, $\Delta_z = H/K$ — лінійні розміри воксела в радіальному та осьовому напрямках, відповідно; $\Delta_\varphi = 2\pi/M$ — кутовий розмір воксела; R і H — радіус і висота ГЦ, відповідно; N, M, K — максимальні кількості вокселів в моделі в радіальному, азимутальному та осьовому напрямках, відповідно.

Зазначимо, що тут і далі індекси i, j, k, які визначають положення окремого воксела в моделі, змінюються, як показано у виразах (1).

Воксельна модель об'єкту складається з тих вокселів, об'єм яких повністю чи частково (що залежить від вимог задачі) заповнений речовиною об'єкту. Так само як і для ВМГП, можуть бути введені в розгляд непрозорі, напівпрозорі і прозорі воксели [6].

Відповідно до прийнятих позначень (рис. 1, б), вирази для координат вершин воксела (i, j, k) мають вигляд:

$$\begin{aligned} &\rho_0 = \rho_1 = \rho_4 = \rho_5 = \Delta_\rho (i-1), && \rho_2 = \rho_3 = \rho_6 = \rho_7 = \Delta_\rho i, \\ &\varphi_4 = \varphi_5 = \varphi_6 = \varphi_7 = \Delta_\varphi (j-1), && \varphi_0 = \varphi_1 = \varphi_2 = \varphi_3 = \Delta_\varphi j, \\ &z_1 = z_3 = z_5 = z_7 = \Delta_z (k-1), && z_0 = z_2 = z_4 = z_6 = \Delta_z k. \end{aligned} \tag{2}$$

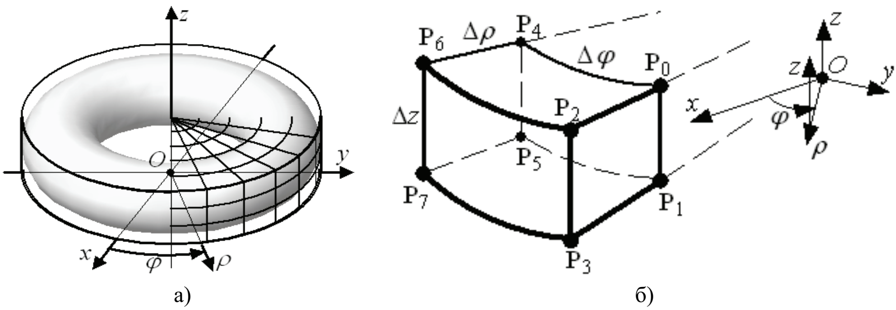


Рис. 1. Побудова дискретної моделі на основі габаритного циліндра

Точність подання форми об'єкту моделлю визначається лінійними розмірами вокселів (дискретами) — ℓ_ρ, ℓ_φ, ℓ_z. При цьому, якщо $\ell_\rho = \Delta_\rho$ і $\ell_z = \Delta_z$ є сталими (не залежать від положення воксела в моделі), то лінійний розмір воксела в азимутальному напряку ℓ_φ змінюється з віддаленням його від осі Oz, оскільки $\ell_\varphi = \Delta_\varphi \Delta_\rho (i-1)$ або $\ell_\varphi = \Delta_\varphi \Delta_\rho i$, в залежності від того, ближча чи дальша від осі Oz сторона воксела розглядається. Відповідно до цього і об'єм воксела є величиною змінною і визначається як

$$v(i) = \frac{2\pi H}{MK}\left(\frac{R}{N}\right)^2\left(i - \frac{1}{2}\right), \tag{3}$$

де $v(i)$ — об'єм i-го від осі Oz воксела (індекс i, збільшуючись, вибирає воксели моделі у радіальному напрямку від осі ГЦ до його бічної поверхні).

Також наведемо співвідношення для найменшого ($v_{\min}$), найбільшого ($v_{\max}$) та середнього ($v_{\text{сер}}$) об'ємів вокселів в даній моделі:

$$v_{\min} = \frac{\pi H}{MK}\left(\frac{R}{N}\right)^2, \quad v_{\max} = v_{\min}(2N-1), \quad v_{\text{сер}} = v_{\min}N = \frac{\pi HR^2}{NMK} = \frac{V_{\text{ГЦ}}}{NMK}, \tag{4}$$

де $V_{\text{ГЦ}} = \pi HR^2$ — об'єм ГЦ.

