

ВИЗНАЧЕННЯ ШЛЯХУ ОБХОДУ ПЕРЕШКОДИ ПІД ЧАС РУХУ МОБІЛЬНОГО РОБОТА ПО ПЛОЩИНІ

Харківський національний університет радіоелектроніки

Наведено спосіб розрахунку траєкторії переміщення по площині мобільного робота з урахуванням перешкод у вигляді багатокутних фігур, що належать цій площині.

Постановка проблеми. Інтелектуальний мобільний робот - це складна мехатронна система, здатна сенсорно сприймати навколишнє середовище й аналізувати її стан для здійснення автономної навігації й керованого руху до місця призначення з метою виконання конкретних завдань (транспортування вантажів, вивчення місцевості, проведення рятувальних робіт тощо). Інтегрована система навігації й керування рухом мобільного робота має бути здатна розпізнавати й моделювати навколишнє середовище, приймати адекватні рішення та визначати навігаційні параметри [1]. Одним із головних параметрів при цьому є визначення напрямку обходу перешкод на площині в просторі. Дослідження в цій області [2] зводяться до моделювання навколишнього середовища та планування маршрутів (з урахуванням перешкод), і є головною складовою системи керування інтелектуальним мобільним роботом.

Аналіз відомих досліджень. Простим алгоритмом знаходження шляху серед перешкод є хвильовий алгоритм [2]. При цьому запускається уявна хвиля зі стартової точки, що поступово заповнює площину, доходячи до цільової точки. До переваг хвильового алгоритму відносять простоту реалізації та можливість визначення найкоротшого шляху. Хоча остання перевага досягається не раціонально, адже пошук замість того, щоб бути спрямованим до цілі, йде рівномірно в усіх напрямках.

Модифікацією хвильового алгоритму є двохвильовий алгоритм, коли «запускаються» дві хвилі: зі стартової і цільової точок [1, 4]. Алгоритм працює до зустрічі цих двох фронтів. На базі зазначеного було створено алгоритм Best-First Search [6] з метою виправити основний недолік попередніх алгоритмів, а саме: ігнорування пріоритетного напрямку до мети та використання евристичного пошуку. Це дозволило створити алгоритми з високою швидкістю роботи [7]. До недоліків відносять визначення криволінійних шляхів траси, які вигинаються навколо перешкоди (а не відрізки прямих), і для реалізації руху по яким необхідно інтерпретувати керуванням робота.

Найбільш використовуваним алгоритмом пошуку оптимальних шляхів вважається «Алгоритм А*» [5], який поєднує в собі переваги попередніх алгоритмів і використовує евристики (B-F Search). До недоліків «Алгоритму А*» відносять, по суті, суб'єктивний фактор - якість роботи алгоритму сильно залежить від евристичного наближення, яке формулює фахівець; якщо «якість»

стратегії наближення буде низькою, то спостерігається різке погіршення роботи алгоритму.

Метод потенціальних полів [8] вважається найкращим алгоритмом трасування мобільних роботів. Зазначена навігація базується на абстрактній ідеї того, що навколишні об'єкти притягують або відштовхують мобільного робота в процесі руху. При цьому прийняті умови: точка цілі має деякий *позитивний* заряд; фігури-перешкоди заряджені *негативно*; місця розташування точки цілі і перешкод фіксовані; рухома точка-робот заряджена *негативно*. Тоді під дією сил рухома точка буде відштовхуватися від перешкод й притягуватися до цілі. Тоді відповідний робот та за певних умов має досягти мети [10-15].

Недоліки методу віртуальних потенціальних полів:

- складність побудови потенціальних функцій для перешкод із кутовими точками, де втрачає сенс похідна по нормалі до їхніх контурів;
- у процесі визначення траси приховано геометричну суть розрахунків;
- не наочним є вибір нової траєкторії для оновленого положення елементів перешкод, коли всі обчислення необхідно здійснювати заново;

Постановка завдання. Розробити спосіб розрахунку траєкторії переміщення по площині мобільного робота з урахуванням перешкод у вигляді багатокутних фігур, що належать цій площині.

Основна частина. Нехай профіль перешкоди має вигляд багатокутника (рис. 1). Задано стартову точку S і три точки цілі F_1 , F_2 і F_3 . Необхідно розробити математичне забезпечення алгоритму, який би на *формальному* рівні визначив шлях обходу перешкоди (рис. 2 і 3).