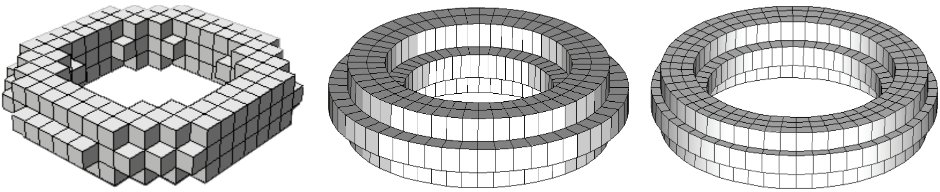
Оскільки розміри вокселів (як і їх об'єм) збільшуються від центру до периферії моделі, то пропорційно цьому падає точність подання форми об'єкти. Щоб уникнути цього, поставимо умову: всі воксели моделі повинні мати однаковий об'єм. Тоді, для виконання цієї умови, лінійний розмір вокселів у радіальному напрямку від осі ГЦ слід зменшувати за наступним законом:

$$\Delta_\rho(i) = R\frac{\sqrt{i}-\sqrt{i-1}}{\sqrt{N}}. \tag{5}$$

В результаті об'єм воксела стає сталою величиною, яка визначається як

$$v = \frac{V_{\text{ГЦ}}}{NMK}. \tag{6}$$

На рис. 2 показані воксельні моделі тора, побудовані на основі габаритного паралелепіпеда (рис. 2, а), та ГЦ з вокселами змінного (рис. 2, б) та сталого (рис. 2, в) об'ємів. В останньому випадку кількість вокселів в моделі, а разом із цим і точність подання форми тора, збільшилась майже на 20%. Зазначимо, що всі моделі будувались для однакових N, M, K.



а) б) в)

Рис. 2. Воксельні моделі тора для $N = 15$, $M = 13$, $K = 3$

Переходячи до розгляду матричних моделей, зазначимо, що особливістю ВМГЦ є те, що завдяки осьовій симетрії ГК, вона має лише три грані, що дозволяє вдвічі зменшити кількість матриць у відповідній матричні моделі у порівнянні з ВМГП, де кількість граней дорівнює шести.

Матрична модель на основі габаритного циліндра (ММГЦ) будується за існуючою ВМГЦ так само, як у випадку габаритного паралелепіпеду [4]. Особливість полягає в тому, що ММГЦ складається з трьох матриць, які відповідають бічній поверхні ГЦ ($\mathbf{M}_0$) і двом його основам — верхній ($\mathbf{M}_1$) і нижній ($\mathbf{M}_2$). Не будемо детально розглядати процес побудови самих матриць ММГЦ, а наведемо тільки співвідношення, необхідні для ідентифікації форм просторових об'єктів, поданих своїми ММГЦ, шляхом зіставлення їх з ММГЦ відомих об'єктів. Для цього визначимо міру відмінності двох ММГЦ.

Нехай $\mathbf{X}$ — матриця $\mathbf{M}_0$ ММГЦ досліджуваного просторового об'єкту (ДПО), а $\mathbf{A}$ — $\mathbf{M}_0$ ММГЦ еталонного просторового об'єкту (ЕПО). Тоді для визначення міри відмінності ДПО та ЕПО за їх ММГЦ слід виконати наступні дії. Вважаємо, що розміри $\mathbf{M}_0$ ДПО та ЕПО однакові і становлять $N \times M$. Якщо вони різні, то $\mathbf{M}_0$ ЕПО редискретизується до розміру $\mathbf{M}_0$ ДПО.

Спочатку на основі $\mathbf{M}_0$ ЕПО $\mathbf{A}$ складається наступна блочна матриця:

$$\widetilde{\mathbf{A}} = \left[\mathbf{A}_{11}\mathbf{A}_{12}\right], \tag{7}$$

де $\mathbf{A}_{11} = \mathbf{A}_{12} = \mathbf{A}$. Зазначимо, що розмір $\widetilde{\mathbf{A}}$ становить $N \times 2M$.

Міру відмінності $\mathbf{M}_0$ ДПО від $\mathbf{M}_0$ заданого ЕПО визначимо як

$$s_{\mathbf{XA}} = \min_{k=0..M-1}\left\{\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{M}\left|x_{ij} - \widetilde{a}_{i(j+k)}\right|\right\}, \tag{8}$$

де x_{ij} та $\widetilde{a}_{ij}$ — елементи матриць $\mathbf{X}$ та $\widetilde{\mathbf{A}}$, відповідно.

Так само визначається міри відмінності для $\mathbf{M}_1$ і $\mathbf{M}_2$, якщо вони залучаються до процесу ідентифікації.

Сама ідентифікація форми ДПО з використанням міри (8) здійснюється на основі одного з відомих алгоритмів теорії розпізнавання образів [7].