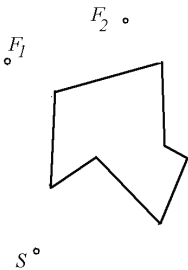


Рис. 1. Від точки S до точки F_1 обхід не потрібний

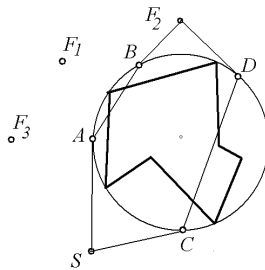


Рис. 2. Від точки S до точки F_2 необхідний обхід ліворуч

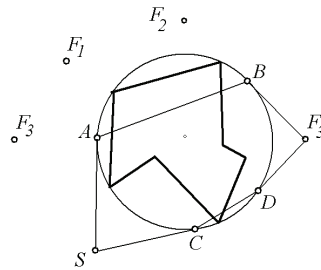


Рис. 3. Від точки S до точки F_3 необхідний обхід праворуч

Для реалізації обраного алгоритму визначення напрямку обходу слід:

- на аерофото перешкоди шляхом сегментування зображення фігури (наприклад, багатокутника) визначити сторони і координати вершин;
- за допомогою метода Хафа визначити рівняння сторін багатокутника;
- описати контур багатокутника рівнянням у неявному вигляді $f(x,y)=0$;
- визначити геометричний центр багатокутника;
- за допомогою дотичних оцінити напрям обходу (рис. 2 і 3);
- за допомогою R-функцій скласти рівняння траєкторії руху робота.

Перший спосіб опису багатокутника полягає у такому. Із використанням R -функцій \vee і \wedge нормальну функцію відрізка з координатами кінців (x_a, y_a) та (x_b, y_b) можна описати так:

$$z = \sqrt{\frac{(f_a \wedge 0)^2 + (f_b \vee 0)^2 + \omega^2}{(x_b - x_a)^2 + (y_b - y_a)^2}}, \quad (1)$$

де $f_a = (x_b - x_a)(x - x_a) + (y_b - y_a)(y - y_a)$;

$f_b = (x_b - x_a)(x - x_b) + (y_b - y_a)(y - y_b)$;

$$\omega = \begin{vmatrix} x & y & 1 \\ x_a & y_a & 1 \\ x_b & y_b & 1 \end{vmatrix}.$$

За теоремою В.Л. Рвачова [9] нормальна функція, яка відповідатиме багатокутнику з N сторонами, складатиметься з послідовності N штук R -кон'юнкцій над нормальними функціями його сторін (відрізків) і у загальному випадку матиме вигляд:

$$F(x, y) \equiv \bigwedge_{i=1}^N f_i(x, y). \quad (2)$$

Недолік такого способу опису багатокутника полягає у тому, що він не дозволяє відрізнити точки всередині і за межами багатокутника.

Усунути цей недолік можна за допомогою опису простого багатокутника. Багатокутник називається *простим*, якщо: 1) з кожної його вершини виходять тільки дві сторони; 2) сторони не мають спільних точок; 3) вершини не лежать на його сторонах.

Опис багатокутника рівнянням $F(x, y) = 0$ базується на представленні *простого* багатокутника за допомогою R -функцій. При цьому вхідними даними служать координати вершин (x_1, y_1) , (x_2, y_2) , ..., (x_n, y_n) і інформація про западини багатокутника.

Визначення. Нормально-орієнтованим рівнянням прямої, що проходить через точки (x_1, y_1) і (x_2, y_2) , називається вираз виду:

$$f \equiv \frac{-x(y_2 - y_1) + y(x_2 - x_1) + x_1 y_2 - y_1 x_2}{\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}} = 0. \quad (3)$$

При цьому функція у лівій частині рівняння (3) задовольняє властивості: для точок площини, розташованих ліворуч стосовно руху від (x_1, y_1) до (x_2, y_2) , завжди виконується нерівність $f(x, y) > 0$.

Другий спосіб опису багатокутника враховує додаткову інформацію. А саме: інформація про западини багатокутника визначається доповненням простого багатокутника W до опуклого. При цьому опуклий багатокутник V на мнемонічному рівні утворюється шляхом «обгортання мотузкою» простого багатокутника. Різниця множин V та W утворює западини простого багатокутника

Алгоритм В.Л. Рвачова [9] опису простого багатокутника:

1. Пронумеруємо усі вершини N - кутника в напрямку проти руху стрілки годинника (починати можна з будь-якої вершини).

2. Запишемо орієнтовані рівняння $f_1 = 0, f_2 = 0, \dots, f_{n-1} = 0$ сторін N - кутника для кожної суміжної пари його вершин.

3. В наборі функцій f_1, f_2, \dots, f_{n-1} виділимо дужками функції, що описують кожну із западин багатокутника. При цьому слід враховувати кратність запису дужок.

4. У наборі f_1, f_2, \dots, f_{n-1} (з дужками) треба розставити знаки R-функцій \vee і \wedge , починаючи зі знака \wedge . При переході через дужку знак \wedge змінюється на \vee , а знак \vee - на \wedge .

Наведемо ілюстрації до другого способу опису (рис. 4 і 5).

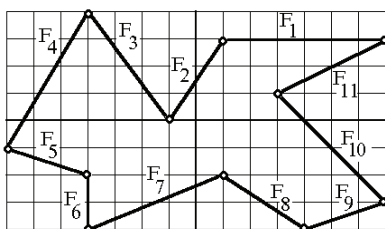


Рис. 4. Фігура № 1

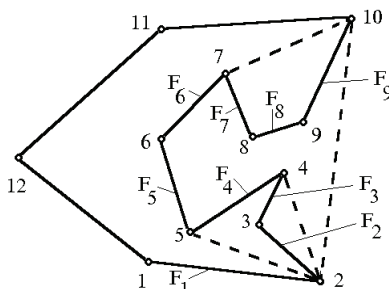


Рис. 5. Фігура № 2

Опис фігури № 1 має вигляд:

$$F_1 \wedge (F_2 \vee F_3) \wedge F_4 \wedge (F_5 \vee F_6) \wedge (F_7 \vee F_8) \wedge F_9 \wedge (F_{10} \vee F_{11}) = 0.$$

Опис фігури № 2 має вигляд:

$$F_1 \wedge (((F_2 \vee F_3) \wedge F_4) \vee F_5 \vee F_6 \vee (F_7 \wedge F_8 \wedge F_9)) \wedge F_{10} \wedge F_{11} \wedge F_{12} = 0.$$

Тут F_i - опорні області сторін, описані нормально-орієнтованими рівняннями. Передбачається, що R-функції в програмі представлені як процедури-функції:

- R-диз'юнкція: $o(a, b) := (a + b + \text{abs}(a - b))/2$;

- R-кон'юнкція: $p(a, b) := (a + b - \text{abs}(a - b))/2$;

Тоді комп'ютерне представлення рівняння контуру фігури № 1 має вигляд:

$$b1 := o(p(F_1, F_2), F_3); \quad b2 := p(F_4, o(F_5, F_6)); \quad b3 := p(F_9, o(F_7, F_8));$$

$$b4 := o(F_{10}, F_{11}); \quad F := (x, y) \rightarrow p(p(b1, b2), p(b3, b4));$$

Далі розглянемо поняття верхньої нормальної функції [9]. Верхня відстань $\rho[M, L]$ від точки M до обмеженої кривої L називається відстань від точки M до найвіддаленішої її точки. Функція

$$f(x, y) = \rho[M, L] \tag{4}$$

називається верхньою нормальною функцією кривої L

Верхня нормальна функція $f(x, y)$ в довільній точці $M(x, y)$ приймає значення радіуса найменшого кола, яке слід провести з центром в точці M, щоб заключити в нього всю криву L.

Твердження. Якщо $f_1(x, y)$ і $f_2(x, y)$ є верхні нормальні функції кривих L_1 і L_2 відповідно, то функція

$$f(x, y) = f_1(x, y) \vee f_2(x, y) \quad (5)$$

буде верхньою нормальною функцією кривої $L = L_1 \cup L_2$, яка є об'єднанням початкових кривих. Тут \vee - знак R-диз'юнкції.

Верхня нормальна функція «кривої», яка складається з двох точок $P(x_p, y_p)$ і $Q(x_q, y_q)$, має вигляд

$$f(x, y) = \sqrt{(x - x_p)^2 + (y - y_p)^2} \vee \sqrt{(x - x_q)^2 + (y - y_q)^2}. \quad (6)$$

Визначення геометричного центра багатокутника здійснимо за твердженням - аналогом теореми Рвачова про нормальні функції.