Порівняємо об'єм даних, необхідний для подання форми ДПО в рамках ММГП та ММГЦ. Вважаємо, що розмір ВМ в обох випадках однаковий і становить $N \times M \times K$. Тоді загальна кількість елементів ММГП становитиме

$$\Sigma_{\text{ГП}} = 2\left(NM + MK + KN\right), \tag{9}$$

коли у той самий час для ММГЦ вона визначатиметься величиною

$$\Sigma_{\text{ГЦ}} = M\left(2N + K\right). \tag{10}$$

Різниця становить

$$\Delta\Sigma = \Sigma_{\text{ГП}} - \Sigma_{\text{ГЦ}} = K\left(2N + M\right), \tag{11}$$

що показує економність ММГЦ у порівнянні з ММГП. Наприклад, при $N = 15$, $M = 13$ і $K = 3$ (рис. 2) маємо $\Sigma_{\text{ГП}} = 558$, $\Sigma_{\text{ГЦ}} = 429$, $\Delta\Sigma = 129$ і, таким чином, ММГЦ економить 23,12% об'єму пам'яті для збереження даних моделей.

Дамо загальну характеристику запропонованої моделі. Як її недоліки визначимо складну форму вокселів (криволінійний шестигранник, у спрощеному варіанті — призма), що ускладнює процес візуалізації моделі; розмір воксела залежить від його положення і, таким чином, точність подання форми ПО змінюється в рамках однієї моделі. Останній недолік можна дещо «пом'якшити», залучивши до моделі розглянуті воксели зі змінними радіальними дискретами.

До достоїнств моделі віднесемо спрощену процедуру порівняння об'єктів, що особливо важливо для задачі ідентифікації їх форми. Крім того, ММГЦ включає меншу кількість елементів, що економить ресурси і прискорює процес її обробки.

Висновки. Як свідчить аналіз характеристик запропонованої моделі, її достоїнства є суттєвими саме для розв'язання основної задачі дослідження — ідентифікації просторових об'єктів, — в той час, недоліки стосуються переважно другорядних задач. Таким чином, використання дискретних моделей (воксельних і матричних) на основі ГЦ для ідентифікації форми ПО вважається за доцільне.

Література

1. *Реута О. В.* Воксельна модель тривимірного об'єкту в задачах реконструкції його форми // Прикладна геометрія та інженерна графіка. — К.: КНУБА, 2008. — Вип. 80 — С. 500 – 504.
2. *Kaufman A., Daniel C., Roni Y.* Volume Graphics // IEEE Computer, Vol. 26, No. 7, July 1993, PP. 51 – 64.
3. *Szeliski R.* Computer Vision: Algorithms and Applications. Springer, New York, 2011, 812 P.
4. *Реута О. В.* Порівняння матричної і воксельної моделей тривимірного тіла для задач його реконструкції // Прикладна геометрія та інженерна графіка. — К.: КНУБА, 2009. — Вип. 82 — С. 203 – 207.
5. *Y. Dobashi, K. Kaneda, H. Yamashita, T. Okita, T. Nishita*. A Simple, Efficient Method for Realistic Animation of Clouds, Proc. of SIGGRAPH'2000, 2000 – 7, PP. 19 – 28.
6. *Реута О. В.* Використання напівпрозорих вокселів в дискретних моделях просторових об'єктів // Праці Таврійського державного агротехнічного університету. Прикладна геометрія та інженерна графіка — Мелітополь: ТДАТУ, 2012. — Вип. 4, т. 52. — С. 107 – 111.
7. *Горелик А. Л., Скрипкин В. А.* Методы распознавания. — М.: Высшая школа, 2004. — 262 с.

ДИСКРЕТНАЯ МОДЕЛЬ ПРОСТРАНСТВЕННОГО ОБЪЕКТА НА ОСНОВЕ ГАБАРИТНОГО ЦИЛИНДРА

А. В. Реута

В работе предложен вариант дискретной модели трёхмерных объектов с цилиндрической формой габаритного контейнера. Элементами модели выступают вокселы в форме криволинейных шестигранников. Разработана процедура сопоставления таких моделей и показана их эффективность в сравнении с существующими моделями, построенными на основе габаритного параллелепипеда.

DISCRETE MODEL OF THE SPACE OBJECT ON THE BASE OF THE OVERALL CYLINDER

Olexandr V. Reuta

A variant of discrete model of the 3D-objects is proposed in this work. The proposed model is built on the base of the overall cylinder and composed from the curvilinear hexahedron shape voxels. The procedure for comparison of such models is developed and efficiency of them comparing to the existing models on the base of the overall parallelepiped is shown.