Нехай маємо N -кутник Ω з відомими нормальними функціями $f_i(x, y)$ його вершин, наприклад, для i -тої вершини (x_i, y_i) нормальна функція має вигляд $f_i(x, y) = \sqrt{(x - x_i)^2 + (y - y_i)^2}$.

Тоді координати геометричного центра N -кутника Ω можна пов'язати з координатами екстремуму верхньої нормальної функції

$$F(x, y) = \bigvee_{i=1}^{N-1} f_i(x, y), \quad (7)$$

де \vee - знак R-диз'юнкції.

Верхня нормальна функція (7) має єдину точку мінімуму. І саме ця точка мінімуму верхньої нормальної функції є геометричним центром кривої, а значення функції в цій точці дорівнює радіусу охоплення цієї кривої.

Для Maple було складено програму визначення центра N -кутника. До позитивних якостей програми слід віднести її нечутливість до послідовності введення координат вершин багатокутника.

На рис. 6 наведено ілюстрації верхніх нормальних функцій.

Тестовий приклад. Визначити геометричний центр десятикутника з координатами вершин:

$$x1:= -7: \quad y1:= -3: \quad x2:= -4: \quad y2:= 1:$$

$$x3:= -1: \quad y3:= 2: \quad x4:= 2: \quad y4:= 4:$$

$$x5:= 4: \quad y5:= 2: \quad x6:= 2: \quad y6:= -1:$$

$$x7:= 7: \quad y7:= -3: \quad x8:= 1: \quad y8:= -4:$$

$$x9:= 2: \quad y9:= -6: \quad x10:= -2: \quad y10:= -7:$$

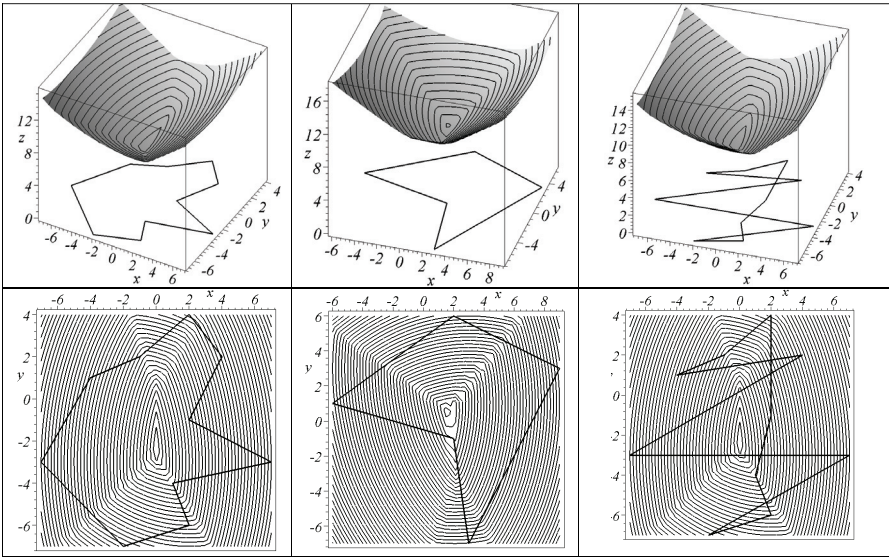


Рис. 6. Приклади графіків верхніх нормальних функцій

В результаті було побудовано фігуру і графік верхньої функції (рис.7), а також обчислено координати геометричного центра ($x_c=0$; $y_c=-2,7$) і радіус кола $R = 6,8$ (рис. 8).

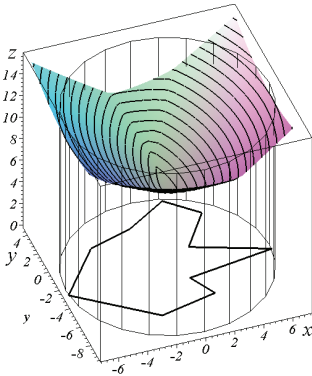


Рис. 7. Фігура і графік верхньої функції

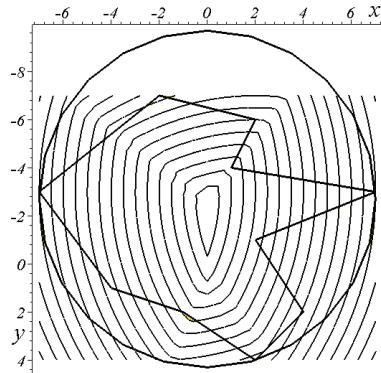


Рис. 8. Знайдений геометричний центр багатокутника

Висновки. Наведене графоаналітичне забезпечення розрахунку траєкторії переміщення по площині мобільного робота з урахуванням перешкод у вигляді багатокутних фігур, належних цій площині, може скласти основу при розробці алгоритмів трасування мобільних роботів. Визначене коло навколо

багатокутника дозволить за допомогою довжини дотичних оцінити напрям обходу зазначеної перешкоди.

Література

1. *Селифонов Е., Тихомиров А.* Path Tracing. <http://rain.ifmo.ru/cat>.
2. *Бондарев В.М., Рублинецкий В.И., Качко Е.Г.* Основы программирования. – Харьков: Фолио; Ростов н/Д: Феникс, 1997
3. Stout B. Smart Moves: <http://algotlist.manual.ru/games/smartmove.php>
4. *Lanthier M.* Mobile Robot. <http://www.scs.carleton.ca/~lanthier/>
5. [z http://en.wikipedia.org/wiki/A*](http://en.wikipedia.org/wiki/A*).
6. http://en.wikipedia.org/wiki/Best-first_search.
7. http://en.wikipedia.org/wiki/Taxicab_geometry.
8. *Платонов А.К.* Метод потенциалов в задаче выбора пути: история и перспективы / *А.К. Платонов, А.А. Кирильченко, М.А. Колганов.* Москва: ИПМ им. М.В. Келдыша, 2001 г. – 32 с.
9. *Рвачев В. Л.* Геометрические приложения алгебры логики / Рвачев В. Л. – К.: Техніка, 1967. – 212 с.
10. *Куценко Л. М.,* Метод опису паралельних поверхонь за допомогою нормальних функцій / *Л. М. Куценко, О. В. Шоман* // Геометричне та комп'ютерне моделювання. – Харків: ХДУХТ, 2004. – Вип. 5. – С. 12-19.
11. *Морозова Г.В.* Геометрична інтерпретація методу потенціалів для трасування шляху мобільного робота / *Морозова Г.В.* // Прикладна геометрія та інженерна графіка. – Київ: КНУБА, 2010.– Вип. 85. – С.65-70.
12. *Морозова Г.В.* Метод визначення траєкторії переміщення мобільного робота на площині серед перешкод / *Морозова Г.В.* // Автомобильный транспорт.– Харьков: ХНАДУ,2010.– Вип.27.– С.121-126.
13. *Куценко Л.М.* Геометричне моделювання траєкторії переміщення робота серед перешкод / *Куценко Л.М., Морозова Г.В.* // Праці Таврійського державного агротехнологічного університету. – Мелітополь: ТДАТУ, 2011. – Вип. 4. – Т.49. – С. 42-54.
14. *Морозова Г.В.* Вибір шляху робота між точками площини за умови обходу прямокутних перешкод / *Морозова Г.В.* // Геометричне та комп'ютерне моделювання. – Харків: ХДУХТ, 2010. – Вип.27.–С.93-98.
15. *Морозова Г.В.* Опис положення контейнера для алгоритму трасування шляху мобільного робота / *Морозова Г.В.* // Інформаційно-керуючі системи на залізничному транспорті. – Харків: УкрДАЗТ, 2011. – Вип.1. – С. 3-11.

**ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПУТИ ОБХОДА ПРЕПЯТСТВИЯ
ПРИ ДВИЖЕНИИ МОБИЛЬНОГО РОБОТА ПО ПЛОСКОСТИ**

В.Ф. Ткаченко, И.С. Табакова

Приведен способ расчета траектории перемещения по плоскости мобильного робота с учетом препятствий в виде многоугольных фигур, принадлежащих этой плоскости.

**DETERMINATION THE WAY OF BYPASS
HINDRANCE IN CASE OF MOVEMENT
THE SOFTWARE MOBILE ROBOT ON THE PLANE**

V.F.Tkachenko, I.S.Tabakova

The method of calculation of a path of relocation on the plane of the mobile robot taking into account hindrances in the form of the polygonal figures belonging to this plane is given.